Письма в ЖЭТФ, том 24, вып. 9, стр. 495 – 499 *5 ноября 1976 г.*

СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ БОЛЬШОГО ЧИСЛА МАГНОНОВ В ТРЕХМЕРНОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ (МАГНОННЫЕ КАПЛИ)

Б.А.Иванов, А.М.Косевич

Рассмотрены связанные состояния N-магнонов в ферромагнетике с анизотропией типа "легкая ось" в предположении малости энергии магнитной анизотропии по сравнению с обменной энергией. Показано, что всегда существуют связанные состояния с $N \geqslant N_* \gg 1$, где N_* определяется отношением обменной константы к константе анизотропии. Изученные состояния могут трактоваться как "Магнонные капли".

Известно, что в отличие от одномерного случая [1 – 3], в трехмерном кристалле связанные состояния двух квазичастиц образуются только тогда, когда амплитуда их притяжения превосходит некоторое критическое значение. На примере магнонов в ферромагнетике мы покажем, что условие существования связанного состояния большого числа N бозе-частиц с нулевым суммарным квазиимпульсом принимает другой вид и становится менее жестким.

При исследовании состояний с большим числом спиновых отклонений воспользуемся классическим описанием в терминах макроскопической плотности магнитного момента $\mathbf{M}(\mathbf{r},\ t)$. Этот подход для бозе-систем при $N >> 1$ приводит к тем же результатам, что и квантовомеханическое рассмотрение. Число магнонов N при таком подходе естественно определить как число спиновых отклонений в системе

$$N\{\mathbf{M}(\mathbf{r},\ t)\} = \frac{1}{2\mu_0} \int \{ M_0 - M_z(\mathbf{r},\ t) \} d\mathbf{r}, \qquad (1)$$

где μ_0 – магнетон Бора, M_0 – намагниченность насыщения.

Энергию ферромагнетика запишем в виде

$$W\{\mathbf{M}(\mathbf{r},\ t)\} = \frac{1}{2} \int \left\{ \alpha \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 - \beta M_z^2 \right\} d\mathbf{r}, \qquad (2)$$

где β – константа анизотропии[1] ($\beta > 0$), α – обменная константа, $\alpha = Ia^2/2\mu_0 M_0$, I – обменный интеграл ферромагнетика, a – постоянная решетки. Будем считать, что $\mu_0 \beta M_0 << I$.

Распределение намагниченности, отвечающее связанному состоянию N магнонов, реализует минимум функционала энергии $W\{\mathbf{M}\}$ при заданном целочисленном значении $N\{\mathbf{M}\} = N = \mathrm{const}$ и при условии $M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 = M_0^2 = \mathrm{const}$.

Компоненты вектора $\mathbf{M}$ удобно записать в виде

$$M_z = M_0 \cos\theta, \qquad M_x + iM_y = M_0 \sin\theta \exp\{i\phi\}. \qquad (3)$$

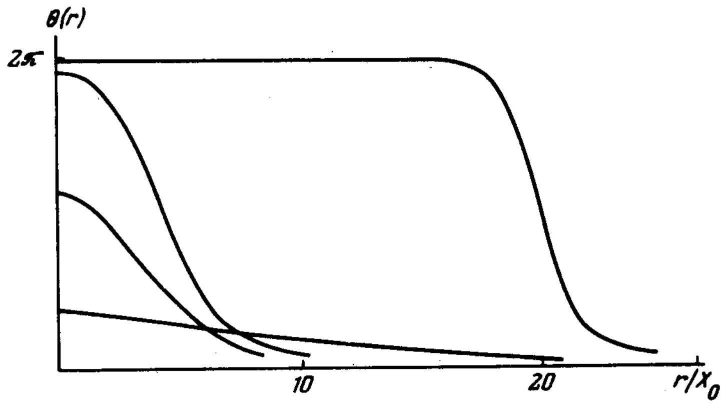

Рис. 1. Распределение намагниченности $\theta(r)$: *а* – $\omega = 0{,}1\omega_0$; *б* – $\omega = 0{,}5\omega_0$; *в* – $\omega = \omega_* \approx 0{,}915\,\omega_0$; *г* – $\omega = 0{,}99\,\omega_0$

Можно показать, что интересующий нас экстремум реализуется при $\partial\phi/\partial x_i = 0$. Кроме того, следует ожидать, что наименьшей энер-

[1] Пренебрежение магнитным дипольным взаимодействием при записи энергии [2] формально оправдано только при $\beta >> 4\pi$.

гией будет обладать центрально-симметричное решение $\theta = \theta(r)$. Уравнение для функции $\theta(r)$ имеет вид

$$x_0^2\left(\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{2}{r}\,\frac{d\theta}{dr}\right) - \sin\theta\cos\theta + \frac{\omega}{\omega_0}\sin\theta = 0, \qquad (4)$$

где $\omega = \omega(N)$ имеет смысл множителя Лагранжа для соответствующей экстремальной задачи, $x_0^2 = a/\beta$, $\omega_0 = 2\mu_0\beta M_0$.

Используя уравнение Ландау – Лифшица для намагниченности, можно убедиться, что решения уравнения (4) в классическом пределе отвечают круговой прецессии намагниченности с частотой $\omega(N)$ и амплитудой, зависящей от координаты. Для определения квантово-механического смысла величины ω мы получим соотношение

$$\frac{dE(N)}{dN} = \hbar\omega(N), \qquad (5)$$

где $E(N)$ – энергия связанного состояния N-магнонов. Таким образом, при увеличении числа магнонов на единицу энергии связанного состояния возрастает на $\hbar\omega(N)$. Следовательно, $\hbar\omega(N)$ является минимальной энергией квазичастицы в ферромагнетике, содержащем связанное состояние большого числа магнонов.

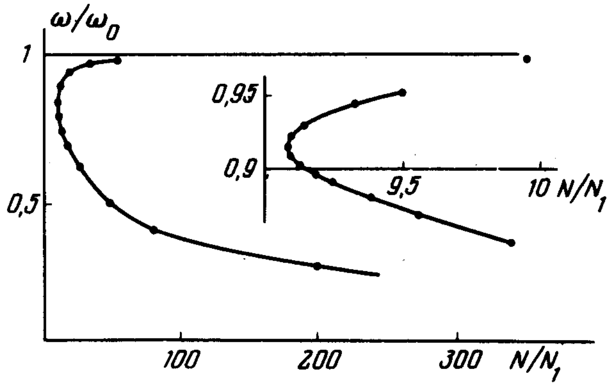

Рис. 2. Зависимость энергии квазичастицы $\hbar\omega(N)$ от числа магнонов в связанном состоянии. Точками обозначены результаты численного счета

Анализируя фазовую плоскость для уравнения (3) можно показать, что для конечных N оно имеет решения при $0 < \omega < \omega_0$. Для $\omega << \omega_0$ нетрудно предсказать качественный вид графика (см. рис. 1, *а*) и получить следующие асимптотические выражения $\cos\theta(r) = \mathrm{th}\dfrac{r - 2x_0\omega_0/\omega}{x_0}$, $\omega(N) = 2\omega_0(2N_1/3N)^{1/3}$,

$$E(N) = 2\epsilon_0 N_1^{1/3}(3N/2)^{2/3}\,, \qquad (6)$$

где $\epsilon_0 = \hbar\omega_0$ – энергия свободного магнона с $\mathbf{k} = 0$, $N_1 = 4\pi s(l/2\mu_0\beta M_0)^{3/}$

Результаты численного анализа величин E и ω приведены на рис.2 и рис. 3. Оказалось, что функции $E(N)$ и $\omega(N)$ являются двузначными функциями N, т. е. существуют две ветви связанных состояний. График функции $\omega(N)$ имеет вертикальную касательную при $N = N_* \approx 9{,}08N_1$, $\omega = \omega_* = 0{,}915\omega_0$.

Легко убедиться (см. (5)), что при $N \geqslant N_*$ $E(N) = E(N_*) + \hbar\omega_*(N - N_*) \pm \pm A(N - N_*)^{3/2}$, $E(N_*) \approx 1{,}034N_*$, где $A = \mathrm{const}$. Оказывается, что связанные состояния N_* магнонов, относящиеся к обоим ветвям, устойчивы относительно малых возмущений. Ясно, что стабильными относительно произвольных возмущений будут состояния, для которых $E(N)/N < \epsilon_0$, т. е. запрещен распад на состояния непрерывного спектра (напомним, что гамильтониан (2) коммутирует с z – проекцией полного спина, т.е. сохраняет число магнонов). Таким образом, все состояния верхней ветви $E(N)$ и состояния нижней ветви при $N < N_0$, $N_0 \approx 11{,}3N_1$ являются метастабильными.

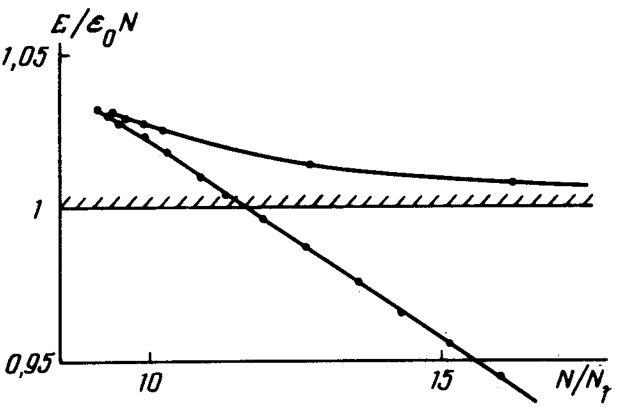

Рис. 3. Зависимость энергии связанного состояния N-магнонов, приходящаяся на один магнон, от числа магнонов

Мы пришли к заключению, что даже если в ферромагнетике не могут образоваться связанные состояния двух магнонов, могут образоваться связанные состояния N-магнонов с $N \geqslant N_*$. По-видимому, можно сделать следующее общее утверждение: если величина потенциала притяжения бозонов U недостаточна для образования связанных пар ($U < U_c$), то могут образоваться связанные состояния N-бозонов при $N \geqslant N_c$, $N_c \backsim (U_c/U)^{3/2}$.

Обращаясь к истолкованию макроскопического смысла рассмотренных состояний, заметим следующее. Во-первых, если совокупность "свободных" магнонов может рассматриваться как газ квазичастиц со слабым притяжением (энергия магнитной анизотропии типа "легкая ось" соответствует парному притяжению длинноволновых магнонов), то связанное состояние большого числа магнонов является "магнонной каплей". Эта капля фактически является зародышем области с обратным направлением намагниченности в безграничном однодоменном ферромагнетике[1]. Ясно, что подобное состояние магнетика может сущест-

[1] Подобное распределение намагниченности напоминает "сферический домен". Необходимо только иметь в виду, что в отличии от обычной теории цилиндрических доменов в тонких пленках наше рассмотрение проведено в пренебрежении магнитным дипольным взаимодействием.

вовать только в условиях внешнего воздействия, обеспечивающего заданное число спиновых отклонений N. Во-вторых, для существования магнонной капли необходимо, чтобы среднее время жизни магнонов было больше времени их "конденсации" в каплю, а рассасывание капли за счет релаксационных механизмов в магнетике компенсировалось возбуждением магнонов внешним воздействием.

Авторы глубоко признательны К.В.Маслову за обсуждение.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
12 сентября 1976 г.

Литература

[1] H.Bethe. Zc.f. Phys., 71, 205, 1931.

[2] А.А.Овчинников. Письма в ЖЭТФ, 5, 48, 1967.

[3] И.Г.Гочев. ЖЭТФ, 5, 1674, 1971.