Письма в ЖЭТФ, том 27, вып. 11, стр. 605 – 608 *5 июня 1978 г.*

БЕЗВИХРЕВОЕ ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЕ ФАЗЫ И ОСЦИЛЛЯЦИИ ВЕКТОРА l В He 3 – A

Г.Е.Воловик

Показано, что разность химических потенциалов в He3 – A может поддерживаться осцилляциями вектора l в отсутствие вихревого движения. Сила трения между нормальной и сверхтекучей компонентами оказывается пропорциональной $(v^s - v^n)^3$.

Как известно из работы Андерсона [1], если создать в сверхтекучей жидкости HeII разность химических потенциалов между двумя точками, то разность фаз конденсата между этими точками непрерывно увеличивается в силу равенства

$$\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\phi_1 - \phi_2) = \mu_1 - \mu_2 . \tag{1}$$

Поскольку сверхтекучая скорость $\mathbf{v}^s$ является градиентом фазы $\mathbf{v}^s = \hbar/_m \vec{\nabla}\phi$, жидкость между этими двумя точками должна ускоряться. Однако это ускорение не может происходить все время, поэтому, как показал Андерсон, возникает режим, при котором линию, соединяющую точки 1 и 2, периодически пересекают квантованные вихри. Каждый вихрь уменьшает разность фаз на 2π. Поэтому число вихрей, пересекающих в единицу времени эту линию, равно

$$\frac{\partial n_{\text{вихрей}}}{\partial t} = \frac{1}{2\pi\hbar} (\mu_1 - \mu_2). \tag{2}$$

В этом режиме скорость v^s в среднем постоянна, т. е. поток жидкости является диссипативным. Энергия потока тратится на преодоление силы трения, возникающей при вязком движении вихрей.

В He 3 – A параметром порядка является не фаза конденсата ϕ, а тройка ортов $\vec{\Delta}'$, $\vec{\Delta}''$, $\mathbf{l}$. Сверхтекучая скорость v^s связана с параметром порядка соотношением (см. [2]).

$$v^s = \frac{\hbar}{2m} \Delta'_k \nabla \Delta''_k . \tag{3}$$

Возникает вопрос, какой процесс взамен движения вихрей в HeII осуществляет в He3 – A поддержание разности химпотенциалов. Андерсон и Тулуз [3] предложили в качестве одного из возможных процессов движение вихрей, не имеющих кора. Покажем, что возможен другой процесс, связанный с пространственными и временными осцилляциями вектора $\mathbf{l}$, при котором никаких вихрей не образуется, т. е. $\mathrm{rot}\, v^s = 0$ везде.

Для этого выпишем уравнения гидродинамики He3 – A при условии что нормальная компонента покоится. Пренебрежем также изменением плотности, а также всеми диссипативными процессами за исключением диссипативной передачи момента импульса от внутреннего движения жидкости к макроскопическому течению жидкости (так называемая вращательная вязкость Кросса). Эти уравнения (см., например, [4, 5]) имеют следующий вид:

$$\frac{\partial v^s}{\partial t} + \frac{\hbar}{2m} e_{ikl}\, l_i \vec{\nabla} l_k \frac{\partial l_l}{\partial t} = - \vec{\nabla} \mu , \tag{4}$$

$$\vec{\nabla} \mathbf{g} = 0 , \tag{5}$$

$$\left[\mathbf{l}, \frac{\partial \epsilon}{\partial \mathbf{l}} - \nabla_i \frac{\partial \epsilon}{\partial \nabla_i \mathbf{l}} + \frac{\hbar}{2m} (\mathbf{g}\, \vec{\nabla})\, \mathbf{l}\right] = - \gamma \left[\mathbf{l}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}\right]. \tag{6}$$

Здесь ϵ – свободная энергия жидкости как функция от $\mathbf{l}$, $\nabla_i \mathbf{l}$, v^s, $\mathbf{g}$ – поток жидкости, $\mathbf{g} = \partial\epsilon/\partial v^s$, γ – коэффициент вращательной вязкости Кросса. Уравнение (4) заменяет уравнение (1) в HeII, уравнение (5) – это уравнение непрерывности, а уравнение (6) представляет собой баланс момента сил, а именно: динамический момент сил, действующий на внутренние степени свободы жидкости (левая часть) компенсируется моментом сил трения, действующих со стороны макроскопического течения жидкости (правая часть).

Рассмотрим движение, зависящее от одной координаты z, вдоль которой направлено v^s. Как видно из (4) средний отличный от нуля градиент химпотенциала $\left\langle \frac{\partial \mu}{\partial z} \right\rangle$ можно поддерживать, создавая осцилляции по z и t вектора $\mathbf{l}$ так, чтобы

$$\frac{\hbar}{2m} < \mathbf{l}\left[\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial z}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}\right] > = - < \frac{\partial \mu}{\partial z} >. \tag{7}$$

При этом, как видно из соотношения Мермина и Хо [2], которое следует из (3)

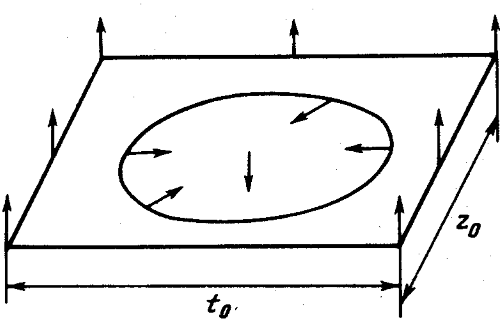
$$(\operatorname{rot} \mathbf{v}^s)_i = \frac{\hbar}{4m} e_{ikl}\, \mathbf{l}\left[\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial x_k}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial x_l}\right] = 0, \tag{8}$$

так как $\mathbf{l}$ зависит только от z. Характерные периоды осцилляций по z и t z_0 и t_0 находятся путем сравнения различных членов в уравнении (6)

$$z_0 \sim \frac{\hbar}{m < v^s >}, \qquad t_0 \sim \frac{\gamma}{\rho^s < v^s >^2}. \tag{9}$$

Чтобы обеспечить отличное от нуля среднее значение величины $\mathbf{l}\left[\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial z}\right]$ потребуем, чтобы внутри каждой ячейки периодической по z и t структуры осуществлялось отображение степени I площади ячейки на сферу $\mathbf{l}\mathbf{l} = 1$ (область изменения вектора $\mathbf{l}$) (см. рисунок), тогда интеграл по ячейке

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\Delta S} dz dt\, \mathbf{l}\left[\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial z}\right] = 1 = t_0 z_0 < \mathbf{l}\left[\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial z}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}\right] >. \tag{10}$$



Простейший вид поля $\mathbf{l}(z,t)$ в ячейке периодической по z и t структуры

(Аналогичное явление имеет место во вращающемся He3—A, где условие постоянства в среднем угловой скорости вращения $\vec{\omega} = \frac{1}{2} < \operatorname{rot} \mathbf{v}^s >$ требует отличного от нуля среднего значения $\mathbf{l}\left[\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial y}\right]$, в результате чего образуется периодическая в плоскости сечения сосуда (x, y) структура. Причем каждая ячейка этой структуры отображается на сферу $\mathbf{l}\mathbf{l} = 1$ со степенью I).

Из (10), (7) и (9) находим связь между v^s и средним градиентом химпотенциала

$$< \frac{\partial \mu}{\partial z} > \sim \frac{\hbar}{m t_o z_o} \sim \frac{\rho^s < v^s >^3}{\gamma} \quad . \tag{11}$$

Поскольку $< \frac{\partial \mu}{\partial z} >$ имеет смысл силы трения между нормальной и сверхтекучей компонентами, мы получаем такую же зависимость силы трения от $v^s - v^n$

$$F_{\text{тр}} \sim (v^s - v^n)^3$$

как и экспериментально обнаруженную в HeII (см. [7]).

Возможно, что обнаруженные на эксперименте [8] осцилляции вектора $\mathbf{l}$ связаны с возбуждением описанного выше режима, при котором происходит диссипативное относительное движение сверхтекучей и нормальной компонент, для поддержания которого требуется отличный от нуля средний градиент химпотенциала. Другое объяснение этих осцилляций принадлежит Холлу и Хуку [5], оно связано с образованием уединенной плоской волны (солитона). Описанный выше режим можно в частности представить как совокупность таких солитонов. Размер каждого из солитонов равен z_o. Солитоны соединяются между собой таким образом, что $< \mathbf{l}\left[\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial z}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}\right]>$ в каждом из них имеет одинаковый знак. При состыковке солитонов возможен разрыв в производных $\partial l_x/\partial z$ и $\partial l_y/\partial z$ на границе между ними. Устойчива ли такая граница и возможно ли решение уравнений без разрыва производных, пока не ясно.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
22 марта 1978 г.

Литература

[1] P.W.Anderson. Rev. Mod. Phys., 38, 298, 1966.

[2] N.D.Mermin, T.L.Ho. Phys. Rev. Lett., 36, 594, 1976.

[3] P.W.Anderson. G.Toulouse. Phys. Rev. Lett., 38, 508, 1977.

[4] T.L.Ho. Orbital hydrostatic and hydrodynamics of $He^3 - A$, Cornell University, New York, препринт.

[5] H.E.Hall, J.R.Hook. J. Phys. C, 10, L91, 1977; J.R.Hook, H.E.Hall. submitted to J. Phys. C.

[6] Г.Е.Воловик, Н.Б.Копнин. Письма в ЖЭТФ, 25, 26, 1977.

[7] К.Мендельсон. Физика низких температур, М., ИИЛ, 1963.

[8] D.N.Paulson, M.Krusius, J.C.Wheatley. Phys. Rev. Lett., 37, 599, 1976.