Письма в ЖЭТФ, том. 25, вып. 8, стр. 348 – 351 *20 апреля 1977 г.*

ТОЧНО РАЗРЕШИМАЯ МОДЕЛЬ СПИНОВОГО СТЕКЛА.

Л.А.Пастур, А.Л.Фиготин

Предложена допускающая точное решение модель неупорядоченной спиновой системы с взаимодействием бесконечного радиуса, в которой имеется фазовый переход в состояние спинового стекла и правильное поведение теплоемкости при низких температурах.

Разбавленные растворы атомов переходных металлов (Fe, Co, Mn) в парамагнитных металлах (Cu, Au) на протяжении ряда лет являются объектом экспериментальных и теоретических исследований (см. [1–3] и приведенную там литературу). Эти системы обладают целым рядом интересных свойств среди которых отметим весьма острый пик в графике $\chi(T)$ – магнитной восприимчивости в нулевом поле и линейная зависимость теплоемкости от температуры при $T \to 0$ с коэффициентом, не зависящим от концентрации примесей. Уже довольно давно было понятно, что эти и многие другие свойства указанных растворов обусловлены РККИ (Рудермана – Киттеля – Касуйи – Иосиды) косвенным взаимодействием примесных атомов, осуществляющимся через обмен электронами проводимости матрицы и имеющим вид

$$J(r_{ij})S_i S_j \quad . \qquad J(r) = (k_F r)^{-3} \cos(2k_F r), \tag{1}$$

где S_i – спины примесных атомов, k_F – фермиевский импульс. Быстро осциллирующий и слабо убывающий характер (1), а также хаотичность расположения примесей приводят, при достаточно низких температурах, к "замерзанию" их спинов в случайных направлениях, которое и сопровождается увеличением X. Возникающая при этом магнитная структура называется спиновым стеклом. Она представляет собой "конгломерат" блоков сравнительно мало разориентированных спинов, общая ориентация, которых, однако, меняется от блока к блоку таким образом, что макроскопический момент системы оказывается равным нулю. В [1] было предложено рассматривать такое "замерзание" спинов как некоторый фазовый переход. Но поскольку неясно, как решать статфизическую задачу, отвечающую взаимодействию (1), то в [1] было предложено заменить $J(r_{ij})$ на независимые гауссовские случайные величины J_{ij} с нулевым средним ($\langle J_{ij} \rangle = 0$), что по мысли авторов [1] должно моделировать быстрые осцилляции (1). Согласно [1] такая модель в приближении самосогласованного поля имеет фазовый переход, сопровождающийся изломом в $X(T)$, который авторы и интерпретируют как переход в состояние спинового стекла. В [2] была предпринята попытка придать результатам из [1] асимптотически точный смысл путем введения перед J_{ij} множителя $N^{-1/2}$ по аналогии с теорией Кюри – Вейсса (N – полное число узлов). Однако вычисления в [2] по-видимому некорректны, поскольку, как отмечают сами авторы, дают отрицательную при $T \to 0$ энтропию.

В настоящей работе предлагается другая асимптотически точная при $N \to \infty$ модель, в которой случайные обменные интегралы J_{ij} таковы:

$$J_{ij} \cong -N^{-1} \sum_{1}^{n_1} f_k a_i^{(k)} a_j^{(k)} + N^{-1} \sum_{1}^{n_2} a_k a_i^{(k+n_1)} a_j^{(k+n_1)}, \quad (2)$$

где n_1 и n_2 – фиксированные числа, задающие количество отрицательно определенных (ферромагнитных) и положительно определенных (антиферромагнитных) гармоник во взаимодействии J_{ij}, f_k и a_k – положительные параметры (константы связи), $a_i^{(k)}$ – случайные и вообще говоря статистически зависимые величины, совместное распределение которых инвариантно относительно замены $a_i^{(k)} \to a_{i+l}^{(k)}$ и такие, что статистические корреляции между ними исчезают при $|i-j| \to \infty$.

Применяя метод, обобщающий развитый в [4], можно показать, что при $N \to \infty$ в каждой фиксированной реализации величин $a_i^{(k)}$ свободная энергия, отвечающая взаимодействию (2), стремится к неслучайному пределу, равному

$$f = \min_{\{\mathbf{F}_k\}} \max_{\{\mathbf{A}_k\}} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{1}^{n_1} f_k \mathbf{F}_k^2 - \frac{1}{2} \sum_{1}^{n_2} a_k \mathbf{A}_k^2 + \langle \phi(|\vec{\gamma}|) \rangle \right\}, \quad (3)$$

где

$$\vec{\gamma} = \sum_{1}^{n_1} f_k \mathbf{F}_k a_i^{(k)} - \sum_{1}^{n_2} a_k \mathbf{A}_k a_i^{(k+n_1)} + \mathbf{h},$$

а $\mathbf{F}_k$ и $\mathbf{A}_k$ – D-мерные векторы (параметры порядка), $\mathbf{h}$ – внешнее поле, $\phi(|\vec{\gamma}|)$ – свободная энергия одного спина в поле $\vec{\gamma}$, равная $-\beta^{-1} \times \ln\{2\,\mathrm{ch}\,\beta\gamma\}$ в модели Изинга ($D=1$), $-\beta^{-1}\ln\{\mathrm{sh}\,\beta\gamma/\beta\gamma\}$ в классической модели Гейзенберга ($D=3$), $-\beta^{-1}\left\{\mathrm{sh}\,\beta\gamma(s+\tfrac{1}{2})/\mathrm{sh}\,\beta\gamma/2\right\}$ в квантовой модели Гейзенберга со спином s, β – обратная температура.

Рассмотрим некоторые частные случаи (3), предполагая, что плотность вероятностей $p(a)$ каждой $a_i^{(k)}$ имеет вид

$$p(a) = (1-c)\delta(a) + cq(a), \quad (4)$$

где $q(a) \geqslant 0$, $\int q(a)da = 1$. Этот вид $p(a)$ отвечает тому, что если c – концентрация примесей, то каждая из них может с вероятностью c или $1-c$ находиться или отсутствовать в любом из узлов решетки. Тем самым в теорию вводится зависимость от концентрации примесей, отсутствовавшая в [1 – 2].

Пусть в (3) только $f_1 \equiv J \neq 0$, т. е. $n_1 = 1$, $n_2 = 0$. Тогда, если $\langle a \rangle \neq 0$ то мы прийдем к теории, аналогичной теории молекулярного поля с пропорциональной концентрации критической температурой $T_c = cJ\langle a^2\rangle_q, \langle a^e\rangle_q = \int a^e q da$, отличной от нуля при $T < T_c$ спонтанной намагниченностью и обычным поведением $\chi(T)$ при $T \to T_c \pm 0$: $\chi \approx \langle a\rangle^2[\langle a^2\rangle |T - T_c| A_\pm]^{-1}$, причем в модели Изинга и квантовой модели Гейзенберга $A_+ = A_- \cdot 2 = 1$ (ср. с [5]). Это – неупорядоченный ферромагнетик (НФ). Если же $q(a)$ в (4) – четная функция, то спонтанная намагниченность равна нулю и при $T < T_c$, $X(T)$ в точке $T = T_c$ непрерывна, но имеет излом. Это – спиновое стекло. Величина излома в $X(T)$ зависящая от вида ϕ (γ), а также некоторые другие характеристики рассматриваемых моделей приведены в таблице, где $a_l \equiv \langle a^l \rangle = c\langle a^l \rangle_q$, $\Delta\chi' = \chi'(T_c + 0) - \chi'(T_c - 0)$. Из нее видно, что при $T \sim T_c$ все модели ведут себя качественно одинаково, а наблюдаемый при низких температурах линейный ход теплоемкости с не зависящим от концентрации наклоном имеется в модели Изинга (здесь $C(T)T^{-1} \approx \pi^2 q(0)/12J^2\langle|a|\rangle_q$ при $T \to 0$) и в квантовых моделях.

Величина	T_c	$\chi'(T_c + 0)$	$\Delta\chi'(T_c)$	$C(T)$, $T \ll T_c$
Классич. модель D – размерность единичного вектора спина	$\dfrac{Ja_2}{D}$	$-\dfrac{Dc}{J^2 a_2^2}$	$-\dfrac{3Dc}{J^2 a_4}$	$C(T) \approx c\dfrac{D-1}{2}$
Квантовая модель s – величина спина	$\dfrac{Js(s+1)a_2}{3}$	$\dfrac{-3c}{J^2 s(s+1)a_2^2}$	$\dfrac{-9c}{J^2 s(s+1)a_4}$	$\dfrac{C(T)T^{-1} \approx 2\pi^2 q(0)}{3J^2\langle|a|\rangle_q(2s+1)}$

Опишем кратко еще случай $n = n_1 + n_2 = 2$[1]. а) $n_1 = 2$, $n_2 = 0$. Имеется два фазовых перехода. Если случайная величина $a^{(1)}$ распределена несимметрично, то при первом переходе парамагнитное состояние сменяется состоянием НФ, а второй переход имеет характер $НФ_1 \to НФ_2$, т. е. из одной фазы типа неупорядоченного ферромагнетика в другую того же типа. Если же $a_i^{(1)}$ симметричны, то при первом переходе парамагнитное состояние сменяется состоянием СС, а второй имеет тип СС $\to$ НФ, если $a_i^{(2)}$ несимметричны и тип $СС_1 \to СС_2$, если $a_i^{(2)}$ симметричны. Поведение термодинамических величин в окрестности обеих критических температур качественно такое же как в рассмотренном выше случае $n_1 = 1$, $n_2 = 0$. б) $n_1 = n_2 = 1$. В нулевом поле модель ведет себя так как при $n_1 = 1$, $n_2 = 0$. в) $n_1 = 0$, $n_2 = 2$. Модель совпадает с системой невзаимодействующих спинов.

Полученные выше результаты могут быть также использованы для описания неупорядоченных систем, в которых роль спинов играют электрические дипольные моменты (о таких системах см., например, [7]).

В заключение мы благодарим В.А.Слюсарева за интересные обсуждения.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
17 февраля 1977 г.

[1] Во время подготовки работы к печати авторам стала известна статья [6], в которой рассмотрен частный случай этой модели, когда $a_i^{(1)}$ и $a_i^{(2)}$ принимают по два специально выбранных значения. Метод [6] принципиально иной и не позволят рассматривать распределения вида (4).

Литература

[1] S.F.Edwards, P.W.Anderson. J. of Phys., F5, 965, 1975.

[2] D.Sherrington, S.Kirkpatrick. Phys. Rev. Lett., 35, 1792, 1975.

[3] M.W.Klein, R.Brout.. Phys. Rev., 132, 2412, 1968.

[4] Н.Н.Боголюбов. Метод исследования гамильтонианов. М., изд. Наука, 1974.

[5] Г.Стенли. Фазовые переходы и критические явления, М., изд. Мир, 1973.

[6] J.M.Luttinger. Phys. Rev. Lett., 37, 778, 1976.

[7] B.Fisher, M.Klein. Phys. Rev. Lett., 37, 757, 1976.