Письма в ЖЭТФ, том 21, вып. 4, стр. 216 – 219 20 февраля 1975 г.

К МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЭФФЕКТА ДЖОЗЕФСОНА В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МОСТИКАХ

И.О.Кулик, А.Н.Омельянчук

Рассмотрены свойства сверхпроводящих мостиков (контактов $S-C-S$) в грязном пределе $l \ll \xi_0$ при произвольных температурах. Найдена зависимость тока Джозефсона от фазы. При $T=0$ $dI/d\phi = -\infty$ в точке $\phi = \pi$.

Сверхпроводящие контакты типа сужения ($S-C-S$), к которым относятся мостики и точечные контакты, в настоящее время интенсивно изучаются экспериментально, и, по-видимому, наиболее интересны в прикладном отношении. В то же время в отличие от $S-I-S$ контактов [1], теоретически они изучены недостаточно. До сих пор их рассмотрение проводилось в рамках теории Гинзбурга – Ландау, т. е. при температурах близких к T_c [2], где свойства мостиков, в основном, совпадают со свойствами туннельных джозефсоновских контактов, хотя и имеются интересные отличия (например, см. [3]). В настоящей работе на основе микроскопических уравнений изучены $S-C-S$ контакты при произвольных температурах.

Рассмотрим слабый сверхпроводящий контакт в виде нити длины L и диаметра a, соединяющей два массивных сверхпроводящих полупространства (для определенности мы рассматриваем нить, однако все последующее относится и к пленочным мостикам переменной толщины [4]). При условии $a \ll L$, $a \ll \xi$ можно решать одномерную задачу с граничными условиями, задаваемыми сверхпроводящими "берегами" пренебрегая изменением параметра порядка в массивных сверхпроводниках под действием протекающего тока. ξ – длина когерентности, $\xi(T) = \xi(0)/\sqrt{1 - T/T_c}$, где $\xi(0) = \sqrt{\xi_0 l}$ (l – длина свободного пробега). Рассматривается случай грязного сверхпроводника $l \ll \xi_0$ и $a > l$.

В грязном пределе можно воспользоваться уравнениями для параметра порядка Узаделя [5], которые следуют из квазиклассических по параметру λ_F/ξ_0 уравнений теории сверхпроводимости Эйленбергера [6, 7] при $l \ll \xi_0$. В одномерном случае эти уравнения имеют вид:

$$2\omega F(\omega, x) - D\frac{d}{dx}\left\{(1-|F|^2)^{1/2}\frac{dF}{dx} + \frac{1}{2}\frac{F}{(1-|F|^2)^{1/2}}\frac{d|F|^2}{dx}\right\} =$$

$$= 2\Delta(x)[1-|F|^2]^{1/2}, \tag{1}$$

$$\Delta(x) = \lambda N(0)\pi T\sum_\omega F(\omega, x). \tag{2}$$

$F(\omega, x)$ – проинтегрированная по энергиям функция Горькова, $\Delta(x)$ – параметр порядка, $\omega = (2n+1)\pi T$, $D = \frac{1}{3}v_F l$.

Плотность тока выражается через $F(\omega, x)$ посредством

$$j_s = -eiN(0)\pi TD\sum_\omega\left(F^*\frac{dF}{dx} - F\frac{dF^*}{dx}\right). \tag{3}$$

Будем решать эти уравнения на интервале $x \in \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right]$ с граничными условиями для $\Delta(x)$ и $F(\omega, x)$ в $x = \pm L/2$:

$$\Delta(\pm L/2) = \Delta_0 e^{\pm i\phi/2}, \qquad F(\omega, x=\pm L/2) = \frac{\Delta_0}{\sqrt{\omega^2+\Delta_0^2}}e^{\pm i\phi/2} \tag{4}$$

ϕ – разность фаз между краями мостика, $F_0 = \Delta_0/\sqrt{\omega^2+\Delta_0^2}$ – однородное решение в массивных "берегах".

Случаю слабого контакта соответствует предел $L \ll \xi$, при этом в уравнении (1) можно пренебречь всеми членами, кроме градиентов. Полученные уравнения с граничным условием (4) легко решаются. Подставляя найденное решение в выражение для тока (3) (который удобно вычислять в точке $x = 0$), получаем, что полный ток через мостик при наличии разности фаз ϕ между "берегами" равен:

$$I = \frac{2\Delta_0}{eR_N}\cos\frac{\phi}{2}\,\pi T\sum_\omega\frac{1}{\sqrt{\omega^2+\Delta_0^2\cos^2\phi/2}}\,\mathrm{arc\,tg}\frac{\Delta_0\sin\phi/2}{\sqrt{\omega^2+\Delta_0^2\cos^2\phi/2}}. \tag{5}$$

R_N – сопротивление нити в нормальном состоянии, Δ_0 – модуль параметра порядка в берегах в отсутствии тока, при данной температуре. Анализ показывает, что соотношение (5) между током и фазой сохраняется и в гиперболической модели мостика [2], т. е. в пределе слабой связи это соотношение нечувствительно к форме контакта.

При $T \sim T_c$ имеем $I = \frac{\pi \Delta_o^2}{4 e R_N T_c} \sin\phi$. При произвольных температурах ток является периодической функцией фазы с периодом 2π, эта зависимость для различных температур ($\tau = T/T_c$) показана на рис.1.

$I_o(\tau) = \frac{\pi \Delta_o}{2 e R_N} \operatorname{th} \frac{\Delta_o}{2T}$ – величина критического тока, соответствующая формуле Амбегаокара – Баратова (см. [1]).

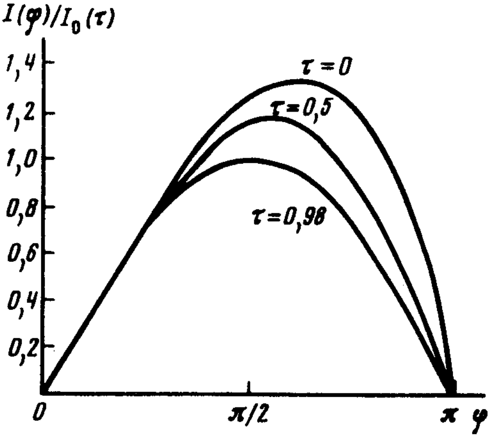

Рис. 1.

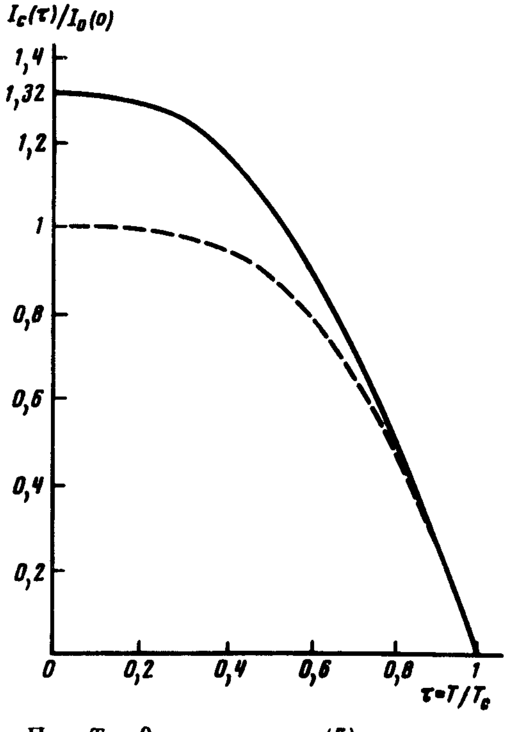

Рис. 2.

При $T = 0$, переходя в (5) от суммирования к интегрированию, получаем ($-\pi \leqslant \phi \leqslant \pi$)

$$I = \frac{\pi \Delta_o}{e R_N} \cos\frac{\phi}{2} \operatorname{Ar\,th} \sin\frac{\phi}{2} = \frac{\pi \Delta_o}{2 e R_N} \sin\phi \sum_{n=o}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\sin\frac{\phi}{2}\right)^{2n}. \quad (6)$$

Характерной особенностью зависимости тока от фазы $I(\phi)$ является обращение производной $(dI/d\phi)_{\phi=\pi}$ в $-\infty$ при $T=0$. Заметим, что подобное поведение $I(\phi)$ характерно и для $S-N-S$ контактов [8]. При низких температурах $T \ll T_c$ имеем асимптотически $(dI/d\phi)_{\phi=\pi} \approx$ $\approx I_0 \ln \frac{T}{T_c}$ Значение критического тока при $T=0$ равно $1{,}32 I_0$, где $I_0 = \pi\Delta_0/2eR_N$. При произвольных температурах график зависимости критического тока $I_c(T)$ приведен на рис. 2 (пунктиром показана зависимость $I_0(T)$).

В данной работе построена теория эффекта Джозефсона в коротких мостиках $L < \xi$. С увеличением длины мостика происходит переход от джозефсоновского поведения к случаю длинной нити. В джозефсоновской модели критическая длина мостика при $T \sim T_c$ равна $L_c \approx 3{,}65\xi$ [4], при низких температурах увеличение наклона кривой $I(\phi)$ при $\phi=\pi$ приведет к уменьшению отношения L_0/ξ. При $T \to 0$ $L_c \sim \xi/\ln\frac{T_c}{T}$.
Наше рассмотрение справедливо при $L < L_c$.

В заключение выражаем благодарность К.К.Лихареву за обсуждение работы и Э.А.Кельману за помощь в численных расчетах.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
22 декабря 1974 г.

Литература

[1] И.О.Кулик, И.К.Янсон. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М., изд. Наука, 1970.

[2] Л.Г.Асламазов, А.И.Ларкин. Письма в ЖЭТФ, 9, 150, 1969.

[3] К.К.Лихарев. ЖЭТФ, 61, 1700, 1971.

[4] К.К.Лихарев, Л.А.Якобсон, Г.М.Лапир. Тезисы докладов на 18 Всесоюзном совещании по физике низких температур, Киев, 1974, стр. 227.

[5] K.D.Usadel. Phys. Rev. Lett., 25, 507, 1970.

[6] G. Eilenberger. Z. Physik, 214, 195, 1968.

[7] А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников. ЖЭТФ, 55, 2262, 1968.

[8] И.О.Кулик. Слабая сверхпроводимость. Препринт ИФМ СО АН СССР, Свердловск, 1973.