Письма в ЖЭТФ, том 31, вып. 3, стр. 165 – 168 *5 февраля 1980 г.*

ВЕЕРНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И АНОМАЛЬНЫЙ НАГРЕВ ИОНОВ

В.В.Параил, О.П.Погуце

В работе рассмотрен механизм аномального нагрева ионов, наблюдаемого на токамаках в режимах с умеренной плотностью.

Как известно [1] в токамаках режимы с умеренной плотностью ($n_e \lesssim 10^{13}$ см$^{-3}$), как правило сопровождаются развитием так называемой "веерной" неустойчивости, проявляющейся в периодических изменениях макроскопических характеристик плазмы. Причиной развития неустойчивости являются убегающие электроны, приводящие в определенных условиях к раскачке замагниченных ленгмюровских колебаний на аномальном эффекте Допплера [2]. Развитая к настоящему времени теория [3] позволила самосогласованно описать основные экспериментально наблюдаемые проявления этой неустойчивости, исключая аномальный нагрев ионов. Напомним, что как было показано в экспериментах, каждый всплеск неустойчивости сопровождается интенсивным нагревом ионов, причем количество энергии, передаваемое ионам, сравнимо с приращением поперечной энергии электронов пучка.

Известно, что "веерная" неустойчивость приводит к возбуждению высокочастотных колебаний с $\omega \lesssim \omega_{pe}$, непосредственно с ионами не взаимодействующих. Следовательно, энергия колебаний может передаваться ионам лишь за счет нелинейных процессов, приводящих к перекачке энергии волн в область частот порядка ω_{pi}. Прежде всего оценим, какая доля энергии пучка передается колебаниям. Поскольку при развороте в пространстве скоростей каждая частица теряет энергию $\Delta\epsilon \sim \frac{\omega}{\omega_{Be}}\epsilon$ [2], то в каждом всплеске неустойчивости колебаниям передается энергия $W \lesssim \frac{\omega_{pe}}{\omega_{Be}} E_b$. Если учесть, что в разрядах с "веерной" неустойчивостью как правило $E_b \sim n_e T_e$, то получим следующую оценку $\dfrac{W}{n_e T_e} \lesssim \dfrac{\omega_{pe}}{\omega_{Be}} \lesssim 1$. Ясно, что в этих условиях нелинейные эффекты могут играть существенную роль. Ниже мы рассмотрим лишь один (наиболее низкопороговый по $W/n_e T_e$) нелинейный механизм — индуцированное рассеяние ленгмюровских волн на ионах [4]. В каждом акте индуцированного рассеяния частота волны меняется на величину $\Delta\omega \lesssim \omega_{pi} \ll \omega_{pe}$; энергия $\hbar\Delta\omega$ передается резонансным ионам. Следовательно, ленгмюровская волна должна испытать $N \sim \omega/\Delta\omega$ актов рассеяния, чтобы передать ионам значительную часть своей энергии.

Одновременно волна теряет энергию за счет затухания Ландау и электрон-ионных столкновений. Эта энергия идет на нагрев электронной компоненты. Эффективность ионов будет естественно тем выше, чем больше скорость нелинейного процесса рассеяния (пропорционального плотности энергии волн $W/n_e T_e$). Количественно процесс индуцированного рассеяния описывается следующей системой интегро-дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial n_{\mathbf{k}}}{\partial t} + \gamma_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} = \int d\mathbf{k}' T_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} n_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}'}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \gamma_e n_e = \Gamma n_e - n_e \int d\mathbf{k}' T_{e\mathbf{k}'} n_{\mathbf{k}'} . \tag{2}$$

Здесь $n_{\mathbf{k}}$ — спектральная плотность числа квантов ленгмюровских волн, рождающихся в процессе нелинейной перекачки, n_e — плотность числа квантов "первичных" волн, возбуждаемых неустойчивостью; $\gamma_{\mathbf{k}}$ — линейный декремент затухания ленгмюровских волн, $\Gamma \sim \dfrac{\omega_{pe}^2}{\omega_{Be}} \dfrac{n_b}{n_e}$ — инкремент раскачки первичных ленгмюровских волн, $T_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ — матричный элемент нелинейного взаимодействия.

Ниже для упрощения будем считать, что пучок возбуждает монохроматический по ω и k пучок волн, так что: $Nn_e = N_e \delta(\omega - \omega_0) \dfrac{\delta(k - k_0)}{2\pi k^2}$; по порядку величины это не меняет результатов. Кроме того, систему (1) — (2) можно упростить, считая что в каждом акте рассеяния частота волны меняется незначительно. Это позволяет в (1) перейти к дифференциальному приближению:

$$\frac{\partial}{\partial t} n(x, k) + \gamma_k n(x, k) = \int 2\pi k'^2 dk' T_{kk'} (\Delta x)^2 n(x, k) \frac{\partial}{\partial x} n(x, k') + \\ + \Delta x T_{kk'} n(x_0) N_e \delta(x - x_0), \tag{3}$$

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = \Gamma N_e - \gamma_e N_e - \Delta x \int 2\pi k'^2 dk' n(k', x_0) N_e T_{kk'}(x_0), \tag{4}$$

где $x = \dfrac{\omega}{\omega_{pe}}$; $\Delta x \approx \dfrac{kv_{Ti}}{\omega_{pe}} \lesssim \dfrac{\omega_{pi}}{\omega_{pe}}$ — характерный шаг спектральной перекачки. В дальнейшем нам не понадобится явный вид матричного элемента $T_{kk'}$. Отметим лишь следующее. Проведенные в работах [4, 5] аналитические и численные расчеты показали, что процесс спектральной перекачки, описываемый системой (3) — (4), быстро приводит к образованию узкого по k с $k \approx k_m$ спектра, причем характерная величина k_m такая, что основной вклад в затухание "вторичных" ленгмюровских волн вносят электрон-ионные столкновения, а не затухание Ландау. Поэтому ниже мы будем считать, что $n(x, k) = n(x)\dfrac{\delta(k - k_m)}{2\pi k^2}$ и $\gamma_k \approx \nu_{ei}$.

Оказывается также, что $T_{kk'}$ слабо зависит от x. В этом случае система (3) — (4) может быть переписана следующим образом:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nu_{ei}\, n + T_0 (\Delta x)^2 n \frac{\partial n}{\partial x} + T_0 \Delta x n\, N_e \delta(x - x_0), \tag{5}$$

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = (\Gamma - \nu_{ei})\, N_e - T_0 \Delta x N_e n(x_0). \tag{6}$$

Система (5) — (6) адекватно описывает поведение ленгмюровских волн. При $t\Gamma >> 1$ можно считать, что $\partial N_e/\partial t = 0$; тогда из (6) следует

$$n(x_0) \equiv n_0 = \frac{\Gamma - \nu_{ei}}{T_0 \Delta x}. \tag{7}$$

Проинтегрируем теперь (5) по x по узкому слою вблизи $x = x_0$; с учетом того, что $n(x_0 + \delta) \equiv 0$ получим:

$$N_e = n_0 \Delta x = \frac{\Gamma - \nu_{ei}}{T_0}, \tag{8}$$

Значение (7) служит граничным условием для уравнения (5). Предположим сначала, что диссипация мала. В этом случае уравнение (5) описывает опрокидывание волны, поскольку оно полностью аналогично нелинейному уравнению движения жидкости. Поскольку характерное время укручения волны $\tau_1 \sim (T_0 \Delta x n_0)^{-1}$ много меньше времени τ_2 прохождения волной расстояния $x \sim x_0$ (за это время частота волны меняется до ω_{pi}) $\tau_2 \sim \tau_1/\Delta x$, мы можем сразу искать решение в области в виде ступеньки:

$$n(x) = n_0\,\theta(x - x_ф(t)) = n_0 \times \begin{cases} 1 \text{ при } x > x_ф \\ 0 \text{ при } x \leqslant x_ф \end{cases}. \tag{9}$$

Для нахождения зависимости от времени координаты фронта $x_ф$ проинтегрируем (5) по x от $x_1 = 0$ до $x_2 = x_о + \delta$:

$$x_ф = x_о - \frac{T_о (\Delta x)^2 n_о}{2} t = x_о - \frac{(\Gamma - \nu_{ei}) \Delta x}{2} t . \tag{10}$$

Следовательно через время $\tau \sim \tau_2 \approx 5\omega_{pe}/(\Gamma - \nu_{ei})\omega_{pi}$ "первичная" ленгмюровская волна, возбуждаемая пучком, уменьшит свою частоту до значения $\omega << \omega_о$, т. е. передаст существенную часть своей энергии ионам. Отметим сразу, что величина τ_2 не зависит от величины матричного элемента $T_{kk'}$.

Оценим теперь количество энергии, теряемое волной за счет электрон-ионных столкновений. Считая, что столкновения уносят малую долю энергии (это предположение подтверждается результатом), из (5) можно получить:

$$\frac{(\Delta W)_{\nu_{ei}}}{W(x_о)} \approx \frac{\nu_{ei}}{\Gamma - \nu_{ei}} \frac{5\omega_{pe}}{\omega_{pi}} . \tag{11}$$

В реальных условиях эксперимента величина $\dfrac{(\Delta W)_{\nu_{ei}}}{W(x_о)} \lesssim 10^{-2}$. Это позволяет сделать вывод о том, что практически вся энергия колебаний, возбуждаемых "веерной" неустойчивостью, идет на нагрев резонансных ионов. Как отмечалось выше, $W \sim E_b\, \omega_{pe}/\omega_{Be}$, так что на нагрев ионов идет доля $\sim \omega_{pe}/\omega_{Be}$ от полной энергии пучка, что и наблюдается на эксперименте.

Поступила в редакцию
7 декабря 1979 г.

Литература

[1] В.В.Аликаев и др. ЖТФ, **45**, 515, 1975; Equipe TFR. Nucl. Fusion, **16**, 473, 1976.

[2] Б.Б.Кадомцев, О.П.Погуце. ЖЭТФ, **53**, 2025, 1967.

[3] V.V.Parail, O.P.Pogutse. Nucl. Fusion, **18**, 303, 1978.

[4] А.М.Рубенчик, И.Я.Рыбак, Б.И.Стурман. ЖЭТФ, **67**, 1364, 1974.

[5] А.М.Рубенчик, И.Я.Рыбак, Б.И.Стурман. ЖТФ, **46**, 709, 1976.