Письма в ЖЭТФ, том 28, вып. 3, стр. 156 – 160 *5 августа 1978 г.*

О СОХРАНЕНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

М.Б.Волошин, Л.Б.Окунь

Обсуждается гипотеза о нестабильности электронов. Показано, что из-за продольных фотонов не удается построить самосогласованную теорию несохранения заряда.

1. В работе [1] был поставлен вопрос об ограничениях на возможное несохранение электрического заряда, налагаемых тем обстоятельством, что фотон практически безмассов. Было показано на простом примере, что спонтанное нарушение сохранения электрического заряда в рамках перенормируемой теории невозможно, и была высказана гипотеза, что в неперенормируемой теории виртуальные фотоны могут практически занулить эффективную константу, характеризующую несохранение заряда. В данной статье мы поясним, почему невозможно спонтанное нарушение сохранения заряда, и продемонстрируем механизм "самоисцеления" квантовой электродинамики.

Мы будем рассматривать для определенности взаимодействие электронов, нейтрино и гипотетических скалярных мезонов X°:

$$g(\bar{e}\nu + \bar{\nu}e)X . \tag{1}$$

Однако, наши выводы справедливы как для других типов несохраняющих заряд взаимодействий, так и для других частиц. Так, например, вместо нейтрино, в (1) может входить несколько нейтральных частиц, вместо электрона – протон и т. д.

2. Попробуем получить взаимодействие (1) за счет спонтанного нарушения из лагранжиана

$$L = |(\partial_\mu - ieA_\mu)\phi|^2 + \sqrt{2}g(\bar{e}\nu\phi^+ + \bar{\nu}e\phi) - \frac{\lambda^2}{8}(2|\phi|^2 - \eta^2)^2 + L_0 . \tag{2}$$

Здесь ϕ – скалярное заряженное поле, взаимодействие которого с e и ν сохраняет заряд. L_0 – обычный лагранжиан, описывающий фотоны, электроны и нейтрино. Гамильтониан , отвечающий (2), имеет минимум при $\phi = \eta/\sqrt{2}$. В результате поле ϕ приобретает вакуумное среднее $<\phi> = \eta/\sqrt{2}$ и вместо одного заряженного поля, мы получаем два нейтральных: A_3 – продольную компоненту фотонного поля, и χ° – нейтральное скалярное поле ($\sqrt{2}\phi = \eta + iA_3 + \chi$). При этом появляются члены, не сохраняющие электрический заряд: $g(\bar{e}\nu + \bar{\nu}e)(\chi + \eta)$, а фотон и χ-мезон приобретают массы: $m_\gamma = e\eta$, $m_\chi = \lambda\eta$. Чтобы была справедлива теория возмущений и имела место перенормируемость, необходимо, чтобы самовзаимодействие поля ϕ было мало: $\lambda \lesssim 1$. Но это значит, что m_χ не может существенно превышать m_γ. Наблюдения же дают [2] очень низкую границу для m_γ: $1/m_\gamma \gtrsim 10^{22}$ см. Отсюда сразу же следует, что для всех частот $\omega >> m_\gamma$ (а именно с такими частотами мы имеем дело на опыте) можно пренебречь членом с η в лагранжиане (2). Расщепление поля ϕ на два нейтральных (A_3 и χ) происходит лишь на расстояниях, превышающих $\omega(m_\gamma - m_\chi)^{-2}$. На опыте же мы имеем дело не с двумя нейтральными полями, а с их фиксированной суперпозицией, описывающей заряженный и практически безмассовый мезон ϕ. Существование такого мезона совершенно исключено экспериментальными данными по проверке квантовой электродинамики. Для того, чтобы сделать массу ϕ-поля приемлело большой ($\gtrsim 1$ ГэВ), потребовалась бы такая большая константа ($\lambda \gtrsim 10^{35}$), что о теории возмущений не могло бы быть и речи.

3. Рассмотрим теперь неперенормируемый лагранжиан, явно не сохраняющий заряд:

$$L = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\chi}{\partial x_\mu}\right)^2 + g(\bar{\nu}e + \bar{e}\nu)\,\chi + \frac{1}{2}\,m_\gamma^2 A_\mu^2 + L_\circ. \qquad (3)$$

Здесь χ – нейтральное безмассовое скалярное поле. (Ничто в последующих рассуждениях не изменится, если предположить, что поле χ обладает ненулевой массой или ненулевым спином. В частности, роль χ могло бы исполнять электромагнитное поле: $\chi = \gamma$. Вместо χ, можно было бы рассматривать и нейтральное многочастичное состояние, например, $\chi = \nu\bar{\nu}$. Если $m_\chi > m_e$, то электрон был бы стабилен и последующие рассуждения относились бы к распаду $\chi \to e\nu$). В лагранжиане (3) член $\frac{1}{2} m_\gamma^2 A_\mu^2$ описывает массу фотона, неизбежную при несохранении заряда. Испускание и поглощение реальных и виртуальных фотонов с продольной поляризацией приводит к появлению сингулярностей при $m_\gamma \to 0$. Эти сингулярности в амплитуде пропорциональны $(\omega/m_\gamma)^k$, где k – число вершин испускания и поглощения продольных фотонов, поэтому при $\omega >> m_\gamma$ необходимо суммировать такие члены. Это суммирование удобно осуществлять, перейдя от лагранжиана массивных фотонов к сумме двух лагранжианов, первый из которых описывает обычные безмассовые фотоны γ, а второй – безмассовые скалярные мезоны, обозначим их σ. (Число степеней свободы при этом сохраняется: 3 – у поля Прока, 2 – у поля Максвелла + 1 – у Клейна – Гордона). Такое разбиение справедливо при больших по сравнению с m_γ частотах (импульсах) реальных и виртуальных фотонов. Введение поля σ осуществляется формальной заменой в лагранжиане $A_\mu \to \partial_\mu\sigma/m_\gamma$.

(При этом в файнмановских диаграммах пропагатор массивного фотона $-\ i(\delta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu/m_\gamma^2)/(k^2 - m_\gamma^2)$ заменяется суммой двух пропагаторов $-\ i\delta_{\mu\nu}/k^2$ и $+\ i k_\mu k_\nu/m_\gamma^2 k^2$). Члены лагранжиана, содержащие σ-поле, имеют вид

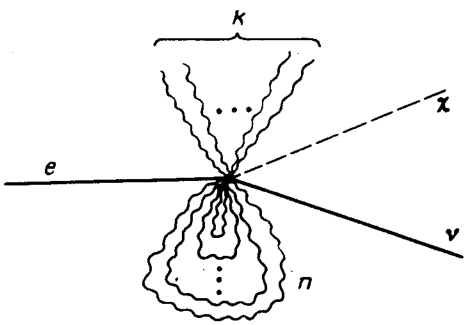
$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\sigma}{\partial x_\mu}\right)^2 - ie\,\bar{e}\gamma_\mu\frac{\partial\sigma}{\partial x_\mu}\,e\,.$$

Если теперь совершить калибровочное преобразование над электронным полем e, то второе слагаемое можно обратить в ноль, но при этом калибровочно неинвариантный член $g\chi(\bar{e}\nu + \bar{\nu}e)$ даст экспоненциальное взаимодействие и мы получим

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\sigma}{\partial x_\mu}\right)^2 + g\chi\left(\bar{\nu}e\exp(ie\sigma/m_\gamma) + \bar{e}\nu\exp(-ie\sigma/m_\gamma)\right). \qquad (4)$$

Таким образом, испускание и поглощение продольных фотонов происходит в той точке, где уничтожается заряд (электрон "сбрасывает" с себя "шубу" продольных фотонов). Как мы сейчас увидим, сбросить мгновенно эту шубу ему не удается, что приводит к занулению эффективной константы g.

4. Чтобы вычислить перенормировку g, разложим $\exp(ie\sigma/m_\gamma)$ в ряд и в N-м члене разложения замкнем $2n$-линий, оставив k свободных концов ($N = 2n + k$, см. рисунок)



Слагаемое с индексами n и k в эффективном лагранжиане, нарушающем сохранение заряда, будем иметь вид

$$\widetilde{L}_{n,k} = \frac{g}{k!}\left(\frac{ie\sigma}{m_\gamma}\right)^k \frac{(J/2)^n}{n!}, \qquad (5)$$

где J – представляет собой вклад одной петли.

$$J = \frac{e^2 i^3}{m_\gamma^2(2\pi)^4}\int\frac{d^4k}{k^2 + i0} = -\frac{4\pi\alpha}{m_\gamma^2}\,\frac{4\pi^2}{(2\pi)^4}\int_0^\Lambda\frac{|\mathbf{k}|^2 d|\mathbf{k}|}{\mathbf{k}} = -\frac{\alpha}{2\pi}\,\frac{\Lambda^2}{m_\gamma^2}, \qquad (6)$$

Из-за расходимости нам пришлось ввести параметр обрезания. Если просуммировать теперь по n от 0 до ∞, то при заданном k мы получим

$$\tilde{L}_k = \frac{g}{k!}\left(\frac{ie\sigma}{m_\gamma}\right)^k e^{-\frac{a}{4\pi}\frac{\Lambda^2}{m_\gamma^2}} . \tag{7}$$

Следовательно, эффективная константа несохранения заряда равна

$$\tilde{g} = g\, e^{-a\Lambda^2/4\pi m_\gamma^2} . \tag{8}$$

Поясним множители в выражении (5). Из N-линий k-линий можно выбрать $N!/k!(N-k)! = N!/k!2n!$ способами. Далее $2n$-линий можно спарить $(2n-1)!! = 2n!/2^n n!$ способами. Собирая множители, имеем

$$\frac{1}{N!}\,\frac{N!}{k!2n!}\,\frac{2n!}{2^n n!} = \frac{1}{k!\,n!\,2^n} . \tag{9}$$

5. Вычислим теперь Γ_k – вероятность испускания k продольных фотонов ("σ-квантов") в процессе $e \to \nu X + k\gamma$:

$$\Gamma_k = \frac{\tilde{g}^2 m_e}{16\pi}\left(\frac{a\, m_e^2}{4\pi m_\gamma^2}\right)^k \frac{1}{(k!)^2(k+1)!} . \tag{10}$$

Здесь множитель $k!$ учитывает тождественность фотонов, а множитель $k!(k+1)!$ возникает от фазового объема $k+2$ частиц (с учетом нейтрино и X-мезона). Суммируя по k, имеем:

$$\Gamma = \sum_k \Gamma_k \approx \tilde{g}^2 m_e e^{3\left(\frac{a\, m_e^2}{4\pi m_\gamma^2}\right)^{1/3}} . \tag{11}$$

Эта формула, полученная в работе [1], имеет экспоненциальную точность. В показателе экспоненты стоит характерное число фотонов $\bar{k}$, испускаемых при распаде. Если $1/m_\gamma = 10^{22}$ см, то $\bar{k} \approx 10^{21}$ и длина волны каждого из фотонов порядка 10^{10} см. Если бы константа $\tilde{g}$ не была экспоненциально мала, электрон распадался бы практически мгновенно. Но если предположить, что $\Lambda \gg m_e$, то электрон, как следует из (11) и (8), будет практически стабилен при любом реалистическом значении g (например, при g порядка константы сверхслабого CP-нечетного взаимодействия, см [3], а также [4]). Также исчезающе малы будут и другие эффекты, которые могли бы в принципе возникнуть при $g \neq 0$: отличие от нуля электрического заряда у нейтрино, у атома водорода и т.д.

6. Экспоненциальное зануление g возникает в результате взаимной компенсации очень больших слагаемых. Такая компенсация разрушилась бы, если бы в отдельных петлях на рисунке пределы обрезания

не были строго одни и те же. У нас нет модели реалистического обрезания, дающей конечные значения Λ. Это связано с тем, что заряд и масса квантованы и исчезновение электрона нельзя осуществить как серию радиационных переходов, в каждом из которых вероятность испускания продольного фотона мала из-за малого энерговыделения и или малого изменения заряда. В этих условиях кажется естественным предположить, что испускание продольных фотонов происходит в локальном пределе и устранить $\Lambda \to \infty$. При этом продольные фотоны "устраивают такую давку", что не могут испуститься сами и не дают испуститься другим частицам (нейтрино), так что сохранение полностью восстанавливается.

Авторы благодарны за полезные обсуждения А.И. Вайнштейну, В.Н.Грибову, В.И.Захарову, Я.Б.Зельдовичу, Б.Л.Иоффе, И.Ю.Кобзареву и А.Б.Мигдалу.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
26 июня 1978 г.

Литература

[1] L. B. Okun, Ya. B. Zeldovich. Paradoxes of unstable electron. Preprint ITEP, №79, 1978.

[2] Г.В.Чибисов. УФН, 119, 551, 1976.

[3] А.Ю.Игнатьев, В.А.Кузьмин, А.Н.Тавхелидзе. Доклад на семинаре "Калибровочные теории поля". Москва 23 – 25 мая, 1978 г.

[4] Y. Yamaguchi. Progress Theor. Phys. Suppl. №11, 30, 1959.