Письма в ЖЭТФ, том 28, вып.2, стр. 61 – 65 *20 июля 1978 г.*

О КОЛЕБАНИЯХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ ПЛАЗМЕННОГО ФОКУСА И Z-ПИНЧА

С.К.Жданов, Б.А.Трубников

Показано, что наличие периферийной плазмы, окружающей пинч, приводит к локализации вблизи него электромагнитных волн, способных ускорять частицы. При слабом затухании волн этим механизмом, по-видимому, можно объяснить обнаруженные недавно [1] пики в энергетическом спектре ускоренных дейтонов.

1. В недавних экспериментах [1] было обнаружено большое число (~ 10) пиков в энергетическом спектре дейтонов, ускоренных до энергий $\sim 1 \div 4$ *мэв* в плазменном фокусе (см. рисунок). По нашему мнению наблюдаемая структура спектра объясняется возбуждением вблизи пинча стоячих монохроматических колебаний ускоряющего электрического поля E_z в условиях, когда спектр частот дискретный и возбуждена лишь основная гармоника колебаний. Ниже показано, что такие условия возникают, если пинч окружен периферийной плазмой с плотностью порядка $\sim 10^{12}$ $см^{-3}$, которая подобно ионосфере Земли отражает низкочастотные радиоволны. Заметим, что полное время образования ускоренных частиц оценивается из опыта как интервал $\Delta t \sim 10$ *нсек* после момента "особенности" и при наличии ~ 10 пиков это должно соответствовать периоду колебаний ~ 1 *нсек*, что близко к ларморовскому периоду дейтонов в поле $B \sim 10^6$ *гс* на границе пинча с радиусом $a \sim 0,2$ *см* при токе $I \sim 1$ *Ма*.

2. Рассмотрим простейшую модель цилиндрического Z-пинча с током I, окруженного плазмой с постоянной плотностью n_0. В этой плазме может распространяться необыкновенная волна с компонентами

$E_{r\,z}(r,t) \sim \exp(-i\omega t)$ и для E_z имеем волновое уравнение

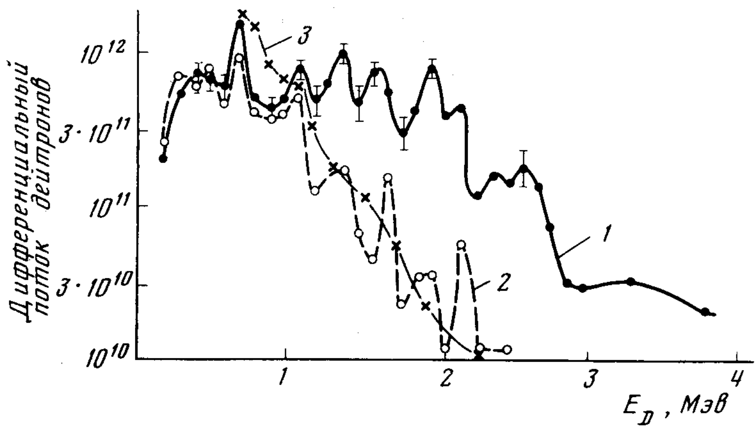
$$\frac{d}{r\,dr} r \frac{dE}{dr} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\text{эфф}} E = 0; \; \epsilon_{\text{эфф}} = \frac{\xi^2 - \eta^2}{\xi}; \; \xi = 1 - \sum_{e,i} \frac{\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_B^2};$$

$$\eta = -\sum_{e,i} \frac{\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_B^2} \frac{\omega_B}{\omega}, \tag{1}$$

где ω_{0a}, ω_{Ba} – плазменные и циклотронные частоты ($a = e,\ i$). В пределе $m_e \to 0$ находим

$$\xi = 1 + \frac{a x^2}{1 - x^2}; \; \eta = \frac{a x^3}{1 - x^2}; \; \epsilon_{\text{эфф}} = 1 - \frac{a}{(1-a)^2} - \frac{a^2 x^2}{1 - a} - \frac{a/(1-a)^2}{(1-a)x^2 - 1}, \tag{2}$$

где $x = \omega/\omega_{Bi} = r(\omega M c^2 / 2Ie)$ и $a = (\omega_{0i}/\omega)^2$ – параметр.



Экспериментальные энергетические спектры ускоренных дейтонов [1]. Кривые *2* и *3*, полученные с помощью метода ядерных эмульсий и активационной методикой, соответствуют одному и тому же разряду. Для кривой *1* величина активности мишени на порядок выше

Предполагая $a \ll 1$, используем приближение $\epsilon_{\text{эфф}} = 1 - a^2 x^2$. Тогда уравнение (1) сводится к уравнению Шредингера для цилиндрического осциллятора

$$\frac{1}{x}\frac{d}{dx} x \frac{dE}{dx} + \beta^2 (1 - a^2 x^2) E = 0, \text{ где } \beta = \frac{2eI}{Mc^3} \ll 1 \left(\beta \sim \frac{1}{30}\right), \tag{3}$$

квантовые уровни которого $\epsilon_{осц} = 2\hbar\omega_{осц}\left(n + \frac{1}{2}\right)$ в нашем случае эквивалентны соотношению $\beta = (4n + 2)a$, определяющему спектр частот электромагнитных колебаний $\omega = \omega_n = \omega_{oi}\sqrt{(4n+2)/\beta}$. При более строгом рассмотрении следует учесть наличие ионного гибридного резонанса в точке $x_\infty = 1/\sqrt{1-a} \approx 1$, которую считаем совпадающей с границей пинча $r = a$, ввиду ожидаемого соотношения $\omega = \omega_{Bi}\ (r = a)$. Вводя $y = (1-a)x^2$, $E = f(y)\exp(-a\widetilde{\beta}y/2)$, $\widetilde{\beta} = \beta/(1-a)^{3/2}$, из соотношений (1) – (2) находим уравнение

$$y f''(y) + (1 - a\widetilde{\beta}y) f'(y) + \frac{a\widetilde{\beta}^2}{4}\left[a + \frac{1}{a} - 3 - \frac{2}{\widetilde{\beta}} - \frac{1}{y-1}\right] f(y) = 0,\ y \geq 1 \tag{4}$$

приближенным решением которого при $a << 1$ являются функции:

$$f(y) = \begin{cases} A_1\Psi(\alpha, 1, a\widetilde{\beta}y), \quad \alpha = \frac{1}{2} - \frac{\widetilde{\beta}}{4}\left(a + \frac{1}{a} - 3\right), \text{ при } y - 1 \equiv \epsilon >> a \\ A_2\epsilon\exp\left(-\epsilon\frac{1 - a\widetilde{\beta} + b}{2}\right)\Phi\left(1 + \frac{a\widetilde{\beta}^2}{4b}, 2, \epsilon b\right), \quad b = \sqrt{1 + 3a\widetilde{\beta} - \widetilde{\beta}^2}, \text{ при } \epsilon << 1 \end{cases}$$

удовлетворяющие условию $E_z \to 0$ при $y \to \infty$ и $y \to 1$. Здесь Φ и Ψ – вырожденные гипергеометрические функции [2]. Сшивка функций (5) в общей области определения $a << \epsilon << 1$ приводит к условиям

$$\Psi(\alpha, 1, a\widetilde{\beta}) = 0;\ A_2 = -a\widetilde{\beta}\Psi(\alpha, 2, a\widetilde{\beta})A_1 \tag{6}$$

определяющим спектр колебаний и связь амплитуд.

Нетрудно проверить, что с точностью до величин порядка $\delta = \ln^{-1}\left(\frac{2}{\beta^2}\right) << 1$, спектр при $a << 1$ совпадает с найденным выше. Таким образом наличие периферийной плазмы приводит к образованию вблизи пинча резонансной полости, в которой могут возбуждаться локализованные колебания электромагнитного поля.

3. Рассмотрим качественно три возможных механизма раскачки описанных колебаний. Как известно [3], в ряде экспериментов осуществляется нагрев плазмы путем поглощения внешней поперечной волны в области гибридного резонанса. Однако, очевидно, возможен и обратный эффект – излучение внешней волны, образующейся путем трансформации из "внутренних" волн, с достаточно высоким уровнем возбуждения. Предположим, что точка резонанса $x_\infty = (1-a)^{-1/2}$ совпадает с поверхностью пинча. Тогда соотношение

$$E_r = -i\frac{\eta}{\xi}E_z = \frac{i a x^3}{(1-a)x^2 - 1}E_z \tag{7}$$

показывает, что в ней $E_r \neq 0$ при $E_z = 0$. Используя формулы (5) – (7), для основной моды колебаний, например, находим $\alpha = \beta/2(1 + 2\delta)$ и

$$E_z = -2i\,(E_r^0/\beta\delta)\,e^{-\beta^2 y/4}\,\Psi(-\delta, 1, \beta^2 y/2),\ y - 1 >> a, \tag{8}$$

где $E_r^\circ = E_r|_{y=1}$ – амплитуда "внутренней" продольной волны. Максимальное значение E_z достигается в точке $y_{max} \approx \delta/\beta^2$, что соответствует $r_{max}/a \sim \sqrt{\delta}/\beta \sim 10$, причем $|E_{z\,max}/E_r^\circ| \sim 2/\beta\delta >> 1$, $|E_r(y_{max})/E_{zmax}| \sim \sim \sqrt{\delta}/2 < 1$, так что для ускорения дейтонов полем E_{zmax} за время ~ 1 *нсек* до энергии $\epsilon \sim 4$ *мэв* достаточно иметь $E_r^\circ \sim 10^2$ CGSE $(E_r^\circ/B_0 \sim 10^{-4} << 1)$. Такие поля E_r могут возбуждаться при схлопывании ударной волны и возбуждении магнитозвуковых волн в пинче.

Отметим также возможность раскачки поля E_z на собственных малых колебаниях границы пинча [4]. Пусть $r_{гр}(t) = a + s\cos\omega t$, $|s| << a$. Тогда, используя условие $E_z = -v_r B/c$ на границе находим без учета затухания

$$E_z(r,t) = \frac{s\omega}{c} B_0 \frac{E_\omega(r)}{E_\omega(a)} \sin\omega t, \qquad (9)$$

где $E_\omega(r)$ – решение задачи (1), (2) ($E_\omega \to 0$ при $r \to \infty$). Если частота колебаний границы ω близка к собственной частоте внешней полости, определяемой условием (6), то можно ожидать резонансного возбуждения поля со значительной амплитудой, так как $E_\omega(a) \to 0$ при $\omega \to \omega_n$.

Однако наиболее значительная амплитуда получается, если считать, что в критический момент особенности $t = 0$ резко возрастает турбулентное сопротивление пинча $\rho = \dfrac{m\nu_{эфф}}{n_0 e^2}$; $\nu_{эфф} = \dfrac{e}{m_e j_0} \sum\limits_k \gamma_k \dfrac{k}{\omega_k} W_k$ по-видимому, за счет раскачки электростатических электронных циклотронных волн, плотность энергии которых $W = \sum\limits_k W_k$ нарастает с инкрементом $\gamma \gtrsim \sqrt{|\omega_{Be}\omega_{Bi}|}$ [5], что приводит практически к мгновенному обрыву тока I в пинче. Тогда, используя аппроксимацию $\epsilon_{эфф} = 1 - a^2x^2$ для поля получим $E_z = \sum\limits_n E_n L_n(z)\exp(-z/2)\sin\omega_n t$, где $L_n(z)$ – полиномы Лагерра, $z = r^2\omega_{0i}^2/\beta c^2$ и $E_n = I\omega_n/c^2(n+1/2)$, в частности при $n = 0$ имеем амплитуду $E_0 = \frac{1}{2}\beta B_0\ (r = a)$, если $\omega_{n=0} = \omega_{Bi}\ (r = a)$. Такие поля также могут ускорять дейтоны до наблюдаемых энергий в несколько *Мэв*.

Авторы признательны М.А.Леонтовичу, Н.В.Филиппову, И.А.Беляевой, Т.И.Филипповой и Ю.С.Максимову за плодотворные дискуссии по работе.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
15 февраля 1978 г.

Литература

[1] N.V.Filippov et. al. VIII – Eur. Conf. on Contr. Fusion and Plasma Phys., 1, 63, (Prague 1977).

[2] Г.Бейтмен, А.Эрдейн. Высшие трансцендентные функции, М., изд.Наука, 1, 237, 1965.

[3] В.Е.Голант, А.Д.Пилия. УФН, 104, 413, 1971.

[4] Б.А.Трубников. Физика плазмы и проблема УТР, изд. АН СССР, 1, 289, 1958.

[5] Д.Г.Ломинадзе. Циклотронные волны в плазме, Тбилиси, изд. "Мецниереба", стр.122, 1975.