Письма в ЖЭТФ, том 24, вып. 10, стр. 561 – 564 *20 ноября 1976 г.*

РОЖДЕНИЕ ПАР КОЛЛАПСИРУЮЩИМ ТЕЛОМ КАК ЭФФЕКТ КВАНТОВОЙ ГЕОМЕТРИИ

М.Б.Менский

Процесс образования черной дыры при гравитационном коллапсе, сопровождаемый рождением пар из вакуума, описывается как квантовый переход геометрии пространства-времени из одного квазистационарного состояния в другое. Показывается, что масса образующейся черной дыры конечна и зависит от спектра коллапсирующей материи.

При расчете Хоукингом [1] и другими [2, 3] испарения черной дыры за счет рождения пар из вакуума обратное действие этого рождения на метрику вычисляется классически, в результате чего детали процесса остаются неясными. В настоящей работе предлагается рассматривать рождение частиц в гравитационном поле и влияние этого процесса на геометрию как эффект квантования геометрии. Предлагаемый формализм обобщает подход к квантовой теории частиц в пространстве Минковского, разработанный автором [4, 5], и использует определение частиц в искривленном пространстве-времени, сформулированное в [6]. Приложение данной схемы к случаю коллапсирующего тела в основном подтверждает выводы Хоукинга, однако предсказывает, что в результате коллапса с учетом квантового излучения остается черная дыра конечной массы, а не голая сингулярность.

В основе предлагаемого расчета обратного влияния рождения частиц на метрику лежат два соображения: 1) поскольку рождение пар из вакуума представляет собой квантовый эффект, действие его на геометрию также должно рассматриваться как квантовый переход от одной геометрии к другой. Амплитуда вероятности рождения пар одновременно является амплитудой вероятности соответствующего изменения геометрии. 2) Рождение и аннигиляция виртуальных состояний вообще говоря не влечет за собой изменения геометрии. Геометрия меняется только при рождении реальных состояний, описывающих стабильные частицу и античастицу. В формализме квантовой теории поля это соответствует нормальному упорядочению тензора энергии-импульса.

Для того, чтобы определить понятие реального состояния и амплитуду рождения пары реальных состояний, используем причинный пропагатор, т. е. амплитуду $K(x, x')$ перехода частицы или античастицы из одной точки пространства-времени в другую [4, 5]. В работе [6] было предложено определять причинный пропагатор как функцию Грина волнового уравнения, полученную методом собственного времени де Витта—Швингера или, что то же самое, отрицательной мнимой добавкой к квадрату массы. Состояния частицы и античастицы определялись в [6] как решения волнового уравнения, распространяемые этим пропагатором соответственно в будущее или в прошлое:

$$\psi^{\pm}(x) = (P^{\pm}\psi)(x) = \pm i \int_{\Sigma'} d\sigma^{\mu'} K(x, x') \overleftrightarrow{\partial}_{\mu'} \psi(x')$$

$$(x > \Sigma' \text{ для } P^{+};\ \ \Sigma' > x \text{ для } P^{-})$$

Постулируем теперь, что именно состояния $\psi^{\pm}$ являются реальными в том смысле, что их рождение приводит к изменению геометрии.

В работе [7] это определение исследовалось в частном случае, когда метрика действительна и положительно определена при чисто мнимых значениях параметра времени. В этом случае пропагатор, определенный через $m^2 - i0$, при аналитическом продолжении на мнимую ось времени (через второй и четвертый квадранты комплексной плоскости) убывает на бесконечности и может быть определен этим свойством (аналог евклидова постулата обычной квантовой теории поля). Реальные состояния частицы и античастицы в этом случае ортогональны относительно скалярного произведения

$$(\psi, \psi') = i \int_{\Sigma} d\sigma^{\mu}\, \psi^{*}(x) \overleftrightarrow{\partial}_{\mu} \psi'(x),$$

так что имеется обычное фоковское пространство со стабильным вакуумом. Назовем такое пространство-время квазистатическим. Негравитационные взаимодействия частиц в нем можно описывать с помощью диаграмм Фейнмана, сопоставляя внутренним линиям пропагатор, а внешним — реальные состояния частиц и античастиц или их комплексные сопряжения [6, 7]. В случае неквазистатического пространства-времени определение частиц следует уточнить, отличая частицу, уходящую в будущее, от частицы, приходящей из прошлого [8].

Естественно предположить, что в квазистатическом пространстве эффекты рождения пар не влияют на метрику (реальные состояния не рождаются), и рассмотреть эффект рождения реальных пар с одновременным превращением одного квазистатического пространства-времени в другое. Для этого два квазистатических пространства $\mathcal{X}_1$, $\mathcal{X}_2$ сшиваем по поверхности, являющейся поверхностью симметрии каждого из них (квазистатические пространства симметричны относительно инверсии времени [7]). Геометрические начальные условия для уравнения Эйнштейна [9] сшиваются непрерывно, а тензор энергии-импульса терпит разрыв за счет рождения пар. Для симметричной во времени геометрии внешняя кривизна поверхности симметрии равна нулю. Требование совместности начальных условий [9] приводит к тому, что плотность потока энергии также равна нулю на поверхности сшивания.

Переход материи через границу сшивания будем рассматривать как квантовый процесс, полагая амплитуду перехода частицы равной $\psi_2^+, \psi_1^-)$, а амплитуду рождения пары равной (ψ_2^+, ψ_1^-). Индексы показывают, что реальные состояния определены по отношению к пропагаторам K_1, K_2, действующим в пространствах $\mathcal{X}_1$, $\mathcal{X}_2$. Расчет следует начинать с задания поверхности сшивания, геометрических начальных условий на ней и того, какие частицы в каких состояниях переходят поверхность и какие пары рождаются и аннигилируют. (Это можно задать на поверхности). Тем самым определяется тензор энергии-импульса на границе и, следовательно, геометрия по обе стороны от поверхности. Зная геометрию, можно найти пропагаторы и рассчитать амплитуды всех квантовых переходов, которые происходят на границе. Суммарная амплитуда играет роль амплитуды вероятности перехода материи и геометрии из одного состояния в другое.

Для расчета коллапса примем в качестве модели прошлого полупространства $\mathcal{X}_1$ внешнюю геометрию Шварцшильда с массой M, а в качестве модели будущего полупространства $\mathcal{X}_2$ – полное пространство Шварцшильда – Крускала с массой M'. Пропагатор в $\mathcal{X}_2$, найденный из евклидова постулата, совпадает [7] с пропагатором Хартли – Хоукинга [10], а пропагатор в $\mathcal{X}_1$ – с пропагатором Бульвара [11]. Оба пространства сшиваются по поверхности $t = \text{const}$, где t – шварцшильдовское время для обеих геометрий, которое следует после расчета устремить к $+\infty$. Пропагатор Бульвара K_1 выделяет в качестве реальных состояний частицы состояния с определенной и положительной шварцшильдовской энергией $\psi_E = \exp(-iEt)\Psi(x) = P_1^+\psi_E$. Пропагатор Хартли – Хоукинга K_2, согласно результатам работ [12, 13], во внешней области пространства Крускала совпадает с температурной функцией Грина, соответствующей температуре $T' = (\hbar e^3/8\pi kG)M'^{-1} = 10^{26}M'^{-1}$. Это значит, что $P_2^+\psi_E = (1 + n_E)\psi_E$, $P_2^-\psi_E = -n_E\psi_E$, где $n_E = [\exp(E/kT') - 1]^{-1}$.

Рассмотрим реальное состояние ψ_E в пространстве $\mathcal{X}_1$. Амплитуда перехода его в реальное состояние ψ_i^+ в пространстве $\mathcal{X}_2$ равна (ψ_i^+, ψ_E), вероятность перехода в любое из реальных состояний получается суммированием по i квадрата модуля амплитуды и равна $(\psi_E, P_2^+\psi_E) = (1 + n_E)(\psi_E, \psi_E)$. Аналогично амплитуда рождения пары с частицей в состоянии ψ_E в $\mathcal{X}_1$ и античастицей в состоянии ψ_i^- в $\mathcal{X}_2$ равна (ψ_E, ψ_i^-), полная вероятность рождения состояния ψ_E равна $-(\psi_E, P_2^-, \psi_E) = n_E(\psi_E, \psi_E)$. Отношение вероятности рождения частицы к вероятности ее поглощения $n_E/(1 + n_E) = \exp(-E/kT')$ в силу принципа детального равновесия определяет [10] тепловой характер спектра излучения и его температуру.

Потоки энергии коллапсирующего тела и излучения должны в силу условий сшивания компенсироваться на поверхности сшивания. Для этого энергия излучения должна быть равна массе тела (т. е. масса черной дыры много меньше массы тела), и оба потока должны иметь тепловой характер с одной и той же температурой. Если коллапсирующая материя с самого начала состоит из частиц, полная энергия которых распределена по энергиям в соответствии с термическим спектром, то температура этого спектра T и определяет температуру (и тем самым массу) черной дыры, образующейся после коллапса: $T' = T$. Если нет, то термический характер спектра устанавливается по мере приближения момента коллапса (черная дыра действует как термостат). Предположение о квазистатичности геометрии $\mathcal{X}_1$ тогда некорректно, рассмотренный метод позволяет оценить лишь порядок величин. Коллапс материи, состоящей из частиц массы m с малой кинетической энергией, приводит к черной дыре температуры $T' \sim mc^2/k$ с гравитационным радиусом $R' \sim \hbar/4\pi mc$. Если m – масса протона, то $T' \sim 10^{13}$, $M' \sim 10^{13}$ *г*, $R' \sim 10^{-15}$ *см*.

Автор благодарен Г.Гиббонсу и В.П.Фролову за полезные дискуссии.

Всесоюзный
научно-исследовательский институт
физико-технических
и радио-технических измерений

Поступила в редакцию
13 октября 1976 г.

Литература

[1] S.W.Hawking. Comm. math. Phys., 43, 199, 1975.

[2] R.Wald. Comm. math. Phys., 45, 9, 1975.

[3] B.S.DeWitt. Phys. Reports, 19, 295, 1975.

[4] M.B.Mensky. Comm. math. Phys., 47, 97, 1976.

[5] М.Б.Менский. Метод индуцированных представлений: пространство-время и концепция частиц, М., изд. Наука, 1976.

[6] М.Б.Менский. Теоретическая и математическая физика, 18, 190, 1974.

[7] M.B.Mensky. Proceed. 18-th Intern. Conf. on High Energy Phys. (Tbilisi, July 1976), to be published.

[8] H.Rumpf. Phys. Lett., B61, 272, 1976.

[9] J.A.Wheeler. In "Gravitation and Relativity", Benjamin, New-York – Amsterdam, 1964, перевод: "Гравитация и относительность", М., изд. Мир, 1965.

[10] J.B.Hartle, S.W.Hawking. Phys. Rev., D13, 2188, 1976.

[11] D.Boulware. Phys. Rev. D11, 1404, 1975.

[12] G.W.Gibbons, M.J.Perry. Phys. Rev. Lett., 36, 985, 1976.

[13] G.W.Gibbons, M.J.Perry. Preprint D.A.M.T.P.U.C., 1976.