Письма в ЖЭТФ, том 28, вып.1, стр. 32 – 37 *5 июля 1978 г.*

УНИТАРНЫЕ ПРАВИЛА СУММ И ВРЕМЯ СОУДАРЕНИЯ ПРИ СИЛЬНОМ ПЕРЕКРЫВАНИИ РЕЗОНАНСНЫХ УРОВНЕЙ

В.Л. Любошиц

На основе унитарных правил сумм, полученных в работах [5,6], исследуется временной ход резонансных процессов при очень большой плотности уровней составного ядра.

В связи с возможностью экспериментального определения времени жизни составных ядер с помощью "эффекта теней" (см., например, [1], а также [2]) представляют интерес теоретические оценки длительности ядерных реакций при сильном перекрывании резонансных уровней. В работах [3 – 6] было показано, что если плотность уровней очень велика, время соударения становится гораздо больше обратной ширины квазистационарных состояний $\hbar/\Gamma$, причем развитие резонансных процессов во времени имеет явно неэкспоненциальный характер. Этот эффект в конечном итоге является следствием унитарности S-матрицы, приводящей к деструктивной интерференции уровней.

В работах [5, 6] были получены унитарные правила сумм, связывающие времена задержки различных каналов резонансных реакций. Из этих правил сумм, в частности, следует, что если все элементы S-матрицы, усредненные по достаточно широкому энергетическому спектру волнового пакета, близки к нулю, то в случае n эквивалентных каналов средняя длительность столкновения имеет величину

$$\bar{\tau} = \frac{\pi\hbar}{nD} >> \frac{\hbar}{\Gamma}, \qquad (1)$$

где D – расстояние между соседними уровнями. Режим "сильного поглощения" [7], к которому относится формула (1), осуществляется в предельном случае $\Gamma >> nD$ и соответствует *минимальной* корреляции между амплитудами распада перекрывающихся уровней, которая необходима для того, чтобы в этих условиях обеспечить унитарность S-матрицы. Если, наоборот, $\Gamma << nD$, то указанной корреляцией между резонансными параметрами можно пренебречь (приближение Бете, см. [8, 9]), и для времени жизни составного ядра получается "привычный" результат $\bar{\tau} = \hbar/\Gamma$.

В настоящей работе рассмотрены временные характеристики ядерных реакций при произвольных значениях параметра Γ/nD. Мы возьмем за основу найденное ранее соотношение [5, 6]

$$-i\,\mathrm{Sp} < \frac{d\hat{S}(E)}{dE}\hat{S}^{+}(E) > = \frac{2\pi}{D}, \qquad (2)$$

где $\hat{S}(E)$ – унитарная резонансная S-матрица, соответствующая определенному значению углового момента, символ $\langle \quad \rangle$ означает усреднение по энергетическому спектру с разбросом энергий $\Delta E \gg \Gamma, D$. В силу ограниченности элементов S-матрицы мы можем пренебречь величинами $\langle dS_{ij}(E)/dE \rangle$, и в соответствии с этим написать

$$\mathrm{ImSp}\left\langle \frac{d\hat{T}(E)}{dE}\hat{T}^{+}(E)\right\rangle = \frac{2\pi}{D}, \qquad \hat{T}(E) = \hat{S}(E) - I. \tag{3}$$

Отсюда следуют правила сумм [5,6]

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\bar{\tau}_{ij}\langle |S_{ij}(E)-\delta_{ij}|^2\rangle = \frac{2\pi\hbar}{D}, \quad \sum_{i=1}^{n}\bar{\tau}_i(1-\mathrm{Re}\langle S_{ii}(E)\rangle) = \frac{\pi\hbar}{D}. \tag{4}$$

Здесь $\bar{\tau}_{ij}$ – среднее время задержки для перехода $i \to j$, $\bar{\tau}_i$ – средняя длительность столкновения во входном канале [5, 10]:

$$\bar{\tau}_{ij} = \frac{\mathrm{Im}\left\langle \frac{dT_{ij}(E)}{dE} T_{ij}^{*}(E)\right\rangle}{\langle |T_{ij}(E)|^2\rangle}, \quad \bar{\tau}_i = \frac{1}{2}\,\frac{\sum_j \bar{\tau}_{ij}\langle |T_{ij}(E)|^2\rangle}{1-\mathrm{Re}\langle S_{ii}(E)\rangle}. \tag{5}$$

Согласно известной трактовке Фридмана и Вайскопфа [11], взаимодействие частицы с ядром разделяется во времени на "мгновенную" стадию и стадию образования составного ядра. Соответствующие эффективные сечения, выраженные в единицах $\frac{\pi}{k^2}(2J+1)$, равны

$$\sigma_{ij}^{(\text{мгн})} = |\langle S_{ij}(E)\rangle - \delta_{ij}|^2, \quad \sigma_{ij}^{(\text{с.я})} = \langle |S_{ij}(E)|^2\rangle - |\langle S_{ij}(E)\rangle|^2. \tag{6}$$

Введем теперь среднее время задержки $\tilde{\tau}_{ij}$ и среднюю длительность столкновения $\tilde{\tau}_i$ для стадии составного ядра. С учетом (6)

$$\tilde{\tau}_{ij} = \bar{\tau}_{ij}\,\frac{\langle |S_{ij}(E)-\delta_{ij}|^2\rangle}{\langle |S_{ij}(E)|^2\rangle - |\langle S_{ij}(E)\rangle|^2}, \quad \tilde{\tau}_i = 2\bar{\tau}_i\,\frac{1-\mathrm{Re}\langle S_{ii}(E)\rangle}{t_i}, \tag{7}$$

где $t_i = \sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}^{(\text{с.я})} = 1 - \sum_{j=1}^{n}|\langle S_{ij}(E)\rangle|^2$ – коэффициент трансмиссии [7,9]. Тогда второе правило сумм (4) переписывается в виде

$$\sum_{j=1}^{n}\tilde{\tau}_i\, t_i = \frac{2\pi\hbar}{D}. \tag{8}$$

Дальнейшее рассмотрение мы проведем в рамках описанной в работе [5] модели, в которой используется предположение об эквивалентности каналов. Мы будем пользоваться следующими соотношениями этой модели:

$$|\langle S_{ij}(E)\rangle| = \exp\left(-\pi\frac{\Gamma}{nD}\right), \quad t_i = 1 - \exp\left(-2\pi\frac{\Gamma}{nD}\right); \tag{9}$$

$$\langle \hat{S}(E)\hat{S}^{+}(E-\epsilon)\rangle_{ij} = \exp\left(i\,\frac{2\pi}{nD}\,\frac{\epsilon}{1-i\epsilon/\Gamma}\right)\delta_{ij}\ ^{1)}. \tag{9'}$$

Считая, что на стадии составного ядра времена задержки для всех процессов одинаковы, на основе (8) и (9) находим

$$\tilde{\tau}_{ij} = \bar{\tau}_i = \tilde{\tau} = \frac{2\pi\hbar}{nD}\left[1 - \exp\left(-2\pi\frac{\Gamma}{nD}\right)\right]^{-1}. \tag{10}$$

В предельных случаях $\Gamma >> nD$ и $\Gamma << nD$ формула (10) дает

$$\tilde{\tau} = \begin{cases} \dfrac{2\pi\hbar}{nD}, & \Gamma >> nD; \\ \hbar/\Gamma, & \Gamma << nD. \end{cases} \tag{11}$$

Поскольку при $\Gamma >> nD$ величины $\langle S_{ij}(E)\rangle \approx 0$ (аналогия с дифракцией на черной сфере), половина всех актов взаимодействия относится к стадии мгновенного упругого рассеяния, и в соответствии с (7), $\tilde{\tau} = 2\bar{\tau}$. Отсюда следует результат (1). Если $\Gamma << nD$, и отсутствует нерезонансный фон, то $t_i = 2\pi\Gamma/nD$, $\mathrm{Re}\langle S_{ii}(E)\rangle \approx 1 - (\pi\Gamma/nD)$, и $\tilde{\tau} = \bar{\tau} = \hbar/\Gamma$ [5]; вероятность мгновенной стадии в этом случае близка к нулю.

Рассмотрим вероятностное распределение времени задержки на стадии составного ядра. Согласно [4,5]

$$P_{ij}(\tau) = \frac{1}{2\pi\hbar}\int \tilde{\phi}_{ij}(\epsilon)e^{-i(\epsilon\tau/\hbar)}d\epsilon,$$

где $\tilde{\phi}_{ij}(\epsilon)$ – функции корреляции, совпадающие с коэффициентами кор-

---

[1] Формулы (9) непосредственно следуют из равенства $|\det\langle\hat{S}(E)\rangle| = e^{-\pi\frac{\Gamma}{D}}$, полученного в работе [7] (при этом Γ имеет смысл средней полной ширины); выражение (9) справедливо для пуассоновского распределения резонансов при дополнительном предположении, что все ширины одинаковы [2].

реляции амплитуд в теории эриксоновских флуктуаций [3]:

$$\widetilde{\phi}_{ij}(\epsilon) = \frac{\langle S_{ij}(E)\, S^*_{ij}(E-\epsilon)\rangle - |\langle S_{ij}(E)\rangle|^2}{\langle |S_{ij}(E)|^2\rangle - |\langle S_{ij}(E)\rangle|^2}. \qquad (12)$$

Полагая, что все процессы на стадии составного ядра имеют одинаковый временной ход ($\widetilde{\phi}_{ij}(\epsilon) \equiv \widetilde{\phi}(\epsilon)$) и применяя формулу (9′), получаем выражение

$$\widetilde{\phi}(\epsilon) = \left[\exp\left(i\,\frac{2\pi\epsilon}{nD(1-i\epsilon/\Gamma)}\right) - \exp\left(-\frac{2\pi\Gamma}{nD}\right)\right]\left[1-\exp\left(-\frac{2\pi\Gamma}{nD}\right)\right]^{-1}. \qquad (13)$$

Из (13) следует, что средний квадрат времени задержки на стадии составного ядра

$$\widetilde{\tau}^2 = -\hbar^2\frac{d^2\widetilde{\phi}(\epsilon)}{d\epsilon^2}\Big|_{\epsilon=0} = \frac{\hbar^2}{\Gamma^2}\frac{x(x+2)}{1-e^{-x}}, \qquad x = \frac{2\pi\Gamma}{nD}, \qquad —$$

а относительная флуктуация

$$\eta_\tau = \sqrt{\frac{\widetilde{\tau}^2 - (\widetilde{\tau})^2}{(\widetilde{\tau})^2}} = \left[\frac{2}{x}(1-e^{-x}) - e^{-x}\right]^{1/2}. \qquad (14)$$

Функция $\eta_\tau(x)$ убывает с увеличением x. При $\Gamma \gg nD$ ($x \gg 1$) величина $\eta_\tau = \sqrt{nD/\pi\Gamma} \ll 1$. В этом предельном случае стадия составного ядра отделена от стадии мгновенного упругого рассеяния промежутком времени $\widetilde{\tau} = 2\pi\hbar/nD$ и имеет сравнительно малую временную протяженность $\Delta\tau \sim \widetilde{\tau}\sqrt{nD/\pi\Gamma} \ll \widetilde{\tau}$. Если же $\Gamma \ll nD$, т.е. $x \ll 1$, то в соответствии с (13), $\widetilde{\phi}(\epsilon) = (1 - i\frac{\epsilon}{\Gamma})^{-1}$, и распределение времени задержки подчиняется экспоненциальному закону; при этом $\eta_\tau = 1$.

Известно, что чем ниже ранг матрицы $\hat{T} = \hat{S} - I$, тем сильнее корреляция между амплитудами распада различных резонансных уровней [9]. В этой связи следует подчеркнуть, что результаты (1), (10) – (11), (13) – (14) соответствуют ситуации, когда T-матрица имеет ***максимальный ранг***, равный числу каналов n (все собственные значения T-матрицы отличны от нуля, а S-матрицы – от единицы). В нашем рассмотрении в пределе $\Gamma \gg nD$ сечение образования составного ядра, просуммированное по парциальным волнам, равно геометрическому сечению. Такая картина согласуется с экспериментом и является естественной с точки зрения общепринятых представлений о структуре высоковозбужденных ядер. Вместе с тем в логическом плане возможны и другие модели, отвечающие более низким рангам T-матрицы. Одну из таких воз-

можностей рассмотрел Базь в работе [12]. В этой работе унитарная S-матрица записывается в виде

$$\hat{S}(E) = I + (e^{2i\delta(E)} - I)\hat{P}(E), \qquad (15)$$

где $\delta(E)$-фаза одноканального рассеяния, $\hat{P}$ – действительная матрица проектирования ($\hat{P}^2 = \hat{P}$, $\mathrm{Sp}\,\hat{P} = 1$). Такая параметризация отвечает так называемому "ньютоновскому" случаю полной корреляции между амплитудами распада всех резонансов; при этом ранг T-матрицы равен единице. Данный режим ранее уже обсуждался в литературе и был отвергнут в связи с тем, что в противоречии с экспериментом при большом числе каналов он приводит к сечениям, очень малым по сравнению с геометрическим значением πR^2 [8,9]. Можно показать, что если ранг T-матрицы равен m ($1 \leq m \leq n$), то, – при условии $\Gamma/mD >> 1$, – m собственных значений матрицы $\langle \hat{S}(E) \rangle$ равны нулю, а остальные – единице, и таким образом выполняется равенство $\sum_{i=1}^{n} (1 - \mathrm{Re}\langle S_{ii}(E)\rangle) = m$. С учетом этого второе правило сумм (4) дает

$$\bar{\tau}(max) \geqslant \frac{\pi\hbar}{mD} >> \frac{\hbar}{\Gamma}, \quad \bar{\tau}(min) \leqslant \frac{\pi\hbar}{mD}.$$

Следовательно, если все времена $\bar{\tau}_i$ одинаковы, они принимают значение $\pi\hbar/mD$, которое при $m = n$ совпадает с (1), а при $m = 1$ – с результатом [12]. Однако реализация моделей, соответствующих рангам $m < n$, представляется нам маловероятной (сечение поглощения в таких моделях имеет величину порядка $\pi R^2 \frac{m}{n} < \pi R^2$).

Автор глубоко благодарен М.И.Подгорецкому за обсуждение и ценные советы.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступила в редакцию
23 апреля 1978 г.

Литература

[1] С.А.Карамян, Ю.В.Меликов, А.Ф.Тулинов. ЭЧАЯ, 4, 456, 1973.

[2] В.Г.Барышевский, В.И.Ткачева. Доклады АН БССР, 22, 29, 1978.

[3] В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 24, 214, 1976.

[4] Г.И.Копылов, В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий. Сообщения ОИЯИ Р2-9688, Дубна, 1976.

[5] В.Л.Любошиц. ЯФ, 27, 948, 1978; ОИЯИ, Р4-10618, Дубна, 1977.

[6] V.L.Lyuboshitz. Phys.Lett., 72B, 41, 1977.

[7] M.Simonius. Phys. Lett., 52B, 279, 1974.

[8] R.G.Thomas. Phys. Rev., 97, 224, 1955.

[9] А.Лейн, Р.Томас. Теория ядерных реакций при низких энергиях, ИИЛ, М., гл. II, 1960.

[10] T.Ohmura. Progr. Theoret. Phys., 29, 108, 1964.

[11] F.L.Friedman, V.P.Weiskopf. Сб. Niels Bohr and Development of Physics, London, 1955, p.134 (см. перевод Нильс Бор и развитие физики, М., ИИЛ, 1958).

[12] А.И.Базь. Письма в ЖЭТФ, 27, 142, 1978.