

Диссипативная неустойчивость в аэрозольной плазме

А. В. Гапонов-Грехов, В. Ю. Трахтенгерц¹⁾

Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 30 августа 2004 г.

После переработки 1 ноября 2004 г.

Исследована диссипативная неустойчивость в слабо ионизованной аэрозольной плазме с учетом конечной электропроводности среды, электронной и ионной диффузии, а также трения аэрозольной компоненты о нейтральный газ. Причиной неустойчивости служит относительный дрейф аэрозольной и ионной компонент. Оценки основных параметров неустойчивости (порога, характерных длин волн и инкрементов) в условиях проведения экспериментов с пылевыми кристаллами свидетельствуют о том, что данная неустойчивость может выступать важным дополнительным фактором при формировании регулярных структур в аэрозольной плазме.

PACS: 52.27.Lw, 52.35.-g

В последнее время активно обсуждаются эксперименты по созданию в частично ионизованной аэрозольной плазме регулярных структур, получивших название пылевых кристаллов, а также анализируются механизмы их образования (см. обзоры [1–5], а также книгу [6]). В этих экспериментах аэрозольные частицы обладают большим электрическим зарядом и вносят существенный вклад в зарядовый баланс, а их размеры сравнимы с длиной свободного пробега ионов и атомов. Такая среда имеет место и в естественных условиях [2], в частности, в грозовых и мезосферных облаках [7, 8].

Следует заметить, что условия проведения лабораторных экспериментов и наблюдаемые эффекты чрезвычайно разнообразны. В ряде экспериментов основную роль играет электростатическая ловушка для пылевых частиц, создаваемая внешним полем, а формирование пылевого кристалла обусловлено взаимодействием частиц через экранированный кулоновский потенциал [6]. Для возникновения ориентационного порядка в аэрозольной плазме существенным может оказаться притяжение одноименно заряженных частиц в кильватерном следе [9].

Нас будет интересовать ситуация с относительным дрейфом аэрозольной и ионной компонент, когда возможно проявление коллективных эффектов. Такая ситуация реализуется, в частности, в экспериментах, когда в пространство между двумя электродами с верхней границы инжектируются пылевые частицы, а частично ионизованная электронно-ионная плазма образуется под действием СВЧ поля [10–14]. В исходном состоянии имеются заряженная

аэрозольная компонента, которая находится почти во взвешенном состоянии, когда сила тяжести скомпенсирована силой трения и силой со стороны электрического поля, а также возникающие в этом же поле дрейфовые потоки электронов и ионов. Отрицательный заряд пылевой частицы поддерживается балансом потоков электронов и ионов на ее поверхность, а постоянное электрическое поле обусловлено осаждением заряженных пылевых частиц и плазмы на изолированный нижний электрод.

Наблюдаемые в этих экспериментах регулярные структуры имеют масштабы, намного превышающие длину свободного пробега ионов, то есть, по существу, мы имеем дело с диссипативной средой, где диссипация обусловлена конечной электропроводностью и электронной и ионной диффузиями.

Опыт электроники [15, 16] показывает, что при наличии потока электронов в такой среде реализуется диссипативная неустойчивость, которая обладает рядом важных особенностей по сравнению с неустойчивостями в бесстолкновительной плазме. Это широкополосность и отсутствие по существу жесткого синхронизма волны и потока, а также слабая зависимость от параметров среды. То есть диссипативная неустойчивость обладает гораздо большей универсальностью по сравнению с резонансными (бесстолкновительными) неустойчивостями. Диссипативная неустойчивость электронного пучка в среде с конечной электропроводностью была рассмотрена, по-видимому, в электронике (см. обзор [15]). В отсутствие столкновений в электронном пучке и в пренебрежении диффузией в фоновой среде эта неустойчивость носит беспороговый характер. В работе [16] обсуждается механизм взаимного притяжения дви-

¹⁾e-mail: vyt@appl.sci-nnov.ru

жущихся электронов и осцилляторов в проводящей среде, который может оказаться существенным и в аэрозольной плазме.

Цель данной работы – проанализировать условия реализации диссипативной неустойчивости, когда в качестве пучка электронов выступает дрейф заряженных аэрозольных частиц относительно ионной компоненты среды, а диссипация обусловлена как конечной электропроводностью, так и трением аэрозольного потока о нейтральный газ и диффузией электронной и ионной компонент. Трение приводит к появлению порога неустойчивости по концентрации и зарядовому числу аэрозольных частиц [7], а диффузия наряду с повышением порога существенно влияет также и на дисперсионные свойства возбуждаемых электростатических волн [8]. Именно эти процессы являются, на наш взгляд, определяющими в указанных выше экспериментах по пылевым кристаллам [10–14].

Как известно [2–6], гидродинамика аэрозольной (комплексной) плазмы может существенно отличаться от классической гидродинамики многокомпонентной плазмы в силу открытости системы и появления дополнительных сил, обусловленных оседанием электронов и ионов на поверхность аэрозольных частиц, а также из-за того, что заряд частиц становится динамической переменной. Однако предыдущий опыт [17], а также предварительные оценки в условиях экспериментов [10–14] показывают, что указанные дополнительные факторы не меняют принципиальных особенностей диссипативной неустойчивости, а могут лишь повлиять на некоторые количественные оценки. Поэтому в данной работе мы ограничимся рассмотрением задачи в рамках классической гидродинамики многокомпонентной плазмы, пренебрегая изменением заряда аэрозольных частиц и поглощением плазмы на их поверхности. Для фурье-гармоники электростатического возмущения с вектором электрического поля \mathbf{E} , параллельным волновому вектору \mathbf{k} и пропорциональным в линейном по \mathbf{E} приближении $\exp\{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}\}$, нетрудно получить дисперсионное уравнение, связывающее \mathbf{k} с частотой ω . С учетом описанного выше исходного состояния среды это уравнение в системе координат, где пылевые частицы изначально неподвижны, запишется следующим образом (см. также [8]):

$$1 - \frac{\Omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu_a)} + \frac{4\pi\sigma_i i}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}_i) + ik^2 D_i} + \frac{4\pi\sigma_e i}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}_e) + ik^2 D_e} = 0, \quad (1)$$

$\Omega_p = (4\pi Z_a^2 e^2 N_a / M_a)^{1/2}$ – плазменная частота аэрозольных частиц, M_a , N_a и Z_a – масса, концентрация и зарядовое число этих частиц, соответственно, ν_a – эффективная частота соударений, характеризующая силу трения при движении аэрозольной частицы в окружающем газе; $\sigma_{e(i)}$, $D_{e(i)}$ и $V_{e(i)}$ – соответственно электропроводность, коэффициент диффузии и скорость ионов (электронов). При выводе уравнения (1) было пренебрежено тепловым движением и разбросом аэрозольных частиц по размерам. Роль этих эффектов мы обсудим в дальнейшем.

Следует заметить, что в интересующих нас экспериментах с пылевыми кристаллами электроны, за исключением малой доли $\Delta n_e \sim (m/M \cdot T_i/T_e)^{1/2} \cdot n_i \sim 10^{-3} n_i$ (где m и M – массы электрона и иона, а T_e и T_i – их температуры, соответственно, n_i – концентрация ионов), обеспечивающей компенсацию ионного тока на нижний электрод, имеют между электродами больцмановское распределение с характерным масштабом, равным расстоянию между электродами, и дрейфовой скоростью $V_e \approx 0$. Кроме того, оценки показывают, что в этих экспериментах практически всегда выполняется неравенство

$$\omega \ll k^2 D_e. \quad (2)$$

В этом приближении удастся провести достаточно полное аналитическое исследование уравнения (1). На пороге неустойчивости, когда $\text{Im} \omega = 0$, из (1) с учетом (2) имеем

$$1 - \frac{\Omega_p^2}{(\omega^2 + \nu_a^2)} + \frac{4\pi\sigma_i D_i k^2}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}_i)^2 + k^4 D_i^2} + \frac{4\pi\sigma_e}{k^2 D_e} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\Omega_p^2 \nu_a}{\omega(\omega^2 + \nu_a^2)} + \frac{4\pi\sigma_i (\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}_i)}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}_i)^2 + k^2 D_i} = 0. \quad (4)$$

Из системы уравнений (3), (4) можно получить дисперсионное соотношение $\omega(\mathbf{k})$ для электростатической волны на пороге неустойчивости:

$$\omega = \mathbf{k}\mathbf{V}_i \left(1 - \frac{1}{2\Delta} \pm \sqrt{\frac{1}{4\Delta^2} - \frac{D_i \nu_a}{V_L^2 \Delta}} \right), \quad (5)$$

где

$$\Delta = 1 + \frac{\nu_a}{4\pi\sigma_i} \left(1 + \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} \right), \quad (6)$$

$V_L = (\mathbf{k}\mathbf{V}_i)/|\mathbf{k}|$, $\lambda_{De} = V_{Te}/\omega_{pe}$ – электронный дебаевский радиус, V_{Te} и ω_{pe} – электронная тепловая скорость и плазменная частота. В интересующих нас

условиях параметр Δ близок к единице, а второй член под радикалом в (5) много меньше единицы. Соответственно, решение (5) содержит две моды: быструю (знак "+") и медленную (знак "-"). Наименьшим порогом обладает медленная мода ($\omega \ll kV_i$), которую мы рассмотрим более внимательно. В пределе

$$\frac{4D_i\nu_a}{V_L}\Delta \ll 1, \quad \Delta - 1 \ll 1 \quad (7)$$

дисперсионное соотношение для этой моды можно записать следующим образом:

$$\omega = \frac{\nu_a(kV_i)}{4\pi\sigma_i} \left[1 + \frac{1}{k^2\lambda_{De}^2} + B^{-1} \right], \quad (8)$$

$$B = \nu_{in}^2 V_L^2 / \omega_{pi}^2 V_{Ti}^2.$$

Подставляя (8) в (3), (4), найдем порог неустойчивости:

$$\left(\frac{\Omega_p^2}{\nu_a^2} \right)_{\text{thr}} = \left(1 + \frac{1}{k^2\lambda_{De}^2} + \frac{1}{B + k^2\lambda_{Di}^2} \right) \left(1 + \frac{\omega^2}{\nu_a^2} \right). \quad (9)$$

Здесь $\lambda_{Di} = V_{Ti}/\omega_{pi}$ – дебаевский радиус ионов, ω определяется выражением (8).

Из соотношения (9) можно найти оптимальное волновое число k_{opt} , которому отвечает минимальный порог. В экспериментах по пылевым кристаллам, как правило, выполняются условия

$$k^2\lambda_{Di}^2 \ll 1, \quad B \gtrsim 1, \quad P \equiv \frac{\lambda_{Di}^2}{\lambda_{De}^2} B \ll 1. \quad (10)$$

С учетом этих неравенств найдем:

$$\left(\frac{\Omega_p^2}{\nu_a^2} \right)_{\text{thr}}^{\min} \approx \left(1 + \frac{1}{B} \right) \left[1 + P^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{B} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (11)$$

и

$$k_{\text{opt}}^{-1} = \left[B + 3 + \frac{3}{B} \right]^{\frac{1}{4}} (\lambda_{Di}\lambda_{De})^{1/2}. \quad (12)$$

Вблизи порога инкремент неустойчивости γ_m определяется следующим выражением:

$$\gamma_m \approx \frac{\omega_{\text{opt}}^2}{\nu_a} \left\{ \frac{\Omega_p^2}{\nu_a^2} - \left(\frac{\Omega_p^2}{\nu_a^2} \right)_{\text{thr}}^{\min} \right\}, \quad (13)$$

где ω_{opt} находится из выражения (8) при $k = k_{\text{opt}}$, определенного в (12).

Опираясь на проведенный анализ, обсудим возможность реализации рассмотренной неустойчивости в экспериментах по пылевым кристаллам. Первые наблюдения пылевых кристаллов были осуществлены Томасом и др. [10, 11] и Чу и Лином [12]. В

[10, 11] установка включала два плоских электрода, между которыми с помощью СВЧ источника создавалась слабо ионизованная плазма с концентрацией ионов $n_i \sim 10^9 \text{ см}^{-3}$ при давлении ~ 2 мбар. Пылевые частицы инжектировались с верхнего электрода, их размер составлял $7 \pm 0.2 \text{ мк}$ и плотность достигала $\sim 4 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$. Заряд частиц не измерялся, но по оценкам составлял $Z \sim 10^4 - 3 \cdot 10^4$. Плазма была сильно неизотермична с температурой электронов $T_e \sim 3 \text{ эВ}$ и температурой ионов и пылевых частиц $T_e \sim 0,03 \text{ эВ}$. На изолированном нижнем электроде наводился потенциал $U \sim -14 \text{ В}$, что при зазоре между электродами в 2 см соответствовало среднему электрическому полю $E_0 \sim 7 \text{ В/см}$. Пылевой кристалл с регулярным (периодическим) распределением пылевых частиц в горизонтальной плоскости наблюдался в нижней части промежутка с постоянной решеткой $\delta \approx 250 \text{ мк}$; наблюдалось до 16 слоев по вертикали.

Указанной информации вполне достаточно, чтобы сопоставить экспериментальные данные с рассмотренной выше неустойчивостью, в частности, определить порог, оптимальный масштаб и инкремент неустойчивости. Недостающим звеном к полученным выше формулам (8), (11)–(13) является выражение для эффективной частоты соударений ν_a . В достаточно плотной среде с длиной свободного пробега молекул $l = V_T/\nu_n \ll r_a$, радиуса пылевой частицы, хорошим приближением является сила Стокса и, соответственно, эффективная частота соударений $\nu_a \approx 6\pi\eta r_a/M_a$, где η – динамическая вязкость. В экспериментах по пылевым кристаллам встречаются ситуации, когда $l \geq r_a$. Поэтому для оценок мы воспользуемся обобщением ν_a следующего вида:

$$\nu_a \approx \frac{6\pi\eta r_a^2}{(r_a + 2l)M_a}, \quad (14)$$

которое в пределе $2l > r_a$ переходит с учетом выражения $\eta = \frac{1}{3}mnV_Tl$ в классическую формулу для сферических частиц $\nu_a \approx (m/M)\pi r_a^2 n V_T$, где m , n и V_T относятся к нейтральным молекулам газовой среды. Зная величину электрического поля E_0 , трудно оценить дрейфовую скорость ионов, которая определяется ионной подвижностью. Эта скорость намного превышает скорость падения пылевых частиц. В таблице приведены параметры, которые мы использовали при оценке порога, характерного масштаба и инкремента неустойчивости.

Исходя из указанных значений в условиях эксперимента [11], находим: $\Omega_p^2/\nu_a^2 \approx 3$. Пороговое значение в соответствии с формулой (11) равно $(\Omega_p^2/\nu_a^2)_{\text{thr}} \approx 2.2$. Если предположить, что постоянная

| p , мбар | r_a , см | E_0 , В/см | n_i , см ⁻³ | ν_{in} , с ⁻¹ | V_{Ti} , см/с | n_e , см ⁻³ | N_a , см ⁻³ | V_{Di} , см/с | ν_a , с ⁻¹ | Z | B |
|---------------|-------------------|-----------------|-----------------------------|---------------------------------|--------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------|------------------------------|-------------|----------|
| 1 | $7 \cdot 10^{-4}$ | 7 | 10^9 | 10^7 | $3 \cdot 10^4$ | $6 \cdot 10^8$ | $4 \cdot 10^4$ | $3 \cdot 10^4$ | 30 | $\sim 10^4$ | ~ 1 |

решетки δ определяется интерференцией встречных (в горизонтальном направлении) волн, то ее можно определить как

$$\delta = \frac{\pi}{k_{\text{opt}}}. \quad (15)$$

Используя соотношение (12), получим $\delta \sim 600$ мк. Это заметно больше наблюдаемого значения $\delta \sim 250$ мк. Если, однако, учесть возможный разброс параметров (например, n_i в [11] дается с точностью до коэффициента 4), то, увеличив используемое в оценках n_i в 4 раза, можно получить и более близкое количественное согласие. Исходя из (13), можно оценить характерное время развития неустойчивости в условиях обсуждаемого эксперимента. Для надпороговости $\Omega_p^2/\nu_a^2 - (\Omega_p^2/\nu_a^2)_{\text{thr}}^{\text{min}} \approx 0,2$ и $\omega_m \approx 5 \text{ с}^{-1}$ получим $\gamma_m \approx 0,17 \text{ с}^{-1}$.

Развитие неустойчивости приводит к группировке в сгустки одноименно заряженных частиц и, в частности, пылевых, однако еще не гарантирует формирование наблюдаемых трехмерных структур. Здесь, по-видимому, кроме линейной теории, необходимы нелинейные расчеты. Однако некоторые выводы о структурных особенностях электрического потенциала, обусловленного неустойчивостью, можно сделать, исходя из линейной теории. Опираясь на дисперсионное уравнение (8), вычислим групповую скорость возбуждаемых волн. Учитывая, что $k^2 \lambda_{De}^2 \gg 1$, найдем в системе координат с осью z вдоль скорости дрейфа ионов

$$V_{gz} \equiv \frac{\partial \omega}{\partial k_z} = q(1 + b - b \frac{k_{\perp}^2}{k_z^2}), \quad V_{g\perp} \equiv \frac{\partial \omega}{\partial k_{\perp}} = 2qb \frac{k_{\perp}}{k_z}, \quad (16)$$

где

$$q = \frac{\nu_a E_0}{4\pi e n_i}, \quad b = \frac{4\pi e n_i T_i}{E_0^2}. \quad (17)$$

В соотношениях (17) учтено, что скорость дрейфа ионов в электрическом поле $V_i = eE_0/m_i \nu_{in}$.

Оценка V_{gz} при $k_{\perp} = 0$ для условий [11] дает: $V_{gz}(k_{\perp} = 0) \approx 2,6 \text{ см/с}$. При характерном вертикальном масштабе в 1 см неустойчивость может развиваться только, если $V_{gz} \rightarrow 0$, то есть для косых волн, для которых

$$k_{\perp} = \pm k_z \sqrt{1 + b^{-1}}, \quad b \sim 1. \quad (18)$$

Таким образом, уже на линейной стадии можно ожидать с учетом осевой симметрии образования трехмерных “кристаллических” структур, похожих на наблюдаемые в эксперименте [11]. Более строгий анализ требует учета конечных размеров и граничных условий в поперечной плоскости системы.

Кратко обсудим результаты других экспериментов [12–14], которые проводились в условиях, близких [10, 11]. Наиболее подходящей для сравнения является постоянная решетки пылевых кристаллов. В [12] концентрация ионов была в 2–3 раза выше, чем в [11]. При этом постоянная решетки была примерно в 2 раза меньше. В эксперименте [13], наоборот, концентрация ионов была заметно ниже, чем в [11], и составляла $2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$. При этом постоянная решетки равнялась $\delta \approx 800$ мк. Качественно такая зависимость от n_i согласуется с формулой (12) для оптимального масштаба неустойчивых волн.

Интересный эффект “плавления” пылевого кристалла наблюдался в экспериментах [14]. Авторы понижали давление газа, что приводило к интенсивному разогреву пылевых частиц, связанному с уменьшением тепловых потерь при взаимодействии с нейтральным газом. При этом возникали сначала дислокации в структуре, а затем, с дальнейшим уменьшением давления, кристалл разрушался – пылевые частицы начинали совершать беспорядочное движение. С позиций рассмотренного механизма такое разрушение могло быть обусловлено срывом неустойчивости при увеличении теплового разброса пылевых частиц. В гидродинамическом приближении такой срыв происходит когда

$$kV_{Ta} > \omega, \quad (19)$$

где $V_{Ta} = (T_a/M_a)^{1/2}$ – тепловая скорость пылевых частиц. Вблизи порога неустойчивости в качестве ω и k выступают их оптимальные значения k_{opt} (12) и $\omega_{\text{opt}} \approx \nu_a k_{\text{opt}} V_i (1 + B^{-1}) / 4\pi \sigma_i$ (8). Разрушение кристалла в [14] наблюдалось при $T_a \sim 3 \text{ эВ}$. Подставляя в (19) полученные ранее значения $\omega_{\text{opt}} \approx 5 \text{ с}^{-1}$ и $k_{\text{opt}} \approx 50 \text{ см}^{-1}$, найдем $\omega/k \sim V_{Ta} \sim 0,1 \text{ см/с}$, то есть срыв неустойчивости действительно возможен.

Резюмируя проведенный анализ, можно заключить, что рассмотренная неустойчивость могла вполне проявиться в экспериментах с пылевой плазмой [10–14], причем параметры неустойчивых волн находятся в неплохом количественном соответствии со

структурными особенностями пылевых кристаллов. В то же время тот факт, что в узлах пылевого кристалла присутствовала, как правило, только одна частица, не соответствует характеру группировки частиц в условиях развитой неустойчивости. Более того, наблюдаемое разрушение кристалла с усилением теплового движения в два этапа, когда сначала происходит разрушение трансляционного порядка и лишь затем ориентационного, не объясняется полностью в рамках волновых возмущений и свидетельствует о том, что условия возникновения упорядоченных структур в экспериментах [10–14] достигались в допороговой (по отношению к диссипативной неустойчивости) области. В условиях развития неустойчивости следует ожидать группировки в сгустки и слипания нескольких (многих) исходных частиц в более крупные пылинки. Такая возможность подтверждается в некоторых экспериментах, где наблюдалось слипание аэрозольных частиц, причем уже обладавших большим отрицательным зарядом [2]. Для более определенного ответа на указанные вопросы, по-видимому, необходимо более тщательное экспериментальное исследование начальной стадии формирования пылевого кристалла и зависимости процесса формирования от концентрации пылевых частиц, а также измерение динамической структуры ионного пространственного заряда.

1. А. П. Нефедов, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, УФН **167**, 1215 (1997).
2. В. Н. Цытович, УФН **167**, 57 (1997).
3. В. Н. Цытович, Г. Морфилл, Х. Томас, Физика плазмы **28**, 675 (2002).
4. Г. Морфилл, В. Н. Цытович, Х. Томас, Физика плазмы **29**, 3 (2003).
5. Х. Томас, Г. Морфилл, В. Н. Цытович, Физика плазмы **29**, 963 (2003).
6. В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, И. Т. Якубов, *Физика неидеальной плазмы*, М.: Физматлит, 2004.
7. В. Ю. Трахтенгерц, ДАН СССР **308**, 584 (1989).
8. V. Y. Trakhtengerts, JATP **56**, 373 (1994).
9. S. V. Vladimirov and M. Nambu, Phys. Rev. **E52**, 2172 (1995).
10. G. E. Morfill, *Physics of colloidal plasmas*, in Proc. XX Int. Conf. on Phen. in Ionized Gases, 1994.
11. H. Thomas, G. E. Morfill, and V. Demmel, Phys. Rev. Lett. **73**, 652 (1994).
12. J. H. Chu and I. Lin, Physica **A205**, 183 (1994).
13. A. Melzer, T. Trottenbery, and A. Piel, Phys. Lett. **A191**, 301 (1994).
14. H. M. Thomas and G. E. Morfill, Nature (London) **379**, 806 (1996).
15. В. М. Лопухин, А. А. Веденов, УФН **53**, 69 (1954).
16. А. В. Гапонов-Грехов, И. А. Долина и др., ЖЭТФ **102**, 243 (1992).
17. Е. А. Мареев, А. Е. Сорокин, В. Ю. Трахтенгерц, Физика плазмы **25**, 289 (1999).