Письма в ЖЭТФ, том 27, вып. 8, стр. 470 – 473 *20 апреля 1978 г.*

КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ ЯНГ-МИЛЛСОВСКИХ ПОЛЕЙ В СВЕРХПЛОТНОМ ВЕЩЕСТВЕ

А.Д.Линде

Получено точное классическое решение для янг-миллсовского поля в среде в виде стоячей волны с нулевой энергией.

В последнее время стали интенсивно исследоваться свойства сверхплотного вещества, состоящего из элементарных частиц, взаимодействующих согласно единым калибровочным теориям слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий, см., например, [1–3]. Во всех этих работах предполагалось, что вещество находится в газообразном или жидком, но не в кристаллическом состоянии. Единственным исключением является недавняя работа [4], в которой исследовался вопрос о возможности конденсации векторных полей, аналогичной π-мезонной конденсации [5]. Причина столь малого внимания к возможной кристаллизации сверхплотного вещества заключается в том, что в большинстве изученных до сих пор теорий неоднократное состояние сверхплотного вещества, состоящего из ультрарелятивистских частиц, в классическом приближении является энергетически невыгодным, и кристаллизация может осуществиться лишь за счет квантовых поправок.

В настоящей работе будет продемонстрировано, что при переходе к неабелевым калибровочным теориям возможность кристаллизации вещества появляется уже в классическом приближении, и в этом смысле кристаллизация сверхплотного вещества становится скорее правилом чем исключением.

Основная идея работы будет проиллюстрирована на простейшей (хотя и нереалистической) O(3)-симметричной теории янг-миллсовского поля с лагранжианом

$$L = -\frac{1}{4}(G^a_{\mu\nu})^2 \equiv -\frac{1}{4}(\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + e\epsilon^{abc}A^b_\mu A^c_\nu)^2 . \qquad (1)$$

Здесь A^a_μ – триплет безмассовых янг-миллсовских полей, $a = 1, 2, 3$. Введем в рассмотрение также фермионы с ненулевой средней плотностью тока j^a_μ, взаимодействие которых с полем A^a_μ в классическом приближении описывается добавлением к (1) члена $-eJ^a_\mu A^a_\mu$. Пусть ток J^a_μ отличен от нуля лишь для $a = 3$, $\mu = 0$, т. е. имеется ненулевая средняя плотность заряда $J^3_0 \equiv Q$ по отношению к нейтральному векторному полю A^3_μ.

Вообще говоря, в неабелевых теориях ток J^a_μ не сохраняется и физически реализовать указанную ситуацию удается не всегда. В ряде физически интересных случаев, однако, такую ситуацию реализовать возможно; в частности, в модели Вайнберга [6] создав в пространстве некоторую плотность глобально сохраняющегося лептонного заряда по отношению к нейтральному векторному полю Z_μ [7].

Возвращаясь к нашей модельной задаче запишем лагранжиан (1) с учетом взаимодействия поля A^a_μ с фермионами:

$$L = -\frac{1}{4}(G^a_{\mu\nu})^2 - eQA^3_0 . \qquad (2)$$

Нетрудно убедиться, что функция Грина пространственных компонент полей A^1 и A^2 в кулоновской калибровке имеет полюс при $k_0 = 0$, $|\mathbf{k}| = eA^3_0$, т. е. в спектре возбуждений системы имеются состояния, соответствующие стоячей волне янг-миллсовских полей A^1 и A^2 с энергией равной нулю и с длиной волны $(eA^3_0)^{-1}$. Это обстоятельство побуждает искать точные решения лагранжевых уравнений в теории (2) в ви–

де стоячей волны. И действительно, оказывается, что по крайней мере одно такое решение существует и имеет в кулоновской (а также в аксиальной) калибровке следующий вид:

$$A_1^1 = A_1^2 = C \sin kZ\ ,$$

$$A_2^1 = A_2^2 = C \cos kZ\ , \tag{3}$$

$$A_3^a = A_1^3 = A_0^{1,2} = 0\ .$$

Здесь

$$C^2 = \frac{Q}{2\, e\, A_0^3}\ , \qquad k = eA_0^3\ . \tag{4}$$

Это постоянное во времени и периодическое по одной из пространственных координат решение и является фактически одномерным янг-миллсовским кристаллом.

Заметим, что классическое решение (3), (4) может соответствовать стоячей волне произвольной ненулевой амплитуды C. При этом полная энергия системы

$$H = -e^2(A_0^3)^2C^2 + k^2C^2 + eQA_0^3 = eQA_0^3 \tag{5}$$

сводится лишь к энергии внешних токов, т. е. собственная энергия кристалла в классическом приближении равна нулю при любом C.

По этой причине параметры стоячей волны (5) окончательно могут быть определены лишь с учетом квантовых поправок к эффективному лагранжиану (2). Предварительное исследование этого вопроса показывает, что с учетом однопетлевых квантовых поправок энергия кристалла перестает быть нулевой и минимуму энергии отвечают значения

$$A_0^3 \sim C \sim \left(\frac{Q}{e}\right)^{1/3}. \tag{6}$$

Для полного анализа полученных результатов необходимо, однако, тщательное исследование высших порядков теории возмущений. Более того, не исключено, что, как это обычно бывает [8], абсолютному минимуму энергии соответствует не одномерная стоячая волна (3), а трехмерная решетка: мы получили лишь простейшее из решений нелинейных янг-миллсовских уравнений. В любом случае само существование точных периодических решений для полей Янга — Миллса с нулевой энергией типа кристалла (3), (4) представляется довольно неожиданным и интересным фактом. Более подробное обсуждение вопросов, затронутых в данной работе, будет содержаться в отдельной публикации.

В заключение автор пользуется случаем поблагодарить Р.Э.Каллош, Д.А.Киржница, И.В.Криве и Е.М.Чудновского за полезные советы и замечания.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
23 февраля 1978 г.

Литература

[1] D.A.Kirzhnits, A.D.Linde. Ann. Phys., 101, 195, 1976.

[2] T.D.Lee, G.C.Wick. Phys. Rev., D9, 2291, 1974.

[3] A.M.Polyakov. Trieste, preprint IC/77/135, 1977.

[4] A.I.Akhiezer, I.V.Krive, E.M.Chudnovsky. Submitted to Ann. Phys.

[5] А.Б.Мигдал. УФН, 123, 369, 1977.

[6] S.Weinberg. Phys. Rev. Lett., 19, 1264, 1967.

[7] A.D.Linde. Phys. Rev., D14, 3345, 1976; E.M.Chudnovsky, I.V.Krive. Inst. Theor. Phys. Preprint, Kiev, ITP-76-13IE, 1976.

[8] Д.А.Киржниц, Ю.А.Непомнящий. ЖЭТФ, 59, 2203, 1970.