Письма в ЖЭТФ, том 25, вып. 9, стр. 438 – 442 *5 мая 1977 г.*

СОЛИТОНЫ В СИСТЕМЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДЕННЫХ ВОЛН

А.Е.Боровик

Показано, что в системе параметрически возбужденных спиновых волн при определенных условиях могут возбуждаться устойчивые нелинейные уединенные волны (солитоны). Возбуждение таких солитонов может привести к возникновению на кривой зависимости поглощения энергии системой от времени всплесков, повторяющихся через строго одинаковые промежутки времени.

В условиях параметрического возбуждения спиновых волн возможна такая ситуация, когда порог возбуждения минимален для одной единственной пары спиновых волн, с некоторым волновым вектором $\mathbf{k}_o$. При этом в среде возбуждаются узкие в k-пространстве пакеты:

$$a(\mathbf{k}) = A(k - k_o)\exp(-i\omega_p t/2) \tag{1}$$

(ω_p – частота внешнего высокочастотного поля амплитуды h).

Наличие малого параметра – ширина пакета – позволяет редуцировать исходные динамические уравнения для классической амплитуды спиновой волны $a(\mathbf{k})$, переписав его на языке огибающих $A(x)$ – фурье-компоненты $A(\mathbf{k})$. Такие редуцированные уравнения впревые были выписаны в работе [1], в которой подробно исследованы различные стационарные пространственно неоднородные решения этих уравнений для случая, когда однородное стационарное решение неустойчиво[1]. Оказалось, что все стационарные пространственно неоднородные решения уравнений неустойчивы с инкрементом, бо́льшим, чем у однородного решения, и, следовательно, запороговое состояние системы параметрически возбужденных спиновых волн существенно нестационарно. У ряда веществ (например, [3]), параметры взаимодействия спиновых волн T и S таковы, что состояние кристалла, соответствующее возбуждению плоской волны (однородные решения), является устойчивым. Как будет показано ниже, в этом случае в среде могут возбуждаться плоские спиновые волны с медленно изменяющейся в пространстве амплитудой (пространственно-неоднородные решения). Эти решения являются устойчивыми, и наличие их приводит к интересным физическим следствиям. В частности, рассмотрением таких неоднородных состояний вдоль кристалла можно объяснить необычную зависимость от времени мощности поглощаемой магнетиком, о наблюдениях которой сообщается в [3].

Ограничиваясь рассмотрением только одномерных движений, запишем редуцированное уравнение движения для комплексной огибающей $A(x)$ [1]

$$i\left(\frac{\partial}{\partial t}+\gamma\right)A-hVA^{*}=-L^{2}\frac{\partial^{2}A}{\partial x^{2}}+[\omega_{k_0}-\omega_{p/2}+T|A|^{2}+2S|A|^{2}]A \tag{2}$$

ω_{k_0} – частота спиновой волны с волновым ветором $\mathbf{k}_0$, определяемом законом дисперсии, γ – феноменологическое затухание, L^2 – константа неоднородного обменного взаимодействия: V – взаимодействие с переменным полем спиновых волн с волновым вектором $\mathbf{k}_0$. Два тривиальных неоднородных решения (2) имеют вид

$$A=\pm a_0\exp(i\,\Phi_0);\qquad \gamma/hV=\sin 2\Phi_0;\quad a_0=\{(1-\gamma^2/h^2V^2)/2S\}^{1/2}$$

$$\omega_{k_0}=\omega_{p/2}-Ta_0^2. \tag{3}$$

Если $S>0$ и $2S+T>0$, то однородное решение устойчиво относительно возмущений $a\sim\exp(\nu t+i\vec{k}\mathbf{r})$.

---

[1] Здесь и всюду в дальнейшем под задачей на устойчивость мы будем подразумевать исследование "внутренней" [2] устойчивости различных состояний системы параметрически возбужденных волн, иными словами устойчивости по отношению к возмущениям амплитуд и фаз уже имеющихся спиновых волн.

Уравнение (3), кроме однородного решения (3) имеет также пространственно-неоднородные стационарные решения вида

$$A = a(x)\exp(i\Phi_0). \tag{4}$$

Стационарные решения из класса (4) могут быть периодическими

$$a(x) = c(1+c^2)^{-1/2}\,\mathrm{sn}\{xa_0(2S+T)^{1/2}L^{-1}(1+c^2)^{-1/2},\ c\}, \tag{5}$$

где c – константа интегрирования, вторая константа выбрана так, чтобы $a(0) = 0$, $\mathrm{sn}(\ldots, c)$ – эллиптический синус с модулем c. Период этих решений $\tau = (4L/a_0)(1+c^2)^{1/2}(2S+T)^{1/2}K(c)$, где $K(c)$ – полный эллиптический интеграл первого рода.

Если константу c выбрать таким образом, что при $|a| = a_0\ \partial a/\partial x = 0$, то получим существенно непериодическое решение

$$a(x) = -a_0\,\mathrm{th}(x/l), \qquad l = La_0^{-1}(2S+T)^{-1/2}. \tag{6}$$

Решение (6) в асимптотиках $|x| \to \infty$ переходит в однородное решение (3) и представляет собой фактически конечную область неоднородностей в системе, в чем по своей структуре аналогично межфазной границе.

Отметим, что это новое состояние удовлетворяет такому же соотношению энергетического баланса $\gamma/hV = \sin 2\Phi_0$, как и однородное состояние (3). Следовательно, при измерениях поглощения энергии кристаллом мы можем зарегистрировать только момент возбуждения пространственно-неоднородного состояния по появлению в некоторый момент времени всплеска, площадь которого соответствует энергии пространственно-неоднородного состояния

$$E = LS\,2^{1/2}(2S+T)^{1/2}(1-\gamma^2/h^2V^2)^{-1/2}. \tag{7}$$

Если рассматриваемая система обладает какой-либо слабой неоднородностью, то пространственно- неоднородное состояние кристалла (6) окажется в эффективном внешнем поле, определяемом степенью и характером неоднородности. Центр переходного слоя начнет перемещаться вдоль кристалла, причем структура пакета изменится незначительно в меру малости неоднородности параметров системы. Иными словами, мы можем искать решение уравнения (3) в виде

$$A = a(x - x_0(t))\exp(i\Phi_0) + a(t, x), \tag{8}$$

где x_0 – константа интегрирования, которую мы раньше приняли равной нулю, теперь уже будет зависеть от времени.

Полагая для определенности, что неоднородным параметром является амплитуда внешнего высокочастотного поля $\widetilde{h} = h(1+\phi(x))$ будем считать, что производные по времени, ϕ, a – величины одного порядка малости. После линеаризации получим

$$\hat{\mathcal{L}}^{(1)}_{\mu\nu} a^{\nu} = F_{\mu} \qquad (\mu, \nu = 1, 2), \tag{9}$$

где

$$\hat{\mathcal{L}}^{(1)}_{11} = \hat{\mathcal{L}}^{(1)*}_{22} = -L^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - T a_o^2 + 2(2S + T) a_o^2 \operatorname{th}^2\left(\frac{x - x_o}{l}\right) - i\gamma,$$

$$\hat{\mathcal{L}}^{(1)}_{12} = \hat{\mathcal{L}}^{(1)*}_{21} = (2S + T) a_o^2 \exp(i\Phi_o) \operatorname{th}^2\left(\frac{x - x_o}{l}\right) + hV, \tag{10}$$

$$F_1 = F_2 = -i(a_o/l)\operatorname{ch}^{-2}\left(\frac{x - x_o}{l}\right) \exp(-i\Phi_o) \frac{\partial x_o}{\partial t} - hVa_o \exp(i\Phi_o)\, \phi(x) \operatorname{th}\left(\frac{x - x_o}{l}\right).$$

Зная решение однородного уравнения $\hat{\mathcal{L}}^{1)*} a^{(o)} = 0$, имеющего вид

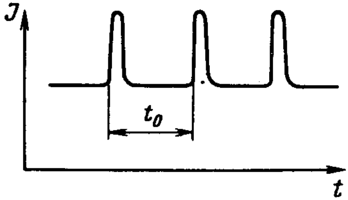
$$a^{(o)} = \operatorname{ch}^{-2} \frac{x - x_o}{l} \begin{pmatrix} \exp(-i\Phi_o) \\ \exp(i\Phi_o) \end{pmatrix} \tag{11}$$

легко получить уравнения движения для координаты центра неоднородности исследуемого состояния, которое является просто условием разрешимости неоднородного уравнения (9) с учетом медленности изменения ϕ

$$\frac{\partial x_o}{\partial t} = -\left(\frac{3}{4}\right) \frac{h^2 V^2 l^2}{\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial x}. \tag{12}$$

Таким образом, наличие каких-либо неоднородностей в системе приводит к тому, что в кристалле возбуждаются движущиеся пространственно-неоднородные состояния – солитоны.

Возможность возбуждения таких движущихся областей неоднородностей приводит к следующей физической картине. Очевидно, что в кристалле должна иметься точка, которая соответствует центру того пространственно-неоднородного состояния, возбуждение которого наиболее вероятно (скорее всего это будет просто граница кристалла). Момент возбуждения солитона, как указывалось выше, будет отмечен всплеском на кривой зависимости поглощаемой мощности от времени. Затем область неоднородности будет распространяться вдоль кристалла, и в течение этого времени уровень поглощаемой мощности будет таким же, как и у однородного стационарного состояния. По истечении времени $t_o = D(\partial x_o/\partial t)^{-1}$ (D – соответствующий размер кристалла) область неоднородности выйдет из образца и в этот момент времени в той же точке, что и первая, возбудится новая область неоднородности, которая, в свою очередь, будет двигаться по образцу. Таким образом, мы должны получить на эксперименте повторяющиеся строго через одинаковые промежутки времени всплески поглощаемой мощности, или следующую картинку,



которая наблюдалась в экспериментах Прозоровой и Котюжанского [3].

В заключение автор пользуется возможностью выразить благодарность А.М.Кадигробову за обсуждение постановки задачи, а также Л.П.Питаевскому, М.И.Каганову, А.С.Михайлову, А.С.Боровику-Романову и Л.А.Прозоровой за обсуждение результатов работы.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
1 апреля 1977 г.

Литература

[1] В.С.Львов, А.М.Рубенчик. Препринт ИЯФ СОАН СССР 1-72, 1972.

[2] В.Е.Захаров, В.С.Львов, С.С.Старобинец. УФН, 114, 609, 1974.

[3] А.Л.Прозорова, Б.Я.Котюжанский. Письма в ЖЭТФ, данный номер, стр. 412