Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 4, стр. 210 – 213 20 февраля 1976 г.

ВЯЗКОСТЬ ВИХРЕЙ В ЧИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников

Для чистых сверхпроводников с длиной пробега l электронов, удовлетворяющей условиям $vT^{-1} << l << v\epsilon_F T_c^{-2}$, найдена вязкость вихрей при низких температурах. С точностью до множителя $\ln\left(\frac{\Delta}{T}\right)$ ответ соответствует предположению о существовании нормальных областей с размером порядка $\xi_0 = v/T_c$.

Грубая оценка для вязкости вихрей в смешанном состоянии может быть получена, если считать, что внутренность вихря находится в нормальном состоянии [1]. В сравнительно чистых сверхпроводниках размер вихря при низких температурах уменьшается пропорционально температуре [2]. Однако, как будет показано ниже, такое уменьшение размера вихря не приводит к падению вязкости. Это связано с тем, что в кинетических явлениях роль размера вихря играют расстояния, на которые проникают возбуждения. Размер области, в которой мал параметр порядка, оказывается менее существенен.

Вязкость вихрей η связана с проводимостью σ соотношением

$$\eta = \pi B \sigma / e.$$

Для вычисления проводимости необходимо получить систему уравнений для медленно меняющихся во времени поправок к параметру порядка и векторному потенциалу. Эту систему можно записать в виде

$$\left(\hat{L} + \hat{K}\frac{\partial}{\partial t}\right)(\Delta_1^{(1)}, \Delta_2^{(1)}, \mathbf{A}^{(1)}) = 0, \qquad (1)$$

где матрица $\hat{L}$ обозначает вторые вариационные производные от свободной энергии по Δ и $\mathbf{A}$. Матрица $\hat{K}$ может быть найдена из микроскопической теории сверхпроводимости. Средняя плотность тока j выражается через $\hat{K}$ по формуле [3, 4].

$$B^2\mathbf{j} = \langle ([\mathbf{B}\partial_+\Delta^*], [\mathbf{B}\partial_-\Delta], (\mathbf{BH}))\hat{K}(\mathbf{u}\partial_-\Delta, \mathbf{u}\partial_+\Delta^*, [\mathbf{Hu}])\rangle, \qquad (2)$$

где $\mathbf{B}$ – среднее значение магнитного поля, $\mathbf{u}$ – скорость движения вихрей, связанная со средним значением электрического поля соотношением $\mathbf{E} = [\mathbf{Bu}]$, $\partial_\pm = \partial/\partial\mathbf{R} \pm 2ie\mathbf{A}$.

Линейные по электрическому полю отклонения функций Грина G^1 удовлетворяют уравнениям [4]

$$\mathbf{v}\frac{\partial G^1}{\partial \mathbf{R}} + \hat{\omega}_+ G^1 - G^1\hat{\omega} = -\hat{V}G + G_+\hat{V},$$

$$\hat{V} = - iev\mathrm{A}_1 \tau_z - i\hat{\Delta}^{(1)} + ie\phi + \frac{1}{2\tau}\int \frac{d\Omega_{v_1}}{4\pi} G^1(v_1); \qquad (3)$$

где
$$\hat{\omega} = \omega\tau_z - iev\mathrm{A}\tau_z - i\hat{\Delta} + \frac{1}{2\tau}\int \frac{d\Omega_{v_1}}{4\pi} G(\omega,\ v_1),$$

$\hat{\omega}_+$ получается из $\hat{\omega}$ заменой $\omega \to \omega + \omega_0$, ω_0 – частота внешнего поля, τ – время свободного пробега электронов. Функции Грина G находятся из решения статической задачи [2].

Выражения для элементов матриц $\hat{L}$ и $\hat{K}$ могут быть получены из функции Грина G^1 суммированием по частотам ω и аналитическим продолжением по ω_0. Главный вклад в проводимость вносит область частот, в которой – $\mathrm{sign}\omega = \mathrm{sign}(\omega + \omega_0)$. Из формул (2), (3), выполняя аналитическое продолжение по ω_0, получим

$$B^2\mathrm{j} = \frac{imp}{8\pi^2}\int\frac{d\Omega_v}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon \frac{\partial \,\mathrm{th}\frac{\epsilon}{2T}}{\partial\epsilon} \mathrm{Sp} < [\mathbf{B}\left(\frac{\partial}{\partial\mathbf{R}} - 2ie\mathrm{A}\tau_z\right)\hat{\Delta}]\, G^1 >, \qquad (4)$$

В формуле (4) опущены слагаемые, пропорциональные (ВН), поскольку в области низких температур $T << T_c$ они малы при произвольном значении κ – параметра Гинзбурга – Ландау. В главном приближении по большой длине свободного пробега электронов решение системы уравнений (3) может быть получено методом классических прямолинейных траекторий, который применяется при решении статической задачи [2]. В результате получаем

$$G^1 = C(\mathrm{v},\ x)\exp(-2\Delta|\,t\,|)\begin{pmatrix} 1; & -i\exp[i\,(\varphi + \eta(t))] \\ i\exp[\,i\,(-\varphi + \eta(-t))\,]; & -1 \end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Коэффициент C зависит от параметров, определяющих траекторию, v – скорости на траектории, x – расстояния от оси вихря до траектории. В формуле (5) vt – длина пути вдоль траектории, отсчитанная от точки, ближайшей к оси вихря

$$\eta(t) = 2e\int_{-\infty}^{t} (\mathrm{vQ})dt_1; \quad \mathrm{Q(R)} = \mathrm{A(R)} - \frac{1}{2e}\frac{\partial\varphi}{\partial R}; \qquad \mathrm{R}(t) = \mathrm{x} + \mathrm{v}t.$$

Не зависящий от t коэффициент C может быть найден, если взять шпур и интеграл по всем t от уравнения (3). При этом в левой части уравнения сокращаются большие, не зависящие от длины пробега, слагаемые. В результате получаем интегральное уравнение, связывающее значения коэффициента C на различных траекториях. С логарифмической точностью это уравнение сводится к алгебраическому и для коэффициента C находим

$$C(\mathrm{v},\ x) = 4i\tau\Delta_0\,(\mathrm{vE})\delta(x)\,\mathrm{sign}\,\epsilon/Bv. \qquad (6)$$

Подставляя выражения (5), (6) в формулу (4), для проводимости σ получим выражение

$$\sigma = emp_F \tau \Delta_o^2 \ln\left(\frac{\Delta_o}{T}\right) \Big/ 2\pi^2 B \quad . \tag{7}$$

Выражая Δ_o через критическое магнитное поле H_{c2}, приведем формулу (7) к виду

$$\sigma/\sigma_o = 0{,}23(H_{c2}/B)\ln\left(\frac{\Delta_o}{T}\right) , \tag{8}$$

где σ_o – проводимость нормального металла.

При выводе формулы (7), как и в работе [2] предполагалось, что $\Delta(\rho)$ выходит на свое предельное значение Δ_o на расстояниях $\zeta_1 \sim \sim vTT_c^{-2} << \zeta_o$. Если это не так, то в формуле (7) Δ_o следует заменить на $\Delta(\rho_1)$, где $\zeta_1 << \rho_1 << \zeta_o$. Это приведет к изменению численного коэффициента в формуле (8). Численный коэффициент может измениться при учете анизотропии рассеяния на примесях и скорости электронов на поверхности Ферми.

Недавно вышла работа Бардина и Шермана [5], в которой из простых феноменологических соображений получено выражение для проводимости, отличающееся от формулы (8) численным множителем $^4/_3$. Это отличие связано с тем, что эффективное время между столкновениями возбуждений с примесями не совпадает со временем свободного пробега электронов в нормальном металле.

Как отмечалось выше, полученные выражения справедливы для достаточно чистых сверхпроводников, в которых $T\tau >> 1$. Однако сверхпроводник не должен быть слишком чистым, так чтобы обратное время между столкновениями было больше расстояния между квантовыми уровнями в вихре. Как показано в работе [2], это расстояние $\delta\epsilon \sim \Delta^2/\epsilon_F$ и по порядку величины совпадает с расстоянием между уровнями в нормальном металле в магнитном поле H_{c2}. Для более чистых образцов проводимость в магнитном поле как сверхпроводников, так и нормальных металлов должна убывать с ростом длины свободного пробега электронов. Чистый ниобий, являющийся сверхпроводником второго рода, используется для приготовления резонаторов [6]. Возможно, что при низких температурах добротность этих резонаторов определяется вязким движением вихрей. Однако нам не известны количественные эксперименты по измерению вязкости вихрей в чистых сверхпроводниках.

Авторы выражают благодарность Л.П.Горькову за обсуждение результатов.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
20 января 1976 г.

Литература

[1] J.Bardeen, M.J.Stephen. Phys. Rev., A140, 1197, 1965; A.R.Strnad, C.F.Hempstead, Y.B.Kim. Phys. Rev. Lett., 13, 794, 1964.

[2] L.Kramer, W.Pesch. Z. Physik, 269, 59, 1974.

[3] А.И.Ларкин. Ю.Н.Овчинников. ЖЭТФ, 65, 1704, 1972.

[4] Ю.Н.Овчинников. ЖЭТФ, 66, 1100, 1974.

[5] J.Bardeen, R.D.Sherman. Phys. Rev., B12, 2634, 1975.

[6] W.Bauer, S.Giordano, H.Hahn. J. of. Appl. Physics, 45, 5023, 1974.