Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 4, стр. 220 – 224 *20 февраля 1976 г.*

КВАНТОВЫЕ КАПИЛЛЯРНЫЕ ВОЛНЫ — КОЛЛЕКТИВНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ КАПЛИ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ

Э.Е.Саперштейн, С.В.Толоконников, С.А.Фаянс, В.А.Ходель

Показано, что низколежащие коллективные состояния атомных ядер принадлежат к новой ветви коллективных возбуждений капли ферми-жидкости – квантовым капиллярным волнам.

В работе [1] было показано, что в капле ферми-жидкости при температуре $T = 0$ помимо нуль-звуковых колебаний имеется еще одна ветвь коллективных возбуждений – квантовые капиллярные волны (капоны). Эти возбуждения во многом похожи на обычные классические поверхностные колебания капли, но при малых моментах $L \sim 1$ в них существенно проявляются квантовые эффекты. Наблюдение этих эффектов в ^{3}He возможно, когда длина пробега квазичастиц сравнивается с радиусом R капли, но для этого требуются слишком низкие температуры ($T \lesssim 10^{-4}$K при $R = 1$ *см*). Поэтому наиболее подходящим объектом для исследования капонов являются атомные ядра.

В данной работе рассчитываются характеристики ряда низколежащих коллективных состояний (НКС) ядер и показывается, что они могут быть интерпретированы как квантовые капиллярные волны. Свойства НКС определяются амплитудой перехода g_L, подчиняющейся уравнению [2]

$$g^i_L(r;\omega) = \int F^{ik}_L(r, r')A^k_L(r', r''; \omega)g^k_L(r'',\omega)d\tau' d\tau'' \qquad (1)$$

Здесь F_L и A_L – гармоники по углу между r и r' амплитуды взаимодействия квазичастиц F и частично-дырочного пропагатора A, а $d\tau = r^2 dr$;

$$A_L(r, r'; \omega) = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \epsilon + \frac{\omega}{2})G(\mathbf{r}',\mathbf{r}; \epsilon - \frac{\omega}{2})p_L(\mathbf{n}\mathbf{n}')\frac{d\epsilon}{2\pi i}\,\frac{d\mathbf{n}\,d\mathbf{n}'}{4\pi} =$$

$$= \sum_{nljl'j'} C_L^{ljl'j'} n_{nlj} R_{nlj}(r) R_{nlj}(r') [G_{l'j'}(r, r'; \epsilon_{nlj} + \omega) +$$

$$+ G_{l'j'}(r, r'; \epsilon_{nlj} - \omega)] , \qquad (2)$$

где $C_L^{ljl'j'}$ – угловой коэффициент, содержащий $3j$- и $6j$-символы, R_{nlj} – радиальные 1-частичные волновые функции, n_{nlj} – числа заполнения квазичастиц; гриновская функция квазичастицы

$$G_{lj}(r, r'; \epsilon) = \frac{1}{rr' W_{lj}(\epsilon)} y_{1lj}(r_<; \epsilon)\, y_{2lj}(r_>; \epsilon) , \qquad (3)$$

y_1 и y_2 – независимые решения радиального уравнения Шредингера $\left(-\frac{1}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + U_{lj}(r)\right) y_{lj}(r;\epsilon) = \epsilon y_{lj}(r;\epsilon)$ с самосогласованным потенциалом V_{lj}, а W_{lj} – вронскиан. В отличие от стандартного способа расчет A в координатном представлении по формулам (2), (3) автоматически учитывает весь непрерывный спектр 1-частичных состояний. Этот метод был предложен в [3] и позднее независимо в [4].

Зная амплитуду g_L, можно найти матрицу плотности перехода $\rho_{os}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, переходную плотность $\nu_{os}(\mathbf{r}) = \rho_{os}(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ и ток перехода

$$\mathbf{j}_{os}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}) \mathbf{v}_{os}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2m^* i} \left[\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}'} \right) \rho_{os}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right]_{\mathbf{r} \to \mathbf{r}'} , \qquad (4)$$

(здесь $\rho(\mathbf{r})$ – плотность квазичастиц); $B(EL\uparrow) = (2L + 1)[\int r^L \nu_L(r) d\tau]^2$.

Метод расчета основан на последовательном учете в уравнении (1) условий самосогласования [5, 6] между эффективным взаимодействием F и самосогласованным ядерным потенциалом U

$$\frac{\partial U^i}{\partial r} = \int F_1^{ik}(r, r') A_1^k(r', r''; \omega = 0) \frac{\partial U^k}{\partial r''} d\tau' d\tau'' . \qquad (5)$$

Из сравнения (1) и (5) видно, что частота дипольных колебаний центра тяжести $\omega_1 = 0$, причем $g_1(r; 0) \sim \partial U / \partial r$. Именно эти свойства и отличают каплю ферми-жидкости – систему со спонтанным нарушением трансляционной симметрии – от системы ферми-частиц, запертых в ящике. В силу общих теорем [7] это нарушение является причиной возникновения новой ветви коллективных возбуждений. В кристалле эту ветвь образуют фононы, а в конечной ферми-системе – капоны. Детали расчета их характеристик изложены в [8]. В вычислениях используется амплитуда F с гауссовской радиальной зависимостью

$$F(r, r') = C(\sqrt{2\pi} r_G)^{-3} \exp[-(r - r')^2 / 2r_G^2] \left[\hat{f}_{ex} + (\hat{f}_{in} - \hat{f}_{ex}) \xi\left(\frac{r + r'}{2}\right) \right], \qquad (6)$$

где $\hat{f} = f + f' \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2$, $\xi(r) = [1 + \exp((r - R_{int})/a)]^{-1}$, $C = 360$ *Мэв·фм*^{3}, $r_G = 1$ *фм*, $R_{int} = 7$ *фм*, $a = 0{,}67$ *фм*, $f_{in} = 0{,}26$, $f_{ex} = -2{,}54$, $f'_{in} = f'_{ex} = 0{,}65$. Такое взаимодействие воспроизводит условие самосогласования (5) с точностью порядка 10%. Параметры самосогласованного потенциала брались из [9].

В таблице и на рис. 1 – 3 приведены только результаты расчетов для ^{208}Pb и ^{40}Ca.

Характеристики низколежащих коллективных состояний ядра ^{208}Pb

Состояние	$C_L/C_L^{гидр.}$	$B_L/B_L^{гидр.}$	ω_L, *Мэв*	$B(EL\uparrow)$ (в единицах Вайскопфа) [10]	$B(EL\uparrow)^{эксп.}$
3^- (2,61 *Мэв*)	1,95	3,55	2,56	39	39,5 ± 2,0
5^- (3,20 *Мэв*)	1,68	5,20	3,18	13	14 ± 5
2^+ (4,08 *Мэв*)	23,6	1,89	4,23	8	8,1 ± 0,5

Полученные результаты показывают, что коллективное движение в квантовой капиллярной волне во многом похоже на классическое – в частности, амплитуды переходов g_L и переходные плотности ν_L имеют резкий поверхностный пик (рис. 1, 2; $g_L^{кл} \sim \partial U/\partial r$, $\nu_L^{кл} \sim \partial\rho/\partial r$). Но оно отличается двумя существенными особенностями. Во-первых, оно является вихревым, и, следовательно, массовые коэффициенты B_L не совпадают с гидродинамическими $B_L^{гидр}$ (на рис. 3 приведено радиальное распределение вихря скорости для состояния 3^- ^{208}Pb; $\mathrm{rot}\, v^i_{LM}(\mathbf{r}) = \dot{\beta}_L R^i_L(r) Y_{LM}(\mathbf{n})$, где $\dot{\beta}_L$ – скорость движения границы ядра). Во-вторых, в нем важную роль играют эффекты сжимаемости, особенно сильно влияющие на жесткости C_L. Эти эффекты ответственны и за появление объемных поправок к классическому поверхностному пику в переходных плотностях.

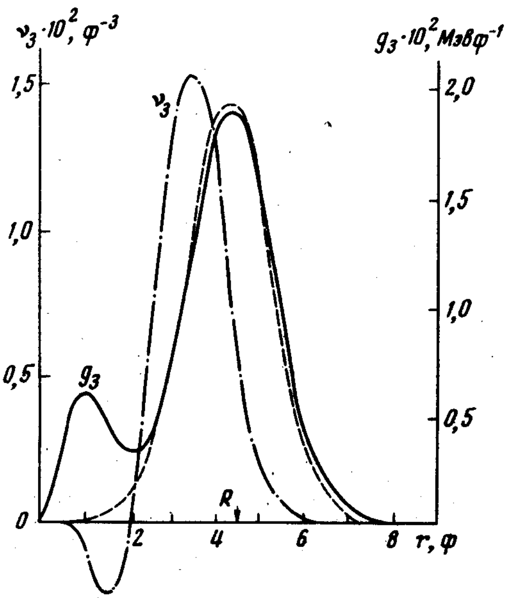

Рис. 1. Амплитуда перехода и переходная плотность для состояния 3^-(3,73 *Мэв*) в ^{40}Ca. Пунктиром показана производная $\partial U^p/\partial r$

Хотя в переходных плотностях всех низколежащих состояний имеется пик гидродинамической природы, считать, что все они являются чистыми капонами, нельзя. Анализ показывает, что часть этих состояний представляет собой суперпозицию капонов с отдельными частично-дырочными конфигурациями (например, первое 2^+ состояние в ^{208}Pb). Чисто коллективными следует считать такие возбуждения, матрица плотности которых не содержит выделенного вклада какой-либо одной частично-дырочной конфигурации – это утверждение относится, разумеется, и к капонам. С этой точки зрения наиболее чистыми капонами являются первые 3^- состояния в четно-четных ядрах.

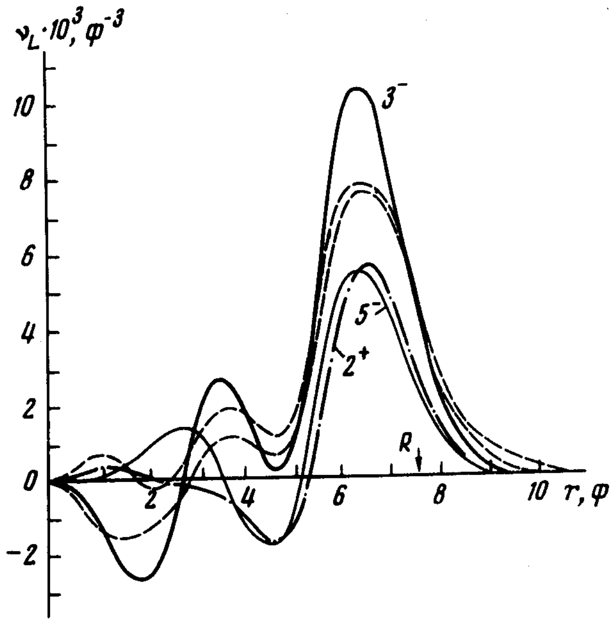

Рис. 2. Заряженные компоненты переходных плотностей для наинизших состояний в ^{208}Pb. Пунктир – подгонка [11] под эксперимент по рассеянию электронов с возбуждением уровня 3^-

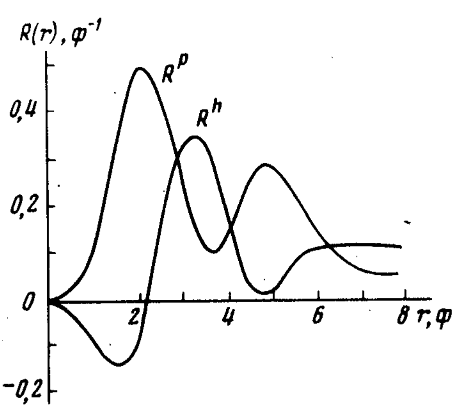

Рис. 3. Радиальное распределение вихря скорости $\mathrm{rot}\,\mathbf{v}_{0s}(\mathbf{r})$ для состояния 3^- в ^{208}Pb

Таким образом, коллективные возбуждения, аналогичные классическим капиллярным волнам, существуют и при температуре $T = 0$, т. е. в "антигидродинамическом" пределе, когда $\omega\tau \gg 1$ (ω – частота возбуждения, τ – время жизни квазичастиц). Представляется интересным поставить эксперимент по поиску капонов в ^{3}He – единственной макроскопической ферми-системе, где они могут существовать.

Авторы благодарны С.Т.Беляеву, В.М.Галицкому, Б.А.Румянцеву и И.А.Фомину за обсуждение.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
19 декабря 1975 г.

Литература

[1] В.А.Ходель. ЯФ, 19, 792, 1974.

[2] А.Б.Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., изд. Наука, 1965.

[3] В.А.Ходель. ЯФ, 14, 961, 1971.

[4] S.Shlomo, G.Bertsch. Nucl. Phys., A243, 507, 1975.

[5] H.I.Mikeska, W.Brenig. Z. Phys., 220, 321, 1969.

[6] С.А.Фаянс, В.А.Ходель. Письма в ЖЭТФ, 17, 633, 1973.

[7] J.Goldstone. Nuovo Cim., 19, 154, 1962.

[8] Э.Е.Саперштейн, С.А.Фаянс, В.А.Ходель. Препринт ИАЭ-2580, 1976.

[9] J.Blomqwist, S.Wahlborn. Ark. fys., 16, 545, 1960.

[10] J.F.Ziegler, G.A.Peterson. Phys. Rev., 165, 1337, 1968.

[11] H.Rothhaas et al. Phys. Lett., 51B, 23, 1974.