Письма в ЖЭТФ, том 21, вып. 8, стр. 499 – 503 *20 апреля 1975 г.*

ОБ АСИМПТОТИКЕ НЕЙТРИННЫХ СЕЧЕНИЙ

М.А.Шифман

Асимптотика нейтринных сечений обсуждается в рамках теории поля. Показано, что если сильные взаимодействия описываются теорией, обладающей либо асимптотической свободой, либо фиксированной точкой, а слабые взаимодействия (в четырехфермионной форме) учитываются лишь в первом порядке, то нейтринные сечения растут линейно с ростом энергии нейтрино.

1. Хорошо известно, что если в глубоко неупругих процессах имеется скейлинг, то сечения σ_ν нейтринных реакций

$$\nu(\bar{\nu}) + N \to \mu^-(\mu^+) + \text{адроны} \tag{1}$$

растут линейно с ростом энергии нейтрино. Если однако описывать сильные взаимодействия в рамках теории поля, то ни в теориях с фиксированной точкой, ни в асимптотически свободных теориях, интенсивно исследовавшихся в последнее время, точный скейлинг не осуществляется. Поэтому представляется интересным изучение вопроса об асимптотике сечения реакции (1) в рамках теории поля.

В работе [1] поведение σ_ν исследовалось в асимптотически свободных теориях и было показано, что

$$A(\ln {}^{s}/_{m_N^2})^{-p} < {}^{\sigma_\nu}/_{s} < \frac{1}{\delta} B(\ln {}^{s}/_{m_N^2})^{\delta} \quad ; s \equiv 2m_N E_\nu \to \infty , \tag{2}$$

где A и B – некоторые константы, δ – произвольно малый положительный параметр и P – вычисляемая константа порядка единицы, зависящая от структуры схемы, которой описываются сильные взаимодействия. Соотношение (2) было получено в четырехфермионной модели слабых взаимодействий с учетом лишь первого порядка по слабому взаимодействию.

Мы покажем в этом же приближении, что нейтринное сечение

$$\sigma_\nu \sim C_s \; ; \qquad s \to \infty \tag{3}$$

как в рамках асимптотически свободных теорий, где отклонения от скейлинга логарифмические, так и в рамках теорий с фиксированной точкой, где отклонения от скейлинга степенные. Соотношение (3) является следствием того факта, что нулевой момент от структурной функции $F_2(x, Q^2)$

$$F_2^{(o)}(Q^2) \equiv \int_0^1 dx F_2(x, Q^2) \to \mathrm{const} \quad \text{при} \quad Q^2 \to \infty , \tag{4}$$

а асимптотика $\sigma_\nu(s)$ оказывается определенным образом связанной с асимптотикой $F_2^{(o)}(Q^2)$[1]. Кроме (4) при выводе (3) предполагалось, что в асимптотической области сечение $\sigma_\nu(s)$ является "гладкой" (т. е. не осциллирующей) функцией s.

Отметим, что константа C, входящая в (3), порядка $(G_F/2\pi)F_2^{(o)} \times$ $\times(Q^2 \to \infty)$.

Таким образом, асимптотика нейтринного сечения в четырехфермионной модели слабого взаимодействия нечувствительна к схеме сильных взаимодействий, так как она определяется фактически лишь интегралом (4). Противоположная ситуация имеет место в модели с промежуточным W-бозоном: при $E_\nu >> m_w$ вид асимптотики σ_ν существенно зависит от поведения структурных функций $F(x, Q^2)$ в области малых x и разный для разных схем сильных взаимодействий. Опираясь на соотношение (4), можно лишь утверждать, что при $E_\nu >> m_w$ нейтринное сечение растет не быстрее s и не медленнее константы.

---

[1] В перенормируемых теориях поля соотношение (4) обычно связывается с сохранением тензора энергии-импульса.

Почему вообще вопрос о поведении сечения реакции (1) не решается "автоматически"? В том случае, если определено только ультрафиолетовое поведение теории, величинами, вычисляемыми теоретически, являются не сами структурные функции, а их моменты $F^{(n)}(Q^2) \equiv \int_0^1 dx\, x^n F(x, Q^2)$ при больших Q^2:

$$F^{(n)}(Q^2) \to \begin{cases} C(n)[\ln Q^2/m_N^2]^{-a_n} & \text{в асимптотически свободных теориях} \quad (5а) \\ \tilde{C}(n)[Q^2/m_N^2]^{-\tilde{a}_n} & \text{в теориях с фиксированной точкой} \quad (5б) \end{cases}$$

Нейтринные сечения непосредственно через моменты не выражаются.

2. Перейдем теперь к доказательству соотношения (3). В пренебрежении членами порядка m_N/E_ν сечение реакций (1) выражается через структурные функции $F_i(x, Q^2)$ следующим образом

$$\sigma_{\nu,\bar{\nu}}(s) = \frac{G^2}{2\pi}\int_0^s dQ^2 \int_{Q^2/s}^1 \frac{dx}{x}\left\{\left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right)F_2 - \frac{y^2}{2}F_L \mp y\left(1 - \frac{y}{2}\right)xF_3\right\} \quad (6)$$

здесь $y = Q^2/sx$, $F_L = F_2 - 2xF_1$.

С использованием неравенств $F_2 \geqslant 2xF_1 \geqslant x|F_3|$ легко получается

$$\frac{G_F^2}{2\pi} f(s) > \sigma_{\nu,\bar{\nu}}(s) > \frac{1}{8}\,\frac{G_F^2}{2\pi} f\left(\frac{s}{2}\right), \quad (7)$$

где

$$f(s) = \int_0^s dQ^2 \int_{Q^2/s}^1 \frac{dx}{x} F_2(x, Q^2) \equiv \int_0^1 \frac{dx}{x}\int_0^{sx} dQ^2 F_2(x, Q^2). \quad (8)$$

Заметим, что $df/ds = \int_0^1 dx F_2(x, Q^2 = sx)$ и, таким образом, асимптотика нейтринного сечения (7) определяется нулевым моментом структурной функции F_2, но не при фиксированном Q^2, как в (4), а при фиксированном ν, равном $s/2m_N$. Это затруднение можно устранить. Для того, чтобы оценить df/ds, ниже мы вычислим интеграл $\int_{m_N^2}^{M^2}(df/ds)(ds/s)$ и покажем, что он $\sim \ln M^2/m_N^2$ при больших M^2.

$$\int_{m_N^2}^{M^2}\frac{df}{ds}\frac{ds}{s} = \int_0^{m_N^2}\frac{dQ^2}{Q^2}\int_{Q^2/M^2}^{Q^2/m_N^2} dx F_2(x, Q^2) + \int_{m_N^2}^{M^2}\frac{dQ^2}{Q^2}\int_{Q^2/M^2}^{1} dx F_2(x, Q^2) \quad (9)$$

Легко видеть, что при больших значениях M^2 первый интеграл в правой части (9) пренебрежимо мал по сравнению со вторым. Действительно,

$$\int\limits_{0}^{m_N^2} \frac{dQ^2}{Q^2} \int\limits_{Q^2/M^2}^{Q^2/m_N^2} dx F_2(x, Q^2) < \int\limits_{0}^{m_N^2} \frac{dQ^2}{Q^2} \int\limits_{0}^{Q^2/m_N^2} dx F_2(x, Q^2) = \mathrm{const},$$

в то время как $\int\limits_{m_N^2}^{M^2} \frac{dQ^2}{Q^2} \int\limits_{Q^2/M^2}^{1} dx F_2(x, Q^2) \sim \ln M^2$ (см. ограничения 11):

$$\int\limits_{m_N^2}^{M^2} \frac{dQ^2}{Q^2} \int\limits_{0}^{1} dx\, F_2(x, Q^2) > \int\limits_{m_N^2}^{M^2} \frac{dQ^2}{Q^2} \int\limits_{Q^2/M^2}^{1} dx F_2(x, Q^2) > \int\limits_{m_N^2}^{M^b m_N^{2-b}} \frac{dQ^2}{Q^2} \int\limits_{0}^{1} dx \times$$

$$\times \left[1 - \left(\frac{Q^2}{M^2 x}\right)^a\right] F_2(x, Q^2) = \int\limits_{m_N^2}^{M^b m_N^{2-b}} \frac{dQ^2}{Q^2} \left[F_2^{(0)}(Q^2) - F_2^{(-a)}(Q^2)\left(\frac{Q^2}{M^2}\right)^a\right], \tag{10}$$

где a и b – положительные параметры. При больших Q^2 момент $F^{(-a)}(Q^2)$ задается формулой (5). Если значение параметра b, входящего в (10), выбрать меньшим чем $2a/(a + |\tilde{a}(-a)|)$, то с учетом (5) видно, что членом $F^{(-a)}(Q^2)[Q^2/M^2]^a$ в интеграле (10) можно пренебречь по сравнению с $F^{(0)}(Q^2)$, и, следовательно,

$$C \ln \frac{M^2}{m_N^2} > \int\limits_{m_N^2}^{M^2} \frac{dQ^2}{Q^2} \int\limits_{Q^2/M^2}^{1} dx F(x, Q^2) > \frac{bC}{2} \ln \frac{M^2}{m_N^2}, \tag{11}$$

причем $C = F^{(0)}(Q^2 \to \infty)$. Сравнивая (9) – (11), получаем, что при больших M^2

$$C \ln \frac{M^2}{m_N^2} > \int\limits_{m_N^2}^{M^2} \frac{df}{ds} \frac{ds}{s} > \frac{bC}{2} \ln \frac{M^2}{m_N^2}. \tag{12}$$

Система ограничений (12) является строгой. При выводе (12) мы использовали равенство (4) и предположение о том, что функцию $F^{(n)}(Q^2)$, вычисляемую вообще говоря при $\mathrm{Re}\, n \geqslant 0$, можно аналитически продолжить в область малых отрицательных $\mathrm{Re}\, n$ вплоть до $\mathrm{Re}\, n = -|n_0|$. Положительный параметр a, входящий в (10), можно выбрать произвольно, лишь бы его значение было меньшим чем $|n_0|$.

Предположим теперь также, что при больших s, "когда асимптотика уже наступила", функция df/ds монотонна. Строго это предположение обосновать нельзя, однако оно кажется естественным, так как для наличия осцилляций в асимптотической области нужны специальные физические причины. При этом дополнительном предположении из (12) сразу следует, что $df/ds \to \mathrm{const}$, и, использовав (7), мы приходим к линейной асимптотике нейтринных сечений (3).

Автор выражает благодарность Б.Л.Иоффе за обсуждения.

Институт теоретической и
экспериментальной физики

Поступила в редакцию
12 марта 1975 г.

Литература

[1] A. Zee, F. Wilczek, S. B. Treiman. Phys. Rev., **D10**, 2881, 1974.