

РАСПРОСТРАНЕНИЕ КОГЕРЕНТНОГО СВЕТОВОГО ПУЧКА ЧЕРЕЗ ДИФФУНДИРУЮЩИЕ ЖИДКОСТИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ

*Т.С.Величкина, А.В.Гуревич, Т.Г.Черневич,
О.А.Шустин, И.А.Яковлев*

В статье содержатся результаты экспериментальных и теоретических исследований особенностей прохождения параллельного когерентного пучка света через диффундирующие жидкости. Предложены новые методы определения коэффициента взаимной диффузии жидкостей.

Рефракция некогерентных световых пучков вблизи первоначальной границы раздела двух диффундирующих жидкостей была давно предметом исследований [1]. Однако, экспериментальные исследования этого явления в когерентном свете позволили обнаружить ряд его интересных особенностей, дающих возможность, путем сопоставления с детальной теорией рефракции, находить коэффициент диффузии жидкостей несколь-

кими новыми способами. Схема опыта приведена на рис. 1. Расширенный параллельный лазерный световой пучок, падающий перпендикулярно боковой грани кюветы, проходит сквозь нее. В нижней и верхней частях кюветы находятся жидкости с различной плотностью и различными показателями преломления n_1 и n_2 . Структура светового пучка, прошедшего сквозь кювету, наблюдается на экране \mathcal{E} , или фиксируется на фотопластиках, расположенных перпендикулярно оси z (рис. 1).

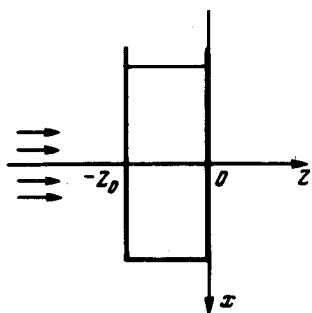


Рис. 1

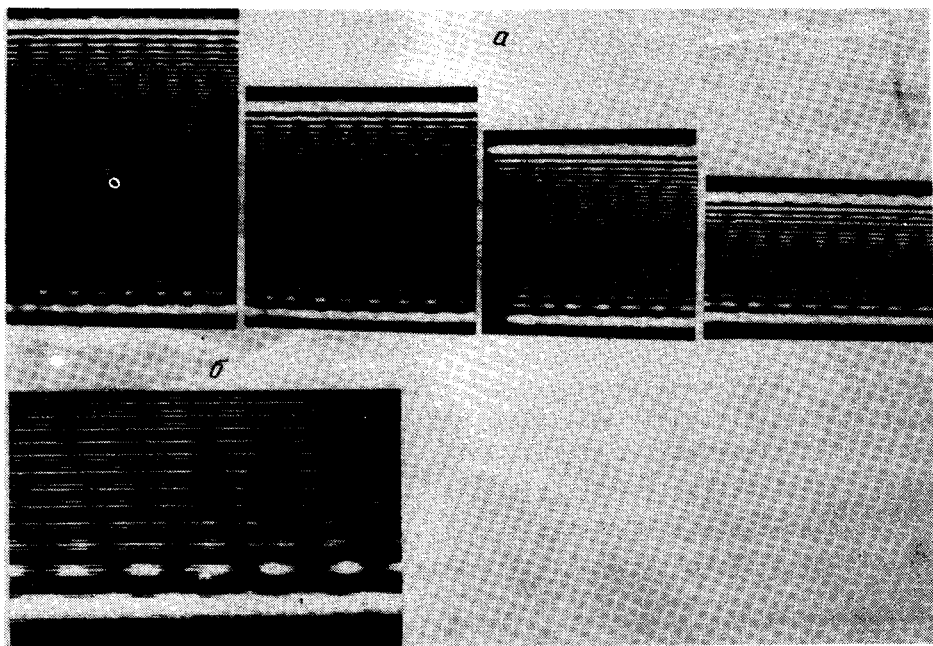


Рис. 2

Если экран расположен вблизи кюветы, то распределение интенсивности излучения носит равномерный характер. Однако на достаточно большом расстоянии $z = 1,5$ м от кюветы наблюдается интерференционная картина, показанная на рис. 2, *a* (увеличение 5), которая состоит

из системы параллельных границе раздела неэквидистантных интерференционных полос. Ярко освещенные полосы ограничивают наблюдавшуюся интерференционную картину сверху и снизу. Каждая интерференционная полоса, в свою очередь, имеет тонкую структуру рис. 2, б (увеличение 15), состоящую из системы узких параллельных границе раздела интерференционных полос. С увеличением времени после начала диффузии яркие, ограничивающие картину, интерференционные полосы сближаются вплоть до слияния (рис. 2, а, положение фотопластинки по оси z — одно и то же для всех кадров. Время после начала диффузии меняется от 85 до 147 мин). Появление интерференционной картины связано с тем, что в данное место экрана приходят когерентные световые пучки, прошедшие через участки кюветы и испытавшие, следовательно, различные отклонения и различные фазовые сдвиги. В области, где жидкости перемешиваются из-за диффузии, показатель преломления согласно [1]:

$$n(x) = n_1 - \frac{n_1 - n_2}{2} \left\{ 1 - \phi\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \right\}. \quad (1)$$

Здесь D — коэффициент взаимной диффузии, t — время, прошедшее с начала диффузии, $\phi(\tau_0) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^{\tau_0} e^{-p^2} dp$, $\tau_0 = x/2\sqrt{Dt}$.

На кювету падает пучок лучей, направленных по оси z , параллельно границе раздела (рис. 1). В приближении геометрической оптики распространение лучей в кювете описывается уравнениями:

$$K_z \frac{\partial K_z}{\partial z} + K_x \frac{\partial K_z}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$K_z \frac{\partial K_x}{\partial z} + K_x \frac{\partial K_x}{\partial x} = \frac{\omega^2}{c^2} n \frac{dn}{dx}. \quad (3)$$

Здесь K_z и K_x — проекции волнового вектора на оси z и x . Если $|n_1 - n_2| \ll \ll n_1, n_2$, то всегда $K_x \ll K_z$. Тогда, учитывая (1) и предполагая смещение луча по x в кювете малым, имеем из (3) на второй границе кюветы $z = 0$:

$$K_x = \frac{\omega(n_1 - n_2)z_0}{2c\sqrt{\pi Dt}} e^{-x^2/4Dt}, \quad K_z = K_0 = \frac{\omega}{c} n_0. \quad (4)$$

Здесь n_0 — показатель преломления воздуха, z_0 — толщина кюветы, ω — частота световой волны, c — скорость света в вакууме. Таким образом, по выходе из кюветы, благодаря преломлению в неоднородной смеси жидкости, лучи отклонены в направлении вертикали x .

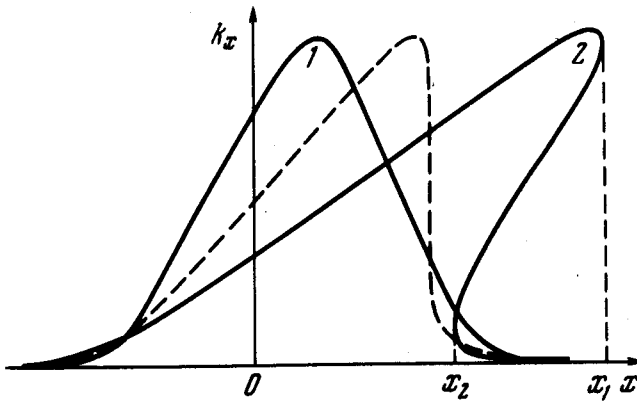
По выходе из кюветы лучи распространяются в однородной среде. Уравнение (3) для K_x принимает тогда вид

$$K_0 \frac{\partial K_x}{\partial z} + K_x \frac{\partial K_x}{\partial x} = 0, \quad K_z \approx K_0. \quad (5)$$

Граничное условие задается при $z = 0$ и имеет вид (4). Решение уравнения (5) с граничным условием (4):

$$K_x = \frac{\omega(n_1 - n_2)z_0}{2c\sqrt{\pi Dt}} \exp \left[-\frac{\left(x - \frac{K_x}{K_0} z\right)^2}{4Dt} \right]. \quad (6)$$

Это выражение определяет в неявной форме K_x в любой точке x , в момент времени t .



Пусть $z = z_3$, где z_3 — расстояние от кюветы до экрана. Функция K_x от x , определяемая формулой (6), имеет в зависимости от величины z вид кривой 1 или 2 (рис. 3). Кривая 1 не имеет вертикальных касательных, кривая 2 их имеет в точках x_1 и x_2 соответствующих пересечению плоскостью экрана $z = z_3$ каустических поверхностей.

Условие, определяющее в рассматриваемом здесь случае существование каустик:

$$\frac{\partial K_x}{\partial x} \rightarrow \infty. \quad (7)$$

Из (6) с учетом (7) можно найти уравнение каустик, имеющее вид

$$a = \tau e^{-\tau^2}, \quad (8)$$

где

$$a = \frac{2\sqrt{\pi Dt}}{(n_1 - n_2)z_0 z_3}, \quad \tau = \frac{x_K - \frac{K_{x_0}}{K_0} z_3}{2\sqrt{Dt}} \quad (9)$$

x_K – координата каустики, K_{x_0} – значение K_x на каустике. При $a > a_m = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-1/2} \approx 0,429$ уравнение (8) не имеет решений. В этом случае каустик нет.

При $a < a_m$ уравнение имеет два решения τ_1 и τ_2 . В этом случае есть две каустики при двух значениях τ (9). Поскольку $a \sim 1/z$, то при больших z_3 всегда есть две каустики, а при малых значениях z_3 каустик нет. При $a = a_m$, $\tau = \tau_m = 2^{-1/2}$ каустики сливаются; этот случай показан на рис. 3 пунктиром.

Распределение интенсивности поля вблизи каустик при учете дифракции описывается выражением [2]:

$$I \sim F^2(\xi); \quad \xi = (x - x_K)/a^{1/3}, \quad (10)$$

где $F(\xi)$ – функция Эйри. Параметр a связан с параметром каустики τ соотношением

$$a = \frac{z_3^2}{2\sqrt{D}iK_0^2} \left(\frac{2\tau^2 - 1}{\tau} \right). \quad (11)$$

Как видно из рис. 3, кроме двух лучей, образующих каустики, в данную точку x_K приходит и третий луч. Интерференция приводит тогда к модуляции интенсивности (10) с периодом $2\pi/K_3$, где K_3 – проекция волнового вектора третьего луча на ось x .

Таким образом, яркие световые полосы, ограничивающие интерференционное поле на рис. 2, являются пересечением каустик плоскостью фотопластинки. Грубая структура полос дает распределение поля вблизи каустик, тонкая структура является следствием интерференции с третьим лучом. Детальное сопоставление показывает, что данные эксперимента находятся в достаточно хорошем количественном соответствии с теорией. Это позволяет определять коэффициент диффузии D . Укажем три способа его определения.

1. По слиянию каустик. Пусть каустики сливаются в момент t_0 . При этом $a = a_m = (1/\sqrt{2})e^{-1/2}$. Из (8) тогда следует, что:

$$D = \frac{e^{-1/2}}{2^{3/2}\sqrt{\pi}} \frac{z_3 z_0 (n_1 - n_2)}{t_0}. \quad (12)$$

Здесь z_0 – толщина кюветы, z_3 – расстояние от кюветы до экрана.

2. По положению каустик. Из (8) и (9) вытекает, что

$$\frac{x_K}{\sqrt{A_0}} = \frac{e^{-\tau^2/2}}{\sqrt{\tau}} (2\tau^2 + 1), \quad \text{где } A_0 = \frac{(n_1 - n_2)z_0 z_3}{2\sqrt{\pi}}. \quad (13)$$

Определяя из эксперимента при данном t положение каустик $x_K^{(1)}$ и $x_K^{(2)}$, находим из (13) соответствующие значения τ_1 и τ_2 и по формулам (8)

и (9) определяем коэффициент диффузии

$$D = \frac{A_0 \tau_1 e^{-\tau_1^2}}{t} = \frac{A_0 \tau_2 e^{-\tau_2^2}}{t}. \quad (14)$$

Подобным образом можно определить коэффициент диффузии D и по разности положений каустик.

3. По интерференционным полосам. Вблизи каустик расстояние между минимумами поля определено выражением

$$x_n - x_{n-1} = \alpha^{1/3} (\beta_n - \beta_{n-1}), \quad (15)$$

где x_n и x_{n-1} — соседние минимумы поля, β_n и β_{n-1} — соответствующие нули функции Эйри. Определив из данных опыта α , находим из (11) коэффициент диффузии

$$D = \frac{z_0^4}{4k_0^4 t} \frac{(2\tau^2 - 1)^2}{\tau^2 \alpha^2}. \quad (16)$$

Найденные из эксперимента указанными тремя способами значения коэффициента диффузии для 10%-раствора NaCl в H_2O в воду оказались равными соответственно $D \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{сек} = 1,29 \pm 0,02; 1,34 \pm 0,04; 1,33 \pm 0,02$.

Поступила в редакцию
7 июля 1976 г.

Литература

- [1] А. Зоммерфельд. Оптика. М., ИИЛ, 1953.
[2] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. М., изд. Наука, 1967.