

# ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА НА ИОНАХ С УЧЕТОМ ЭКРАНИРОВКИ

*В.П.Жданов, М.И.Чубисов*

Произведены точные численные расчеты тормозного излучения на многоэлектронном ионе с учетом экранировки с помощью потенциала Томаса – Ферми. Результаты позволили сделать выводы о точности ранее развитых [1, 2] приближенных методов расчета тормозного излучения.

**Введение.** Тормозное излучение (ТИ) электронов с энергией  $10^2$  –  $10^3$  эв на ионах тяжелых элементов рассматривалось ранее в работах [1 – 5]. Большинство предыдущих работ относится к ТИ на нейтральных или полностью ионизованных атомах [3 – 5]. ТИ на частично ионизованных атомах рассмотрено в двух недавних работах [1, 2]. В работе [1] использовано полуборновское приближение, экранировка учитывалась с помощью модельного потенциала, аппроксимирующего потенциал Томаса – Ферми. В работе [2] развит полуklassический подход с учетом экранировки с помощью приближения Зоммерфельда к потенциальному Томаса – Ферми.

Наиболее интересен случай, соответствующий термодинамическому равновесию, когда энергия электронов –  $V^2/2$  (используется атомная система единиц) близка к  $Z_i^2/2$  – потенциалу ионизации иона с зарядом  $Z_i$ . Основной вклад в ТИ вносят расстояния сближения  $r \sim 1/V$ . При таких соотношениях между величинами  $V \sim Z_i$ ,  $r \sim 1/V$ , потенциальная энергия близка к кинетической энергии, поэтому борновское приближение не применимо; в равной степени нарушается условие квазиклассичности, так как  $|d\lambda/dr| \sim 1$ , являющееся основой полуklassической теории [2]. Вследствие этого полная интенсивность ТИ, полученная в [2] на порядок меньше полной интенсивности ТИ работы [1] в основной области энергий. Нарушение критериев применимости квазиклассического и борновского приближений и большая разница между полученными результатами в работах [1, 2] делают необходимым проведение точных квантовых расчетов ТИ.

**Постановка задачи.** В нерелятивистском случае  $V/c \ll 1$  ( $c$  – скорость света) интенсивность дипольного излучения фотонов с частотой  $\omega$  при рассеянии электрона в элемент телесного угла  $d\theta_{V_1}$  равна [6]

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{4\omega^4 V_1}{3(2\pi c)^3 V} \int | \langle \psi_1^* | r | \psi \rangle |^2 d\theta_{V_1}, \quad (1)$$

где  $V$  и  $\psi$  – скорость и волновая функция до излучения,  $V_1$  и  $\psi_1$  – скорость и волновая функция после излучения при рассеянии в элемент телесного угла  $d\theta_{V_1}$ . Используя соотношение между дипольным мат-

ричным элементом и матричным элементом ускорения, сферической симметрию потенциала иона  $U(r)$  и теорему сложения для полиномов Лежандра, преобразуем (1) к виду

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{32V_1}{3c^3 V} \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) [ |M_{l,l+1}|^2 + |M_{l+1,l}|^2 ], \quad (2)$$

$$M_{l,l'} = \int_0^{\infty} \phi_l(V, r) \phi_{l'}(V_1, r) \frac{dU}{dr} dr,$$

где  $\phi_l(V, r)$  – решения радиальных уравнений, причем

$$\phi_l(V, r) \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} \frac{1}{V} \sin \left( Vr + \frac{Z_i}{V} \ln 2Vr - \frac{\pi l}{2} + \delta_l \right).$$

Матричные элементы  $M$  в формулах (2) получены путем численного интегрирования радиальных уравнений Шредингера с заданием граничных условий вблизи начала координат путем разложения функций  $\phi_l(V, r)$  по степеням  $r$ . Учитывались моменты с  $l \leq 8$ . Для учета экранировки использованы точные потенциалы Томаса – Ферми для ионов  $U(r) = -\frac{Z \Phi(r)}{r} + V_0$ , где  $Z$  – заряд ядра,  $V_0$  – потенциал на границе иона,  $\Phi$  – функция Томаса – Ферми для иона с данной степенью ионизации.

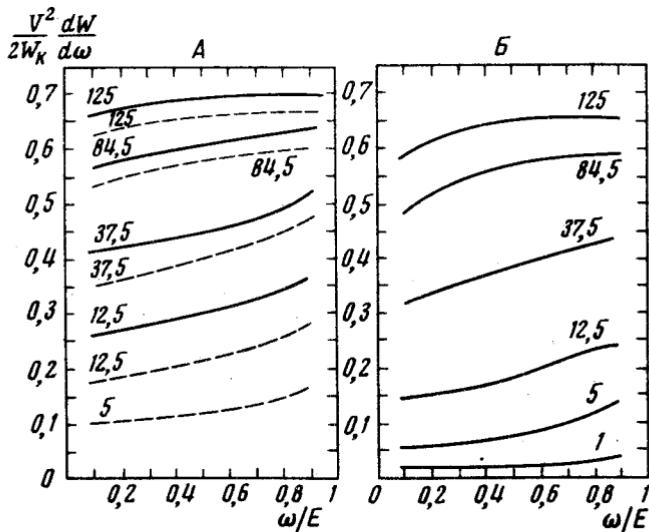


Рис. 1. Интенсивность ТИ помноженная на энергию электрона и деленная на полную интенсивность в приближении Крамерса [8]  $W_K = 8\pi Z^2 / 3\sqrt{3}c^3$ . Над графиками энергия электрона в атомных единицах. А – Сплошные кривые – для иона  $Fe^{10+}$ , пунктирные – для иона  $Fe^{5+}$ . Б – Кривые для иона  $Fe^{5+}$ .

**Результаты и обсуждение.** Нами были произведены численные расчеты интенсивности ТИ для столкновений электрона в диапазоне энер-

гий 10 – 3 кэв с ионами атома Fe, с разной степенью ионизации. Результаты для одно-, пяти- и десятикратно ионизованного железа приведены на рис. 1. Точность полученных кривых контролировалась по чисто кулоновским численным расчетам по формуле Зоммерфельда [7] и составляет 1 – 3% при  $\omega/E \geq 0,25$ . В излучение низкочастотных фотонов вклад вносит много моментов, сумма (2) медленно сходится, поэтому при  $\omega/E \leq 0,25$  точность хуже и составляет 3 – 10%. На рис. 2 приводится  $W$  – полная интенсивность ТИ для иона  $Fe^+$   $W = \int_0^E (dW/d\omega) d\omega$ .

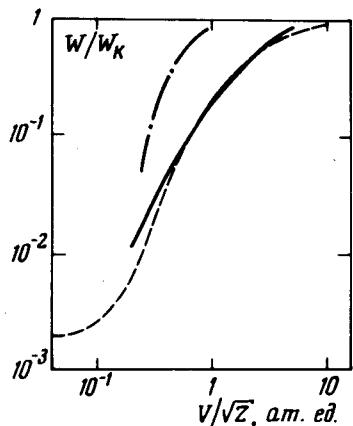


Рис. 2. Отношение полной интенсивности ТИ на ионе  $Fe^+$  к полной интенсивности на голом ядре в приближении Крамерса. Сплошная кривая – наши расчеты, пунктир – расчеты работы [2], штрих-пунктир – усредненные по максвелловскому распределению результаты работы [1]

При малых скоростях интенсивность ТИ близка к интенсивности ТИ на кулоновском центре с зарядом  $Z_i$ , при увеличении скорости экранировка уменьшается и интенсивность ТИ приближается к интенсивности ТИ на кулоновском центре с зарядом  $Z$ .

Наши расчеты полной интенсивности хорошо (10 – 30%) согласуются с результатами полуклассического приближения [2] (см., например, рис. 2), что служит доводом в пользу полуклассического подхода по сравнению с полуборновским [1]. Следует однако отметить, что спектральные интенсивности ТИ, приведенные в работе [2] содержат, по видимому, вычислительные ошибки, так как не согласуются с результатами для полной интенсивности этих же авторов и значительно (в два раза) меньше наших результатов.

Авторы благодарны О.Б.Фирсову, В.И.Когану, В.И.Гервидсу, Б.А.Трубникову, С.А.Трушину за интерес к работе и полезные обсуждения результатов.

Институт атомной энергии  
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию  
12 января 1976 г.

### Литература

- [1] В.Д.Кириллов, Б.А.Трубников, С.А.Трушин. Физика плазмы, 1, 218, 1975.
- [2] В.И.Гервидс, В.И.Коган. Письма в ЖЭТФ, 29, 308, 1975.
- [3] G. R. Blumenthal, R. J. Gould. Rev. Mod. Phys., 42, 237, 1970.

[ 4 ] H. W. Koch, J. W. Motz. Rev. Mod. Phys., 31, 920, 1959.

[ 5 ] R. H. Pratt, H. K. Tseng. Phys. Rev., 11A, 1797, 1975.

[ 6 ] А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика, §28.7,  
изд. Наука, 1969.

[ 7 ] J. M. Berger. Phys. Rev., 105, 35, 1957.

[ 8 ] И.И. Собельман. Введение в теорию атомных спектров, §34.7,  
Физматгиз, 1963.

---