Письма в ЖЭТФ, том 24, вып. 4, стр. 240 – 243 *20 августа 1976 г.*

ТРАЕКТОРИИ МНОГОЧАСТИЧНЫХ ПОЛЮСОВ РЕДЖЕ

С.Г.Матинян, А.Г.Седракян

Проанализирована t-зависимость траекторий многочастичных полюсов Редже, найденных в работе [1]. Эти полюса реализуют идею Мандельстама [2] о роли t-канальных многочастичных состояний в образовании растущих траекторий Редже.

В предыдущей работе авторов [1] на примере $g\phi^3$-теории было показано существование полюсов Редже, генерированных многочастичными состояниями в t-канале.

Интерсепт этих полюсов – в отличие от случая мандельстамовских ветвлений, также возникающих из-за многочастичных t-канальных состояний, – растет квадратично с числом частиц в t-канале. Тем самым мы имеем механизм смещения вправо полюсов Редже в теории возмущений даже для бесспиновых частиц. С другой стороны, уже давно ожидалось, что последовательный учет t-канальных многочастичных состояний должен обеспечить прямолинейность реджевских траекторий в довольно большом интервале t.

Наиболее четкие доводы в пользу этого были высказаны Мандельстамом в 1966 году [2].

В настоящей работе мы покажем, что найденные в [1] полюса Редже реализуют идею Мандельстама о роли многочастичных t-канальных состояний в обеспечении прямолинейности реджевских траекторий.

Мы будем исходить из формулы (1) работы [1], дающей главную логарифмическую асимптотику диаграммы для упругого бинарного рассеяния с $n \equiv n_1 + n_2$ частицами в t-канале (из которых n_1 испускают, а n_2 – поглощают произвольное число частиц) с L горизонтальными перекладинами ($\mathbf{q}$ – поперечный импульс в рассеянии):

$$\frac{-i\,(s/m^2)^{-n+1}}{(L+m_1)!}\,g^{2(L+n)}\left[\ln\frac{s}{m^2}\right]^{L+m_1}\mathcal{K}(\mathbf{q}) \tag{1}$$

$$(m_1 \equiv max(n_1,\ n_2)),$$

где $\mathcal{K}(\mathbf{q})$ – так называемый "поперечный" интеграл, соответствующий стягиванию всех горизонтальных линий диаграммы в точки. $\mathcal{K}(\mathbf{q})$ в [1] был исследован лишь для $\mathbf{q} = 0$.

Для $\mathbf{q} \neq 0$ $\mathcal{K}(\mathbf{q})$ можно представить в виде

$$\mathcal{K}(\mathbf{q}) = \left(\frac{1}{2(2\pi)^2}\right)^{n-2} \int \prod_{j=1}^{L+1} \frac{d^2x_i}{2(2\pi)^3} \prod_{i\neq j} K_0(m|x_i - x_j|)\, e^{i\mathbf{q}/_n(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}, \tag{2}$$

где функция Макдональда $K_0(m|\,x_i - x_j\,|)$ описывает " распространение " частицы с массой m в двумерном пространстве для физической области рассеяния ($t = -\mathbf{q}^2 < 0$)[1]. Для $t > 0$ $K_0(m|x|)$ надо заменить на $i\pi/_2\,H_0^{(1)}(m\,|\,x\,|\,)$, где $H_0^{(1)}(m\,|\,x\,|\,)$ – функция Ганкеля первого рода.

Рассмотрим сперва в (2) область не очень больших $\mathbf{q}(\,|\,\mathbf{q}\,|\, < nm)$. Действуя аналогично тому, как это было в работе [1] при оценке $\mathcal{K}(0)$, мы получим после суммирования по всем L и учета всевозможных перекрестков вертикальных линий следующую оценку для траектории n-частичного полюса Редже, являющуюся обобщением формулы (3) работы [1] на случай $\mathbf{q} \neq 0$ $(|\,\mathbf{q}\,| < nm)$:

$$a^{(n_1,\,n_2)}(\mathbf{q}) = -n + 1 + \frac{g^2}{16\pi^2}\,\frac{\gamma^2}{m^2}\,K_0^2\,(2\gamma)n_1n_2\left[1 - \beta\frac{\mathbf{q}^2}{n^2}\,\frac{\gamma^2}{m^2}\right], \tag{3}$$

где γ – произвольная постоянная, введенная в [1], а β возникла от усреднения по углам в (2).

Из (3) следует для наклона траектории многочастичного полюса Редже:

$$a'^{(n_1,\,n_2)} = \frac{4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2}\,a'^{(1,\,1)}, \tag{4}$$

где $a'^{(1,1)}$ – наклон траектории полюса Редже для простой лесенки с двумя частицами в t-канале.

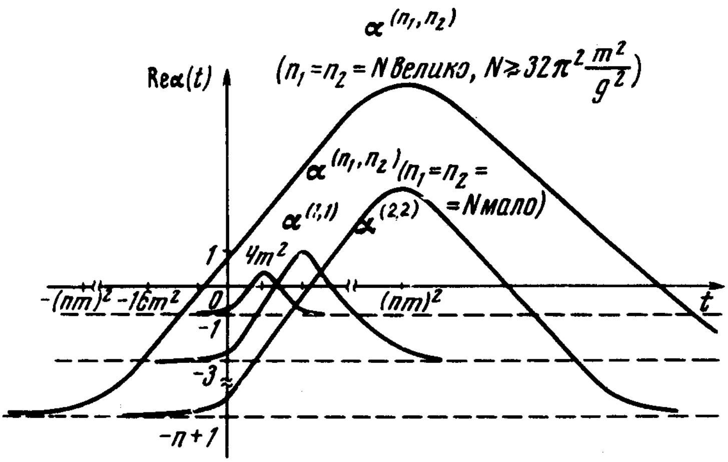
Отметим, что формулы (3) и (4) носят приближенный характер в связи с невозможностью найти точные множители типа γ и β (т. е. с невозможностью точно решить "задачу n тел"), но они точны в смысле зависимости $a^{(n_1,\,n_2)}$ и $a'^{(n_1,\,n_2)}$ от n_1, n_2, что является наиболее важным моментом в данной задаче.

---

[1] Важно иметь в виду, что в каждую точку x_i входят всего четыре таких пропагатора.

Из (4) видно, что наклон траектории многочастичного полюса Редже существенно определяется конфигурациями частиц в t-канале.

Например, при наиболее оптимальной, с точки зрения асимптотики конфигурации $(n_1 = n_2)$ $\alpha'^{(n_1,n_2)} = \alpha'^{(1,1)}$ но $\alpha'^{(n_1,n_2)} \approx \frac{n_2}{n_1}\alpha'^{(1,1)} <<$ $<< \alpha'^{(1,1)}$ при $n_1 >> n_2$. Последний случай напоминает ветвления, для которых $\alpha_c'^{(N,N)} = {}^1\!/_N\, \alpha'^{(1,1)}$.



Рассмотрим теперь большие $\mathbf{q}$ $(|\mathbf{q}| >> nm)$. В этом случае существенная область интегрирования в (2) определяется значениями $|x_i - x_j|$ порядка $n/|\mathbf{q}|$, и для траектории (n_1, n_2)-полюса находим

$$\mathrm{Re}\alpha^{(n_1,\, n_2)}(\mathbf{q}) \approx - n + 1 + n_1 n_2 n^2 \frac{g^2}{16\pi^2}\frac{1}{\mathbf{q}^2} \ln^2\left(\frac{2|\mathbf{q}|}{nm}\right). \qquad (5)$$

Приведем для полноты аналогичное (5) выражение для мандельстамовского ветвления с $n_1 = n_2 = N$:

$$\mathrm{Re}\,\alpha_c^{(N,N)}(\mathbf{q}) \approx - 2N + 1 + N^3 \frac{g^2}{16\pi^2}\frac{1}{|\mathbf{q}|^2} \ln^2\left(\frac{2|\mathbf{q}|}{Nm}\right).$$

Таким образом траектории многочастичных полюсов Редже с n-частицами в t-канале имеют прямолинейные участки до t-канального порога $\mathbf{q}^2 = n^2m^2$, вблизи него они начинают загибаться и при дальнейшем росте $|\mathbf{q}|$ падают как $\approx \frac{n^4}{\mathbf{q}^2}\ln^2\frac{2|\mathbf{q}|}{nm}$, приближаясь асимптотически к значению $- n + 1$.

Полученные выводы соответствуют картине, ожидавшейся в [2]. Рисунок иллюстрирует сказанное.

Поступила в редакцию
11 июня 1976 г.

Литература

[1] С.Г.Матинян, А.Г.Седракян. Письма в ЖЭТФ, 23, 588, 1976.

[2] S.Mandelstam, 1966 Tokyo Summer Lectures in Theoretical Physics, Syokabo, Tokyo, and Benjamin, New York, 1967; Comm. on Nucl. and Particle Phys., 3, 3, 1969.