Письма в ЖЭТФ, том 24, вып. 1, стр. 15 – 18 *5 июля 1976 г.*

О ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ПУЛЬСИРУЮЩИХ СОЛИТОНОВ В НЕКОТОРЫХ КЛАССИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

И.Л.Боголюбский, В.Г.Маханьков

Поведение сферически-симметричных квазисолитонов поля Хиггса и синус-уравнения Гордона качественно совпадает. За время нескольких пульсаций излучается бо́льшая часть энергии квазиплоских солитонов. Оценивается время жизни "одномасштабных" сгустков энергии.

Важной задачей представляется в настоящее время поиск устойчивых пространственных решений нелинейных релятивистски-инвариантных уравнений, которые можно было бы интерпретировать как классические модели частиц конечного размера. В работах [1, 2], обсуждалась как раз такая возможность существования долгоживущих пульсирующих мезонных солитонов, динамика которых описывалась в сферически-симметричной ($s\,s$) геометрии уравнением поля Хиггса:

$$u_{tt} - \Delta_{rr} u - m^2 u + g^2 u^3 = 0. \qquad (1)$$

Модель [2] является тем более интересной, что квазиплоские солитоны,

$$u = \frac{m}{g}\,\mathrm{th}\,\frac{m(r - R_o)}{\sqrt{2}}, \qquad R_o >> l \approx \frac{1}{m}, \tag{2}$$

которые задают начальное состояние пузыря, по-видимому, являются устойчивыми относительно поперечных (угловых) возмущений, в отличие от некоторых других типов релятивистских солитонов [3]. К сожалению, для рассматриваемой модели не удается аналитически оценить величину излучаемой на бесконечность энергии и связанное с ней время жизни пузырей. Кроме того, оставалось неясным, возвращается ли пузырь после отражения от центра в исходное (или близкое к нему) солитонное состояние[1]. В настоящей работе динамика пузырей исследуется путем решения на ЭВМ уравнения (1) методом сеток по разностной схеме, с высокой точностью сохраняющей интеграл энергии

$$E = \int_0^{r_m} \mathcal{H} dr, \qquad \mathcal{H} = \frac{1}{2} r^2 \left[(u_t)^2 + (u_r)^2 + \frac{1}{2}(u^2 - 1)^2 \right] \tag{3}$$

при постановке граничных условий $u(r_m) = m/g$, "запирающих" волновую энергию в сфере $r < r_m = 2R_o$. В дальнейшем допускается выход излучаемых волн из этой сферы; в процессе счета вычисляется полный поток уносимой энергии $Q(t) = -r^2 u_t u_r$ при $r \approx r_m$ и находится зависимость $E(t)$ и распределение $\mathcal{H}(r, t)$. Расчеты проводятся в преобразованных переменных r, t, где $m = 1$, $g = 1$[2].

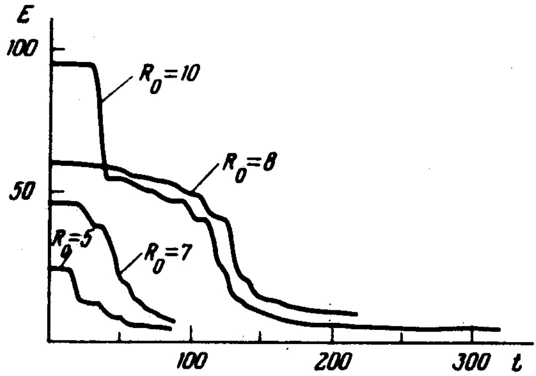

Рис. 1. Зависимость $E(t)$ для уравнения (1) при различных R_o

Эволюция существенно зависит от R_o, что видно из рис. 1. Наиболее регулярная картина отражения наблюдается при $R_o = 8$: в первых двух циклах сжатия-расширения система с хорошей точностью возвращается в исходное солитонное состояние (2); с меньшей точностью возврат име-

---

[1] Использованная в [2] методика численного решения привела к нефизическому поглощению энергии и не позволила ответить на эти вопросы.

[2] Отметим, что переменные r' и t' работы [2] связаны с r и t следующим образом: $r = 2r'$, $t = 2t'$.

ет место и в следующих трех пульсациях. Однако, начиная с третьего цикла, наблюдается отщепление все больших порций энергии от основного сгустка, и возрастает поток Q из сферы $r = r_m$. После шестого отражения ($t \approx 110$) сгусток делится на несколько сферических слоев; причем часть из них движется к границе r_m и выносит из области $r < r_m$ около половины энергии $E(t)$, сосредоточенной в ней к этому моменту. По-видимому, при $R_0 \approx 8$ достигается близкое к максимальному отношение $T/R_0 \approx 15$ (T – время жизни обсуждаемых пульсирующих решений с начальными данными (2)).

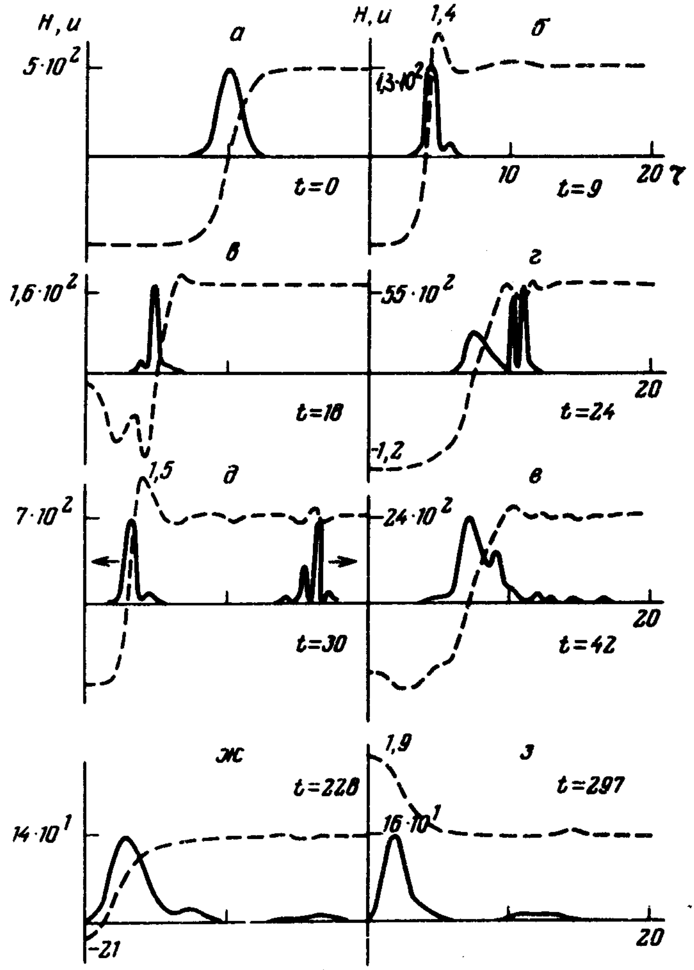

Рис. 2. Типичная картина эволюции пузырей ($R_0 = 10$)

При $R_0 = 5, 7, 10, 15$ уже после первого отражения происходит дробление энергии поля на отдельные сферические слои, и возврат к солитонному состоянию (2) не наблюдается; во второй цикл сжатия-расширения вовлекается энергия, существенно меньшая начальной, величина $E(t)$ в результате мощного излучения быстро уменьшается, начиная с $t_{rad} \sim 3R_0$. На рис. 2 изображены характерные моменты эволюции пузыря, имеющего $R_0 = 10$. При $t \approx 200$ имеем $E(t) \approx 0{,}1 \times E(0)$; величина $Q(t)$ к этому времени вновь становится малой и вблизи центра образуется "одномасштабный" сгусток энергии (его характерная полуширина L порядка R_1 – расстояния до центра), описывающийся нестационарным решением $u(r, t)$, колеблющимся относительно вакуумного значения $u_0 = -1$ (рис. 2ж, з). Время жизни этого состояния $T_1 \approx -E/(dE/dt)$ порядка сотни значений его радиуса R_1. Вопрос о том, представляют ли интерес подобные осциллирующие решения как модели мезонов и "мешков" для кварков [4], остается пока открытым.

Далее в рамках уравнения син-Гордона, $u_{tt} - \Delta_{rr} u = -\sin u$, в ss-геометрии изучалась эволюция солитонных начальных данных вида $u = 4 \operatorname{arc\,tg}[\exp(r - R_0)]$, $R_0 >> 1$ с целью найти пространственные аналоги особых свойств этого уравнения, имеющихся в плоском одномерном (x, t) случае [5] (полная интегрируемость и связанные с ней упругие взаимодействия солитонов, при которых отсутствует излучение). В частности, если бы в ss-модели существовал запрет на излучение, он мог бы привести к бесконечной продолжительности строго периодических пульсаций. Однако, расчеты, проведенные при $R_0 = 12$, зафиксировали наличие мощного излучения уже после первого отражения от центра (качественно картина эволюции сгустков энергии совпадает с изображенной на рис. 1); при $t = 88$ энергия системы уменьшилась более чем вдвое по сравнению с начальной. Принципиальных отличий эволюции пузырей в моделях уравнений (1) и син-Гордона не наблюдается. Таким образом, в проведенных экспериментах каких-либо необычных свойств уравнения син-Гордона обнаружено не было.

Авторы выражают признательность Д.В.Ширкову за интересные обсуждения.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступила в редакцию
23 апреля 1976 г.

Литература

[1] А.Е.Кудрявцев. Письма в ЖЭТФ, 22, 178, 1975.

[2] Н.А.Воронов, И.Ю.Кобзарев, Н.Б.Конюхова. Письма в ЖЭТФ, 22, 590, 1975.

[3] Ю.В.Катышев, В.Г.Маханьков. Препринт ОИЯИ Р4-9507, Дубна, 1976; И.Л.Боголюбский, Е.П.Жидков, Ю.В.Катышев, В.Г.Маханьков, А.А.Расторгуев. Препринт ОИЯИ Р2-9673, Дубна, 1976.

[4] P. Vinchiarelli. Nucl. Phys., B89, 463, 1975; W.A.Bardeen, M.S.Chanowitz, S.D.Drell, M.Weinstein, T-M.Yan. Phys. Rev., D11, 1094, 1975.

[5] В.Е.Захаров, Л.А.Тахтаджян, Л.Д.Фаддеев. ДАН СССР, 219, 1334, 1974.