Письма в ЖЭТФ, том 80, вып. 12, с. 870 – 874

Генерация неклассических состояний света в бозе-эйнштейновском конденсате в условиях электромагнитной индуцированной прозрачности

А. В. Прохоров, А. П. Алоджанц, С. М. Аракелян

Владимирский государственный университет[1], 600000 Владимир, Россия

Поступила в редакцию 27 октября 2004 г.

Развита квантовая теория взаимодействия бозе-конденсата атомов с внешними оптическими полями для случая двухлучевой Λ-схемы и при условиях, близких к резонансным. Получены режимы, когда коэффициенты керровской нелинейности и нелинейного поглощения достигают гигантских значений и даже становятся отрицательными, что определяет эффект нелинейной индуцированной прозрачности. Показана принципиальная возможность эффективной генерации квадратурно-сжатого света при условии нелинейной компенсации оптических потерь.

PACS: 32.80.–t, 42.50.Gy, 42.65.–k

В последнее время заметно возрос интерес к исследованию эффектов электромагнитной индуцированной прозрачности (ЭИП) [1, 2]. Суть его заключается в распространении пробного импульса без затухания, с сохранением формы огибающей в трехуровневой атомной среде с инверсией населенностей, создаваемой оптической накачкой. Принципиальным свойством данного эффекта является значительное, в работе [1] – до 17 м/с, замедление групповой скорости пробного импульса в условиях распространения "темных" и "светлых" поляритонов. С практической точки зрения, такое поведение атомно-оптической системы, обладающей памятью, можно использовать для целей обработки и передачи квантовой информации. Вместе с тем, сильные квантовые корреляции поляритонов могут приводить к генерации неклассических перепутанных (entangled) атомно-оптических состояний [3, 4]. Принципиальная возможность генерации гигантских значений нелинейности в режиме Λ-взаимодействия с использованием когерентных сред была экспериментально продемонстрирована в работах [5].

В данной работе решается задача о взаимодействии трехуровневого конденсата атомов с внешними квантовыми световыми полями в условиях ЭИП. При этом нами рассматриваются эффекты как линейной (в приближении Джейнса–Камингса), так и нелинейной (керровской) поляризаций атомов конденсата.

Оптические свойства атомного бозе-конденсата при его Λ-взаимодействии со световым полем накачки частоты ω_c и пробным полем ω_p (см. рис.1) с

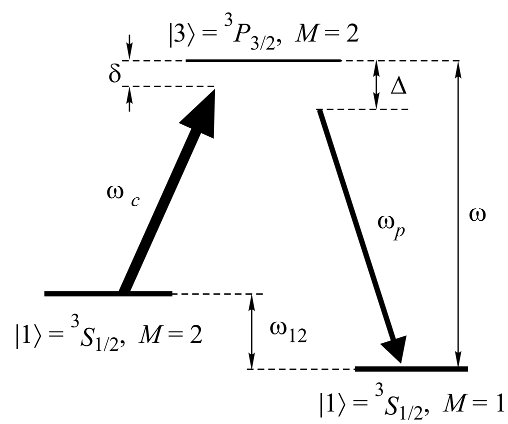

Рис.1. Λ-схема взаимодействия на примере энергетических уровней атома ^{23}Na

учетом нелинейной поляризации атомов могут быть описаны через его показатель преломления $n = n_0 + n_2|A_p|^2$ и коэффициент поглощения $\alpha = \alpha_0 + \alpha_2|A_p|^2$, где коэффициенты n_0, α_0, n_2, α_2 имеют вид

$$n_0 = 1 + \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\chi_{AT}^{(1)}), \quad \alpha_0 = \beta_p \mathrm{Im}(\chi_{AT}^{(1)}), \tag{1а}$$

$$n_2 = \frac{3}{8}\mathrm{Re}(\chi_{AT}^{(3)}), \quad \alpha_2 = \frac{3}{4}\beta_p \mathrm{Im}(\chi_{AT}^{(3)}). \tag{1б}$$

Здесь $\chi_{AT}^{(1,3)}$ – линейная и керровская резонансные восприимчивости атомного конденсата. Используя стандартный формализм матрицы плотности, а также соотношение для индуцированной в атомной среде поляризации $P = N\mu_{32}\bar{\rho}_{32}$ [6, 7] (N – атомная концентрация, $\bar{\rho}_{32}$ – матричный элемент для перехода $|3\rangle \to |2\rangle$, μ_{32} – соответствующий дипольный мо-

[1]) e-mail: laser@vpti.vladimir.ru

мент), получим следующие выражения для резонансных восприимчивостей – сравни с [1,5]:

$$\chi_{AT}^{(1)} = \frac{N|\mu_{32}|^2}{\hbar\varepsilon_0}\frac{1}{\Gamma},$$
$$\chi_{AT}^{(3)} = \frac{2i}{3}\frac{N|\mu_{32}|^4}{\varepsilon_0\hbar^3}\frac{\Gamma^* - \Gamma}{\Gamma|\Gamma|^2}\left(\frac{1}{\gamma_{\text{opt}}} + \frac{1}{\gamma_{\text{mag}}}\right), \quad (2)$$

где $\Gamma = \Delta - i\gamma_{\text{opt}} + |g_1|^2/(i\gamma_{\text{mag}} - \Delta)$ и введены обозначения: $\gamma_{\text{opt}} = \gamma_{32} + \gamma_{31}$, $\gamma_{\text{mag}} = \gamma_{12}$, $\Delta = \omega - \omega_p$, $\delta = \omega - \omega_{12} - \omega_c$. Здесь $g_1 = |\mu_{31}|E_c/\hbar$ – частота Раби для перехода $|1\rangle \to |3\rangle$, индуцированного просветляющим полем $\mathbf{E}_c$; γ_{mn} описывают процессы спонтанных переходов с соответствующих уровней и определяют естественную ширину линий излучения для холодных атомов в конденсате, $m, n = 1, 2, 3$.

На рис.2 представлены зависимости нелинейных показателей преломления n_2 и поглощения α_2 от частоты отстройки пробного поля Δ в условиях Λ-

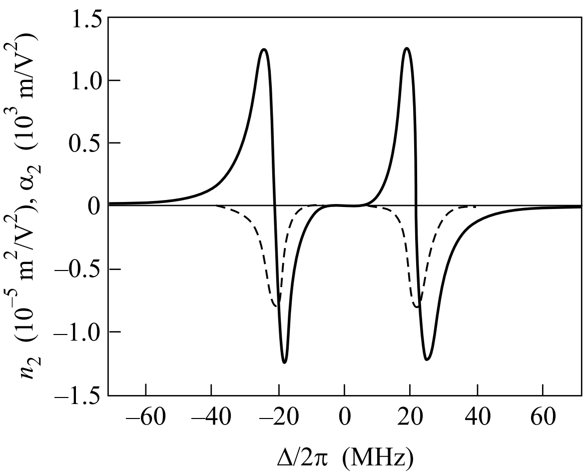

Рис.2. Частотные зависимости нелинейного показателя преломления n_2 (сплошная линия) и нелинейного коэффициента поглощения α_2 (пунктир) для ^{23}Na-конденсата при Λ-взаимодействии с внешними оптическими полями. Параметры конденсата: $N = 3.3 \cdot 10^{12}$ см$^{-3}$, $\gamma_{\text{opt}}/2\pi = 10.2$ МГц, $\gamma_{\text{mag}}/2\pi = 38.2$ кГц. Интенсивность просветляющего импульса $I_c = 55$ мВт/см^2

взаимодействия и при наличии сильного поля накачки $\mathbf{E}_c$ с концентрацией атомов $N = 3.3 \cdot 10^{12}$ см$^{-3}$ в соответствии с экспериментом [1]. При этом дипольный матричный элемент перехода $|\mu_{32}|$ составляет величину $22 \cdot 10^{-30}$ К·м, раби-частота g_1 для просветляющего поля рассчитана для интенсивности $I_c = 55$ мВт/см^2 с использованием соотношения $A_c = \sqrt{2I_c/c\varepsilon_0}$; $g_1/2\pi = 21.5$ МГц. В отсутствие доплеровского уширения линий излучения в конденсате скорость γ_{mn} спонтанного распада атомов определяется их временами релаксаций $\tau_{mn} \approx 2\pi/\gamma_{mn}$. Эти величины составляют $\tau_{32} = 0.2$ мкс, $\gamma_{31}/2\pi = \gamma_{32}/2\pi = 5.1$ МГц, скорость распада на магнитных уровнях $|1\rangle$ и $|2\rangle$ соответствует $\gamma_{12}/2\pi = 38.2$ кГц и времени релаксации $\tau_{12} = 26$ мкс · см [7].

Из рис.2 видно, что параметры n_2 и α_2 могут принимать гигантские значения и быть отрицательными. Существование областей с $n_2 < 0$ имеет важное практическое значение для задач генерации и управления параметрами неклассического света, тогда как присутствие на рис.2 отрицательного нелинейного поглощения, $\alpha_2 < 0$, ведет к смене режима линейного поглощения оптического излучения в бозе-газе режимом с эффективным усилением при достижении соответствующей пороговой интенсивности пробного поля. В случае, когда $\alpha \equiv 0$, поглощение света атомной средой отсутствует, что может быть охарактеризовано как эффект нелинейной ЭИП бозе-конденсата.

Таким образом, управление интенсивностью пробного поля I_p, а также частотой его отстройки от резонанса Δ позволяет менять взаимное соотношение между относительными вкладами линейных и нелинейных эффектов при его распространении в конденсате, что приводит к реализации самых разнообразных режимов.

Рассмотрим квантовые свойства пробного поля и их влияние на эффект ЭИП. В адиабатическом приближении, когда режим населенностей для атомов конденсатных мод можно полагать установившимся, состояние атомной системы является заданным [2]. Данное приближение будет справедливым, если время релаксации на нижних уровнях схемы удовлетворяет условию $\tau_{12} \geq \tau_d$ [2], где $\tau_d = n_g(l/c)$ определяет время задержки импульса при его прохождении сквозь резонансную среду конденсата с групповым показателем преломления $n_g = n + \omega_p(dn/d\omega_p)$. В этом случае гамильтониан взаимодействия атомов конденсата и пробного поля может быть получен с использованием соответствующего матричного элемента перехода, умноженного на константу атомно-оптического взаимодействия: $H_{\text{int}} = -(k_0/2)(\bar{\rho}_{32} + \bar{\rho}_{23})$, где $k_0 = \mu_{32}\sqrt{\omega/2\hbar\varepsilon_0 V}$, V – характерный объем взаимодействия. С учетом нелинейных эффектов на кубичной восприимчивости $\chi^{(3)}$ матричный элемент $\bar{\rho}_{32}$ может быть разложен в ряд по частоте Раби пробного поля в виде $\bar{\rho}_{32} \cong \bar{\rho}_{32}^{(1)} g_1 + \bar{\rho}_{32}^{(3)}|g_1|^2 g_1$. Окончательно, для гамильтониана взаимодействия имеем:

$$H_{\text{int}} = -\frac{k_0^2}{2}(\bar{\rho}_{32}^{(1)} a^+ + \bar{\rho}_{23}^{(1)} a) - \frac{k_0^4}{2}(\bar{\rho}_{32}^{(3)}(a^+)^2 a + \bar{\rho}_{23}^{(3)} a^+ (a)^2), \quad (3)$$

где $a(a^+)$ – оператор уничтожения (рождения) фотонов пробного поля. Первое слагаемое в выражении (3) соответствует взаимодействию конденсата с пробным полем в рамках модели Джейнса–Камингса. Второе слагаемое в (3) определяется нелинейной поляризацией атомной системы.

Для описания поведения квантовых флуктуаций пробного поля воспользуемся здесь методом Боголюбова, который широко применяется в статистической физике как при исследовании квазичастиц в мезоскопических квантовых системах [8], так и квантовой оптике для описания спонтанного параметрического рассеяния света в приближении заданного классического поля накачки [6]. В настоящей работе применение данного метода для анализа квантовых характеристик пробного поля фактически уже обусловлено адиабатическим приближением, когда свойства как атомной системы, так и просветляющего поля (накачки) являются заданными – см. (3) и сравни также с [2]. Представим оператор уничтожения фотона пробного поля в виде $a = f + \Delta a$, где f определяет классическую амплитуду ($\langle a\rangle = f$), а оператор $\Delta a \equiv c = a - \langle a\rangle$ – малую флуктуационную часть поля, так что $\langle \Delta a\rangle \equiv \langle c\rangle = 0$. С помощью выражения (3) в представлении Гейзенберга приходим к системе уравнений для среднего поля f и оператора квантовых шумов c:

$$\frac{df}{dt} = i\left(\frac{k_1}{2} + \frac{k_2^*}{2} f^2 + k_2|f|^2\right), \quad \frac{dc}{dt} = i(\theta c + \eta c^+), \quad (4)$$

где $k_1 = k_0^2\rho_{32}^{(1)}$ и $k_2 = k_0^4\rho_{32}^{(3)}$ – коэффициенты, определяющие линейную и нелинейную перекачку энергии в системе, соответственно; $\theta = k_2 f^* + k_2^* f$ и $\eta = k_2 f$.

Второе уравнение (4) является линеаризированным по оператору малых флуктуаций c. Оно справедливо при условии $\langle c^+ c\rangle \ll |f|^2$, и его решение может быть представлено в виде (ср. с [6, 8])

$$c = \mu c_0 + \nu c_0^+, \quad (5а)$$

$$\mu = \cos(\sqrt{\xi}t) + i\frac{\theta}{\xi}\sin(\sqrt{\xi}t), \quad \nu = i\frac{\eta}{\xi}\sin(\sqrt{\xi}t), \quad (5б)$$

где $\xi = k_2^2(f^*)^2 + (k_2^*)^2 f^2 + |k_2|^2|f|^2$, $c_0 \equiv c(t)|_{t=0}$. Операторы уничтожения c и рождения c^+ квазичастиц удовлетворяют обычным коммутационным соотношениям $[c; c^+] = |\mu|^2 - |\nu|^2 = 1$ и характеризуют малые квантовые возмущения пробного поля – "светлые" поляритоны, распространяющиеся в атомной среде в условиях ЭИП. При этом среднее число фотонов пробного поля $N_f = \langle a^+ a\rangle = |f|^2 + \langle c^+ c\rangle$ может меняться как за счет изменения интенсивности среднего поля, так и в ходе параметрического усиления квантовых шумов (квазичастиц), что становится возможным при $\xi < 0$.

На рис.3 представлена эволюция среднего числа фотонов в пробном импульсе N_f от времени при различных начальных значениях числа фотонов на входе конденсата. Частота отстройки пробного импульса с продолжительностью в 1 мкс выбрана близкой к резонансу и составляет $\Delta/2\pi = 2.66$ МГц; при этом коэффициенты $\alpha_0 > 0$ и $\alpha_2 < 0$ имеют разные знаки и становится возможным проследить конкуренцию между линейным ослаблением и нелинейным усилением пробного поля в рассматриваемой системе (см. рис.2). При этом пороговое значение интенсивности пробного поля N_f составляет 25 фотонов. Рис.3 отражает два принципиально различных режима эволюции среднего числа фотонов в пробном импульсе: при начальном среднем числе фотонов $N_f = |f|^2 = 26$ происходит превышение над порогом нелинейного усиления и наблюдается параметрический рост интенсивности пробного поля, тогда как при $N_f = |f|^2 = 19$ порог усиления еще не достигнут и в системе идет процесс перекачки энергии между полем и средой конденсата в режиме конкуренции линейных/нелинейных эффектов. Каждый режим представлен двумя кривыми, одна из которых соответствует динамике только среднего поля $|f|^2$, другая – с учетом квантовых шумов. Видно, что в режиме ниже порогового относительное число $\langle \hat{c}^+\hat{c}\rangle/|f|^2$ всегда остается малой величиной, тогда как режим

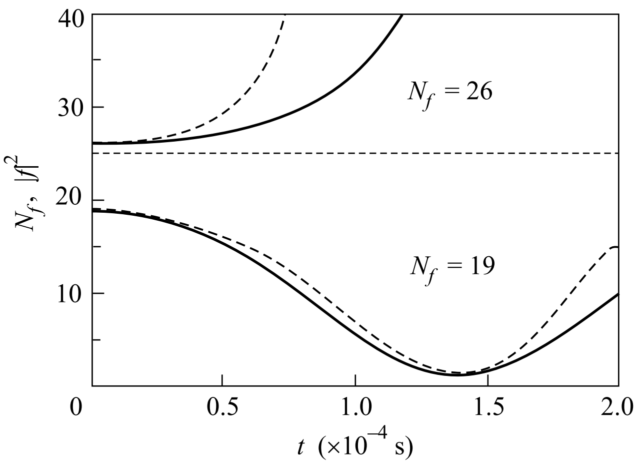

Рис.3. Зависимости числа фотонов пробного поля N_f от времени в приближении среднего поля (сплошные кривые для $|f|^2$), а также с учетом квантовых флуктуаций (штриховые кривые). Параметры системы те же, что и к рис.2; значение частоты отстройки $\Delta/2\pi = 2.66$ МГц. Начальное число фотонов $N_f = 19$ указано около кривых

усиления среднего поля ведет к его быстрому росту, что соответствует параметрическому усилению квантовых шумов. Поскольку $\langle c^+ c\rangle = |\nu|^2$, этот последний случай как раз соответствует смене знака у выражения для ξ и гиперболическому росту для ν, см. (5). Следует, однако, иметь в виду, что даже в случае, когда начальная интенсивность пробного поля лежит ниже пороговой, присутствие квантовых шумов в системе может приводить к смене режима, начиная с некоторого момента времени – усилению пробного поля. Важно отметить, что рост среднего числа фотонов пробного поля на рис.3 ограничен сверху интенсивностью накачки, которую мы полагаем классической и неистощимой. Таким образом, в рамках рассматриваемого в работе подхода должно выполняться условие

$$\langle c^+ c\rangle \ll |f|^2 \ll N_c, \tag{6}$$

где N_c – число фотонов в просветляющем поле – накачке.

Определим эрмитовые квадратуры пробного поля $Q = a + a^+$, $P = i(a^+ - a)$. С учетом выражений (5) их дисперсии могут быть представлены в виде $\sigma_Q^2 = |\mu + \nu^*|^2$, $\sigma_P^2 = |\mu - \nu^*|^2$. На рис.4 изображены зависимости α_Q^2 и σ_P^2 для пробного поля при $N_f = 26$.

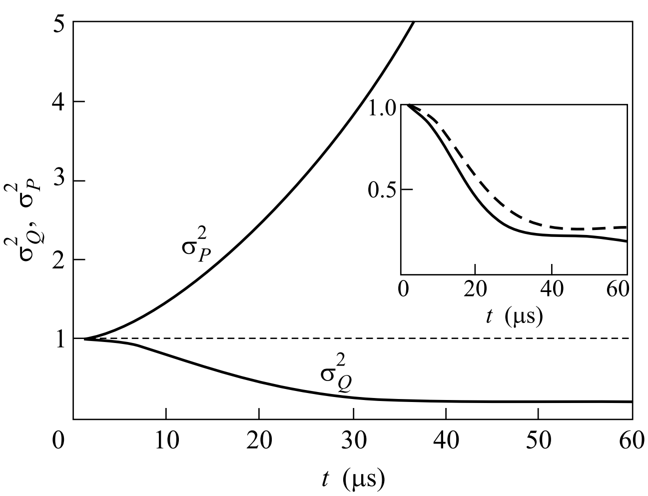

Рис.4. Зависимости для дисперсий квадратур σ_Q^2 и σ_P^2 от времени. Параметры системы те же, что и на рис.3, начальное число фотонов $N_f = 26$. На вставке: зависимости σ_Q^2 от времени при $N_f = 26$ (сплошная кривая), $N_f = 19$ (штриховая)

Генерация квадратурно-сжатого света имеет место в случае, когда одна из величин, σ_Q^2 либо α_P^2, становится меньше значения дисперсии $\sigma_{Q,P}^2 = 1$, что соответствует когерентному состоянию пробного поля на входе в атомную систему. При этом эффективное подавление квантовых флуктуаций квадратуры Q может быть экспериментально наблюдено на характерном временном масштабе $\tau_{sq} \approx 40$ мкс. Так, например, если между временем задержки импульса τ_d и временем сжатия флуктуаций выполняется соотношение $\tau_{sq} \cong \tau_d$, то оптимальная длина активной зоны конденсата $l_{\rm opt}$ составляет 7.7 см, что соответствует величине $n_g = 1.56 \cdot 10^5$, а также режиму "медленного" света для пробного импульса с групповой скоростью порядка 2000 м/с. При этом для эффективного сжатия флуктуаций пробного импульса длительности τ_p необходимо также выполнение условия $\tau_{sq} > \tau_p$, что является справедливым для микросекундного импульса. Наконец, отметим, что для зависимостей на рис.4 условия (6) выполняются на всем временном интервале. На вставке к рис.4 представлены результаты квадратурного сжатия для различного числа фотонов пробного поля на входе конденсата. Видно, что режим усиления пробного поля более предпочтителен для эффективного сжатия по сравнению с конкурентными режимами, как для кривой *1* на рис.3.

В линейном случае, когда $\bar\rho_{23}^{(3)} = \bar\rho_{32}^{(3)} \equiv 0$, параметр $k_2 = 0$, так что дисперсии квадратур $\sigma_{Q,P}^2$ остаются на начальном уровне флуктуаций когерентного поля. При этом зависимость числа фотонов N_f от времени не критична по отношению к начальному числу фотонов на входе: в отсутствие конкуренции линейных/нелинейных эффектов перекачки энергии в системе наблюдается либо поглощение, либо усиление импульса в зависимости от величины отстройки Δ.

В заключение заметим, что достижение оптимальной длины $l_{\rm opt}$ атомно-оптического взаимодействия возможно, например, с использованием сигарообразных конденсатов, полученных в сильно асимметричных ловушках. Не менее интересной и перспективной в практическом отношении является также возможность использования оптических волокон, подвергнутых допированию резонансными атомами, либо газозаполненных волокон конденсатом атомов, с реализацией Λ-взаимодействия для оптических импульсов в них. Такой подход позволяет, с одной стороны, резко увеличить нелинейные характеристики световода, что является наиболее важным моментом в экспериментах со сжатым светом, а с другой, путем соответствующей настройки схемы, добиться режима, когда вынужденные оптические потери сведены к минимуму.

Авторы благодарны А. С. Зиброву, Г. Лейксу и Н. В. Корольковой за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 01-

02-17478), а также НТП Минпромнауки и Минобразования РФ. А. П. Алоджанц благодарен фонду некоммерческих программ "Династия" за финансовую поддержку своей научной деятельности.

---

1. L. N. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. H. Behroozi, Lett. Nature **397**, 594 (1999).
2. M. D. Lukin, Rev. of Mod. Phys. **75**, 457 (2003).
3. А. В. Прохоров, А. П. Алоджанц, С. М. Аракелян, Оптика и спектроскопия **94**, №1, 71 (2003).
4. C. H. van der Wal, M. D. Eisaman, A. Andre et.al., Science **301**, 196 (2003).
5. H. Wang, D. Goorskey, and M. Xiao, Phys. Rev. Lett. **87**, 073601 (2001); H. Kang and Y. Zhu, Phys. Rev. Lett. **91**, 093601 (2003).
6. И. Р. Шен, *Принципы нелинейной оптики*, М.: Наука, 1989.
7. E. Wolf, in *Progress In Optics*, Ed. Elsevier Science B. V., Netherlands, Amsterdam **43**, 512 (2002).
8. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, т.**9**, часть 2, М.: Физматлит, 2001.