

КРИТИЧЕСКИЙ ЗАРЯД ДЛЯ АНОМАЛЬНЫХ ЯДЕР

В.Л.Елецкий, В.С.Попов

Вычислена зависимость критического заряда от плотности ядерного вещества и отношения Z/A .

Критический заряд ядра Z_{cr} и проблема спонтанного рождения позитронов при $Z > Z_{cr}$ рассматривались в последние годы в ряде работ (обсуждение различных аспектов этой проблемы и ссылки на литературу см. в обзорах [1, 2]). Приводимые обычно значения Z_{cr} относятся к нормальной плотности ядерного вещества $n_0 = 3/4\pi r_0^3$, $r_0 = 1,1\text{ф}$. Между тем, имеются теоретические указания на возможность существования аномальных ядер с плотностью, существенно отличной от n_0 . В работе Мигдала [3] исследована проблема устойчивости вакуума и рождение пар в критических полях для бозе-частиц. Была показана возможность фазового перехода с образованием π -конденсата в ядерном веществе с $N = Z$ и в нейтронной среде ($N \gg Z$); обсуждалась также возможность существования сверхплотных, нейтронных и сверхзаряженных ($Z \gtrsim 137^{3/2}$) ядер [4]. Другие аргументы в пользу существования стабильных сверхплотных ($n = 2 \div 5n_0$) ядер приведены Ли и Виком [5, 6]. По-видимому, сверхплотные состояния ядерной материи могут быть получены в опытах по столкновению двух тяжелых ядер.

В связи с этими работами нами выполнен расчет критического заряда Z_{cr} для аномальных ядер, т. е. вычислена зависимость Z_{cr} от плотности ядерного вещества и отношения Z/A .

Кратко изложим метод расчета Z_{cr} . При $\zeta > 1$ необходимо учитывать конечные размеры ядра [7], т. е. решать уравнение Дирака с кулоновским потенциалом, обрезанным на малых расстояниях:

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{\zeta}{R} f(r/R), & 0 < r < R \\ -\zeta/r, & r > R \end{cases} \quad (1)$$

$$(h = c = m_e = 1, \quad e^2 = 1/137, \quad \zeta = Ze^2).$$

Уравнение Дирака при энергии $\epsilon = -1$ (граница нижнего континуума) и $V(r) = -\zeta/r$ имеет точное решение, выражающиеся через функции Бесселя с мнимым индексом. Отсюда следует уравнение для критического заряда ядра [8].

$$zK'_{iv}(z)/K_{iv}(z) = 2\xi, \quad (2)$$

где $z = (8\zeta_{cr}R)^{1/2}$, $\zeta_{cr} = Z_{cr}e^2$, R — радиус ядра в единицах $\hbar/m_e c = 386 \text{ ф}$, $\nu = 2[\zeta_{cr}^2 - (j + 1/2)^2]^{1/2}$, $K_{iv}(z)$ — функция Макдональда, ξ — логарифмическая производная внутренней ($r < R$) волновой функции на краю ядра.

Уравнение (2) было решено для первых четырех уровней дискретного спектра при $f(r/R) = 1/2(3 - r^2/R^2)$; такой выбор обрезавшей функции в (1) отвечает равномерной объемной плотности заряда ядра: $n_p(r) = n_p \theta(R - r)$. В результате получаем кривую $\zeta_{cr} = \zeta_{cr}(k)$ для соответствующего уровня. С другой стороны, $\zeta = aR^3$, где $a = 4\pi e^2 n_p / 3$. Пересечение этих двух кривых определяет критический заряд ядра при данной плотности протонов n_p .

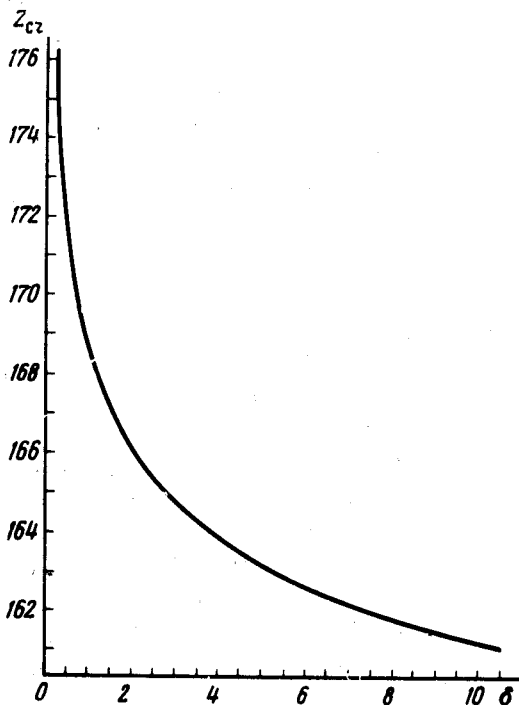


Рис. 1. Критический заряд ядра для основного уровня $1s_{1/2}$. По оси абсцисс отложено отношение плотностей $\delta = n_p/n_p^{(0)^2}$.

Результаты численных расчетов показаны на рис. 1 и рис. 2. Величина Z_{cr} падает с ростом n_p и в пределе $n_p \gg n_p^{(0)}$ приближается к 137 (критический заряд для точечного ядра); здесь $n_p^{(0)} = 0,385$, n_0 — плотность протонов в обычных тяжелых ядрах). Однако, это приближе-

ние является довольно медленным, что видно из асимптотики:

$$\zeta_{cr} = 1 + \frac{c_1}{(\ln \delta + c_2)^2}, \quad \delta \rightarrow \infty \quad (3)$$

где $\delta = \kappa_p / n_p^{(0)}$, $c_1 = 9\pi^2/2$, $c_2 = 14,7$. Для возбужденных уровней зависимость Z_{cr} от n_p является более резкой (см. рис. 2). Значения Z_{cr} для нормальной ядерной плотности $n_p^{(0)}$ приведены в таблице.

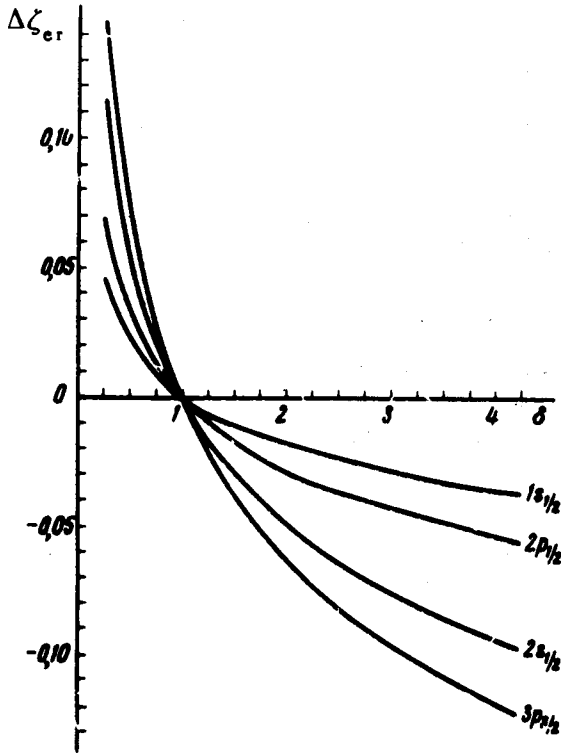


Рис. 2. Зависимость $\zeta_{cr} = Z_{cr} / 137$ от плотности ядерного вещества. По оси ординат отложена величина $\Delta \zeta_{cr} = \zeta_{cr}(\delta) - \zeta_{cr}(1)$; значения $\zeta_{cr}(1)$ для нормальной ядерной плотности приведены в таблице

Уровень	ζ_{cr}	Z_{cr}
$1s_{1/2}$	1,232	168,8
$2p_{1/2}$	1,323	181,3
$2s_{1/2}$	1,601	231,7
$3p_{1/2}$	1,858	254,5

Оценим теперь, насколько изменяется Z_{cr} при учете диффузности края ядра. Выбирая плотность протонов в виде

$$n_p(r) = C \left\{ 1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right) \right\}^{-1}, \quad (4)$$

где R — радиус ядра, a — константа $C = [1 - (\pi a / R)^2] n_p^{(0)}$, и вычисляя сдвиг уровня $\Delta\epsilon$ по теории возмущений, приходим к формуле

$$\Delta\epsilon = \frac{Ze^2}{R} \left(\frac{\pi a}{R}\right)^2 \int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{2R^2}\right) (G^2 + F^2) dr, \quad (5)$$

Здесь $G(r)$ и $F(r)$ — радиальные функции для верхней и нижней компоненты дираковского биспинора при $\epsilon = -1$, нормированные условием:

$\int_0^{\infty} (G^2 + F^2) dr = 1$. Такое условие нормировки, обычное для состояний дискретного спектра, сохраняется и на краю нижнего континуума [8]. Расчет по формуле (5) показывает, что диффузность края ядра повышает Z_{cr} примерно на 7% (для основного уровня и при $n_p = n_p^{(0)}$).

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
9 июля 1976 г.

Литература

- [1] Я.Б.Зельдович, В.С.Попов. УФН, 105, 403, 1971.
- [2] В.С.Попов. Квантовая электродинамика в сильных внешних полях ($Z > 137$). Труды 3-й школы физики ИТЭФ, Атомиздат, М., 1975.
- [3] А.Б.Мигдал. ЖЭТФ, 61, 2209, 1971; 63, 1993, 1972.
- [4] A. B. Migdal. Phys. Lett., 52B, 182, 1974.
- [5] T. D. Lee, G. C. Wick. Phys. Rev., D9, 2291, 1974.
- [6] T. D. Lee. Rev. Mod. Phys., 47, 267, 1975.
- [7] I. Pomeranchuk, Ya. Smorodinsky. J. Phys. USSR, 9, 97, 1945.
- [8] В.С.Попов. Письма в ЖЭТФ, 11, 254, 1970; ЯФ, 12, 429, 1970.