Письма в ЖЭТФ, том 24, вып. 9, стр. 499 – 502   5 ноября 1976 г.

О РАЗЛИЧИИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНЫМ И АНОМАЛЬНЫМ СКИН-ЭФФЕКТАМИ

К. Сермарк

Обсуждается критерий различия между нормальным и аномальным скин-эффектами. Подчеркивается значение критической частоты $(\omega/\omega_p)_{cr} = (v_F/c)$.

В работе [1] указано, что различие между нормальным и аномальным скин-эффектами может быть сформулировано при помощи неравенства $|8k\nu^4| \gtrless 1$, где верхний и нижний знаки относятся к нормальному и аномальному скин-эффектам соответственно.

Обозначая через $h = \omega_c/\omega$ отношение циклотронной частоты к частоте сигнала, имеем $\nu = (1 + i/\omega\tau)/h$ и $8k = (c\omega/v_F\omega_p)^2 h^4$, где τ – время релаксации, v_F – фермиевская скорость, ω_p – плазменная частота.

Рассматриваются только слабые поля $|\nu| >> 1$. Это условие получается следующим путем. Пусть металл имеет цилиндрическую поверхность Ферми (ПФ), ось которой параллельна поверхности образца и приложенному магнитному полю. Используя обозначения Канера и Скобова [2], поверхностный импеданс можно выразить через величину $T(0)$ (см. [1, 2]), которую можно приближенно вычислить через элементы тензора магнитопроводимости, приведенного в работе [3]. Для $|8k\nu^4| > 1$, $|\nu| >> 1$ и $\omega\tau << 1$ получается непрерывное выражение $Z = \frac{2\pi\omega\delta}{c^2}(1-i)$.

Этот случай, таким образом, отвечает нормальному скин-эффекту, тогда как для случая $|8k\nu^4| < 1$ вообще говоря, выражение Ройтера – Зондгеймера не получается. В этой статье мы обсудим условие $|8k\nu^4| \gtrless 1$ более детально.

Вообще говоря, $8k\nu^4$ есть комплексная величина

$$8k\nu^4 = |8k\nu^4|\, e^{i\theta},$$
$$\theta = 3\phi; \quad \mathrm{tg}\,\phi = 1/\omega\tau, \tag{1}$$

причем аргумент θ зависит от значения $\omega\tau$ как это показано в таблице. Только при $\omega\tau = 1/\sqrt{3}$ величина (1) становится действительной.

Аргумент θ величины $(8k\nu^4)$ для различных значений $\omega\tau$

$\omega\tau$	θ
$]0;\ 3\sqrt{3}[$	$]3\pi/2;\ \pi[$
$1/\sqrt{3}$	π
$]1/\sqrt{3};\ \sqrt{3}[$	$]\pi;\ \pi/2[$
$\sqrt{3}$	$\pi/2$
$]\sqrt{3};\ \infty[$	$]\pi/2;\ 0[$

Условие $|8k\nu^4| = 1$ можно записать в виде

$$\left[1 + \left(\frac{1}{\omega\tau}\right)^2\right]^{3/2} \left(\frac{c\,\omega}{v_F\,\omega_p}\right)^2 = 1 \tag{2}$$

или, введя приведенную скорость

$$v_r = (\omega/\omega_p)\,c \tag{3}$$

в виде

$$\omega\tau = [(v_F/v_r)^{4/3} - 1]^{-1/2}. \tag{4}$$

Из выражения (4) при стремлении снизу $v_r \to v_F$ следует, что $\omega\tau \to \infty$ и для частот выше критической $(\omega/\omega_p)_{cr} = (v_F/c)$ в неравенстве $|8k\nu^4| \gtrless 1$ должен быть использован верхний знак при любом (положительном) значении $\omega\tau$. Из (4) следует также, что кривая зависимости $\omega\tau$ от (ω/ω_p) имеет вертикальную касательную при $(\omega/\omega_p) \to 0$. Схематически это показано сплошной кривой на рис. 1; область $n - se$ отвечает неравенству $|8k\nu^4| > 1$, а область $a - se$ – неравенству $|8k\nu^4| < 1$.

Для данного образца, т. е. для фиксированной величины τ, прямая линия с наклоном $\omega_p\tau$ на рисунке дает значение $\omega\tau$ как функцию частоты. Видно, что при очень низких частотах в образце имеет место нормальный скин-эффект, в точке A наступает режим аномального скин-эффекта и в точке B скин-эффект снова становится нормальным.

Заметим, что график рисунка нарисован с грубым нарушением масштаба, поскольку имеется ввиду изменение частоты на много порядков величины.

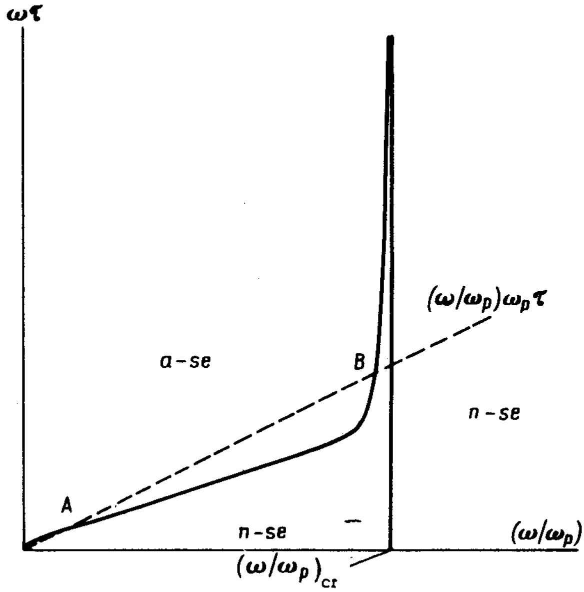

Схема расположения областей нормального скин-эффекта $n-se$ и аномального скин-эффекта $a-se$. Сплошная кривая представляет зависимость $\omega\tau$ от (ω/ω_p) и разграничивает области $n-se$ и $a-se$; она имеет вертикальную касательную в начале координат

Принимая, что сплошная кривая на рисунке представляет собою границу между областями нормального и аномального скин-эффекта, интересно вычислить поверхностный импеданс при условии $|8k\nu^4| = 1$. Это можно сделать способом, указанным в работе [1]. Как уже упоминалось при обсуждении формулы (1), величина $8k\nu^4$ действительна и равна -1 только при $\omega\tau = 1/\sqrt{3}$. Для этого частного случая находим поверхностный импеданс

$$Z = 1{,}3(8/9)(\sqrt{3}\pi\omega^2 l/c^4\sigma)^{1/3}(1 - i\sqrt{3}) = 1{,}3A_{RS}(1 - i\sqrt{3}) = 1{,}3Z_{RS}, \quad (5)$$

где A_{RS} есть амплитуда выражения Ройтера – Зондгеймера для поверхностного импеданса Z_{RS} [4]. Заметим, что выражение для Z_{RS} было выведено для сферической ПФ, тогда как мы рассматриваем цилиндрическую ПФ. Тем же путем для любого значения θ в формуле (1) при условии $|8k\nu^4| = 1$ получается

$$Z = C[1 + (1/\omega\tau)^2]^{-1/2} e^{i\theta} A_{RS}(1 - i/\omega\tau), \quad (6)$$

где C – константа, зависящая от θ. При выводе выражений (5) и (6) использован случай знака равенства в формуле (2). Таким образом оказывается, что выражение Ройтера – Зондгеймера для поверхностного импеданса Z_{RS} относится к некоторому частному случаю; тем не менее оно может дать хорошее приближение при $|8k\nu^4| \lesssim 1$ и $\omega\tau \sim 1/\sqrt{3}$.

Для частот бо́льших критической, т. е. выше $(\omega/\omega_p)_{cr}$ возможно как $\omega\tau < 1$, так и $\omega\tau > 1$, в зависимости от значения $\omega_p\tau$. В этой области поверхностный импеданс Z дается формулой (см. [1]):

$$Z = \frac{-4\pi i}{c}\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)\left[\left(1 + (\omega\tau)^{-2}\right)^{1/4} e^{i\phi/2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{v_F}{v_r}\right)^3 \left(1 + (\omega\tau)^{-2} e^{-i\phi/2}\right)\right].$$

Рассматривая предельные случаи $\omega\tau << 1$ и $\omega\tau >> 1$, из этой формулы можно найти коэффициент отражения электромагнитной волны. Для $\omega\tau << 1$ получается соотношение Хагена – Рубенса, а для $\omega\tau >> 1$ – выражение для релаксационной области [5]. Однако, в обоих случаях появляются поправочные члены, зависящие от (l/δ) или (v_F/v_r) соответственно. Эти поправки не всегда окажутся несущественными.

Подробное сообщение последует.

Физическая лаборатория
технического университета
(Дания)

Поступила в редакцию
28 сентября 1976 г.

Литература

[1] K. Saermark. Soled State Comm., (в печати).

[2] E. A. Kaner, V. Skobov. Plasma effects in solids Taylor & Francis Ltd, London 1971.

[3] K. Saermark, J. Lebech. Phys. Lett., 56A, 377, 1976.

[4] Ч. Киттель. Квантовая теория твердых тел. М., изд. Наука, 1967.

[5] Дж. Зайдман. Принципы теории твердого тела. М., изд. Мир, 1974.