

К ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ В ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МОСТИКОВ

А.Н.Омельянчук, И.О.Кулик, Р.Н.Шехтер

Приведено строгое решение задачи об электропроводности нормальных контактов типа сужения в пределе $a \ll l$ (a – радиус контакта, l – длина свободного пробега). Определены распределение электрического поля в области сужения и нелинейные особенности на вольт-амперной характеристике в области энергий порядка энергии дебаевских фононов и энергии Ферми. Отмечена аналогия в свойствах чистых микромостиков и туннельных переходов.

В экспериментах [1 – 2] было показано, что исследование электропроводности микроскопических точечных контактов позволяет изучать электрон-фононное взаимодействие в нормальных металлах, а именно, восстанавливать вид функции $\alpha^2(\omega) F(\omega)$, равной произведению плотности фононных состояний на квадрат матричного элемента электрон-фононного взаимодействия. Качественная интерпретация возникающих в контакте явлений сравнительно проста. В то же время количественная расшифровка экспериментальных данных требует знания пространственного распределения возникающих в сужении электрических полей и вида неравновесной, также сильно неоднородной, функции распределения. Возникает вопрос, в какой степени наблюдаемые характеристики зависят от конкретной геометрии сужения, которая в большинстве случаев точно неизвестна. Все это вызывает необходимость создания количественной теории, учитывающей пространственную неоднородность задачи.

Рассмотрим в качестве модели мостика отверстие радиуса a в непроницаемой перегородке Σ (плоскость $z = 0$), разделяющей два мас-

сивных металлических полупространства (рис. 1). При условии $l \gg a$ необходимо решить кинетическое уравнение для функции распределения $f(\mathbf{p}, \mathbf{r})$

$$v \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0. \quad (1)$$

Вдали от сужения функция распределения является равновесной $f = f_0(\epsilon_p)$. Распределение поля $\mathbf{E} = -\nabla\Phi$ находим из условия электро-нейтральности

$$e \int d\tau_p [f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) - f_0(\epsilon_p)] = 0 \quad (2)$$

при учете граничного условия $\Phi = \pm V/2$ на бесконечности ($z \rightarrow \pm\infty$). V — разность потенциалов между берегами мостика. Решение уравнения первого порядка (1) находим методом характеристик $f = F(\epsilon_p - e \int \mathbf{E} d\mathbf{l})$,
L

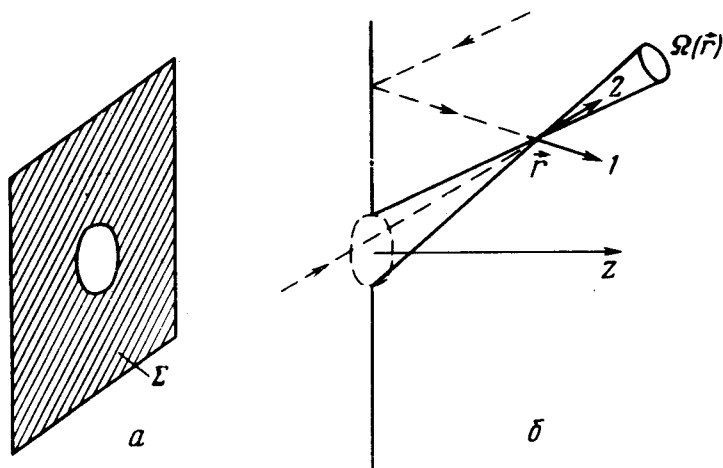


Рис. 1. Схема сужения (а) и траектории электронов вблизи отверстия (б). Траектории типа 1 соответствуют электронам, приходящим в точку \mathbf{r} из области $z = +\infty$ ($\eta = -1$), траектории 2 — из области $z = -\infty$ ($\eta = +1$)

где интеграл берется по траектории электрона L . Удовлетворяющее необходимым условиям решение имеет вид

$$f = f_0(\epsilon_p + e\Phi(\mathbf{r}) + \frac{eV}{2} \eta(\mathbf{p}, \mathbf{r})), \quad (3)$$

где функция $\eta(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ есть¹⁾

¹⁾ Это выражение справедливо в слабых полях $eV < \epsilon_F$. В сильном поле происходит искривление траекторий, что аналогично изменению формы барьера приложенным напряжением в туннельном переходе. Однако этот эффект не оказывает определяющего влияния на формирование нелинейной вольт-амперной характеристики (ВАХ) мостика (см. ниже).

$$\eta = \begin{cases} +1 & \text{при } v \in \Omega(\mathbf{r}) \\ -1 & \text{при } v \notin \Omega(\mathbf{r}) \end{cases}.$$

Здесь $\Omega(\mathbf{r})$ – элемент телесного угла, под которым видно отверстие из точки \mathbf{r} (см. рис. 1). В плоскости отверстия из симметрии задачи получаем $\Phi = 0$, и функция (3) принимает вид

$$f = f_0 \left(\epsilon_p + \frac{eV}{2} \text{sign } v_z \right). \quad (4)$$

Плотность тока дается соотношением $\mathbf{j} = 2e \int d\mathbf{r}_p v f$. Подставляя сюда выражение (4), получим полный ток

$$I = 2eS \int_{(v_z > 0)} dS_F \frac{v_z}{v_l} \int d\epsilon_p \left[f_0 \left(\epsilon_p - \frac{eV}{2} \right) - f_0 \left(\epsilon_p + \frac{eV}{2} \right) \right], \quad (5)$$

где S – площадь отверстия. Интеграл берется по части ферми-поверхности, на которой $v_z > 0$.

При малых V выражение (5) дает закон Ома $I = V/R_0$, где величина сопротивления

$$\frac{1}{R_0} = \frac{e^2 S S_F}{(2\pi\hbar)^3} \langle \cos \theta \rangle \quad (6)$$

S_F – площадь ферми-поверхности, скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по S_F , $\cos \theta = v_z/v_l$.

Выражение (6) соответствует формуле Шарвина [3], согласно которой величина R_0 равна сопротивлению цилиндра площади S и длины l : $R_0 \sim \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$ при этом R_0 не зависит от l . При квадратичном законе дисперсии (6) переходит в выражение, полученное в работе [4].

Распределение поля $\Phi(\mathbf{r})$ находим, подставляя (3) в (2). При eV , малых по сравнению с ϵ_F , получаем

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{V}{2} \left[1 - \frac{1}{2\pi} \Omega(\mathbf{r}) \right]. \quad (7)$$

Например, на оси симметрии $\Phi(z, \rho = 0) = (V/2)(z/\sqrt{z^2 + a^2})$. Эквипотенциальные поверхности, показанные в сечении на рис. 2, представляют геометрическое место точек, из которых отверстие видно под фиксированным телесным углом Ω . Пунктиром на рис. 2 изображены линии напряженности поля. Поверхность раздела является эквипотенциальной, ее потенциал на соответствующих берегах равен $\pm V/2$. Как видно из решения (7), электрическое поле локализовано в области пространства порядка радиуса сужения a .

Выражения (5), (6), как ясно из их вывода, не зависят от формы сужения. Проведенный расчет относился к случаю зеркального отражения электронов от поверхности, но, поскольку функция распределения (3) является равновесной на Σ , полученное решение справедливо и при диффузном рассеянии.

Формула (5) относится к случаю $l \gg a$ при произвольных V , и это выражение описывает нелинейности вольт-амперной характеристики мостика. Считая для простоты зависимость $\epsilon(p)$ изотропной, получим при учете электрон-фононного взаимодействия в модели Фрелиха [5]

$$\frac{d^2 I}{dV^2} = \frac{e}{2R_0} \sum \left(\frac{p_{1a}}{v_{1a}} - \frac{p_{2a}}{v_{2a}} \right) \left[1 + \int_0^\infty d\omega a^2(\omega) F(\omega) \left(\frac{1}{\omega + \frac{eV}{2}} + \frac{1}{\omega - \frac{eV}{2}} \right) \right]. \quad (8)$$

Здесь $p_{\alpha 1,2}$ — корни уравнения $\epsilon(p) = \epsilon_F \pm eV/2$. Величина $d^2 I / dV^2$ имеет особенности (скачки) при значениях напряжения $eV = 2\epsilon_F$, возникающие за счет первого сомножителя в (8), а также характерное изменение вблизи максимумов функции $a^2(\omega) F(\omega)$ за счет величины в квадратных скобках¹⁾. Последние соответствуют собственно энергетическим поправкам к закону дисперсии электрона при учете его взаимодействия с фононами. При квадратичной дисперсии $p_1/v_1 = p_2/v_2$ (при $eV < 2\epsilon_F$), поэтому такие собственно энергетические поправки (обусловленные виртуальными фононами) равны нулю, а в случае неквадратичного закона дисперсии $\epsilon(p)$ они пропорциональны V , т. е. нечетны по напряжению.

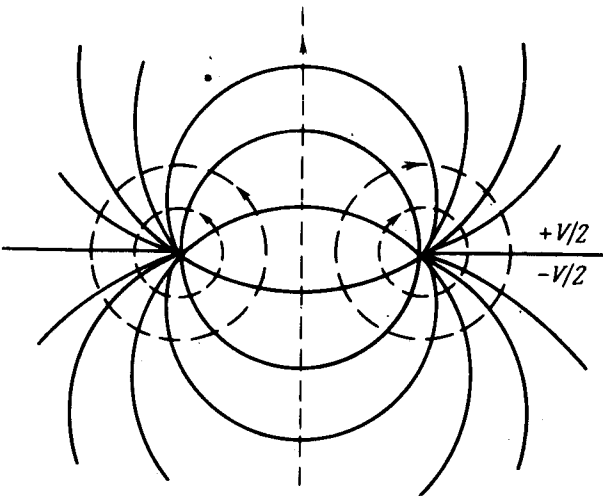


Рис. 2. Распределение электрического поля вблизи отверстия

¹⁾ Нелинейности ВАХ точечного контакта при $eV < \epsilon_F$ обусловлены согласно (8) неквадратичным характером закона дисперсии. При несферической форме ферми-поверхности возникают дополнительные особенности, связанные с топологической структурой изоэнергетических поверхностей и ее изменением с ростом энергии ϵ .

Эти поправки могут быть обнаружены в эксперименте так же, как и нелинейности ВАХ, обусловленные членами a/l (реальными фононами), четными по V [1, 2]. В этом смысле между точечными и туннельными контактами имеется глубокая аналогия. Учитывая оценку времени пробега $\tau \sim \omega_D^2 / \max(T^3, \epsilon^3)$, получим при $\epsilon \sim \omega_D$ условие на размер контакта $a \ll v_F / \omega_D \sim 10^{-5}$ см. Пренебрежение неупругими электрон-электронными соударениями при изучении нелинейностей ВАХ в области энергий $eV \lesssim \epsilon_F$ справедливо при $a \ll \lambda_F$, где $\lambda_F = h/p_F$ — де Бройлевская длина волны электрона.

Для контактов Янсона, получаемых мягким пробоем диэлектрика [1, 2], величина $a \sim 10 - 100 \text{ \AA}$, т. е. последнее условие выполняется в случае металлов типа Vi . Нелинейность такого типа может быть также использована для прямого определения фермиевской энергии малых групп электронов в "стандартных" металлах. В последнее время эксперименты [1, 2] были воспроизведены также в точечных контактах другого типа [6]. В заключение мы пользуемся случаем поблагодарить И.К.Янсона за обсуждение данной работы и полезные замечания.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
7 марта 1977 г.

Литература

- [1] И.К.Янсон. ЖЭТФ, 66, 1035, 1974.
- [2] И.К.Янсон, Ю.Н.Шалов. ЖЭТФ, 71, 286, 1976; ФНТ, 3, 99, 1977.
- [3] Ю.В.Шарвин. ЖЭТФ, 48, 984, 1965.
- [4] G.Wexler. Proc. Phys. Soc., 89, 927, 1966.
- [5] P.Allen. Phys. Rev., B3, 305, 1971; G.Grimvall. Phys. Kond. Mat., 9, 283, 1972.
- [6] A. G. M. Jansen. F. M. Mueller. P. Wyder. Direct measurement of electron-phonon coupling using point contacts (preprint, 1977).