Письма в ЖЭТФ, том 31, вып. 4, стр. 224 – 227 *20 февраля 1980 г.*

ВЛИЯНИЕ МАГНИТОДИПОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ДИНАМИКУ ОДНОМЕРНОГО СОЛИТОНА НАМАГНИЧЕННОСТИ

И.М.Бабич, А.М.Косевич

Получены аналитические солитонные двухпараметрические решения одномерных динамических уравнений намагниченности в одноосном ферромагнетике с учетом магнитодипольного взаимодействия (параметрами являются частота прецессии вектора намагниченности ω и скорость перемещения солитона V).

Описание одномерных двухпараметрических солитонов намагниченности без учета магнитодипольного взаимодействия дано в работе [1] Весьма существенным обстоятельством, использованным в [1] и стабилизирующим динамический солитон, было наличие интеграла движения N, играющего роль числа магнонов в солитоне. Придавая величине N целочисленные значения, можно производить квазиклассическое квантование солитонов[1]. При учете магнитодипольного взаимодействия этот интеграл движения исчезает, что значительно усложняет нахождение аналитических решений уравнений движения для намагниченности. Однако нам удалось найти точное двухпараметрическое решение соответствующих уравнений.

Пусть одномерная нелинейная волна распространяется вдоль оси x, перпендикулярной "легкой оси" ферромагнетика. Тогда уравнения Ландау – Лифшица без диссипации для угловых переменных θ и ϕ имеют вид (см. [1, 3]:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} - \left[1 + \epsilon\cos^2\phi + \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2\right]\sin\theta\cos\theta = -\frac{\partial\phi}{\partial t}\sin\theta,$$
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\sin^2\theta\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \epsilon\sin^2\theta\sin\phi\cos\phi = \frac{\partial\theta}{\partial t}\sin\theta. \qquad (1)$$

Здесь ϵ – параметр, характеризующий отношение энергии магнито-дипольного взаимодействия к энергии анизотропии ($\epsilon > 0$). При записи (1) введены стандартные беразмерные координата x и время t.

Уравнения (1) обладают следующим двухпараметрическим решением:

$$\mathrm{tg}^2\frac{\theta}{2} = \frac{\kappa^2/\Omega}{\mathrm{ch}^2\kappa\xi + B}\left(E - \frac{\epsilon}{2\Omega}\cos 2\phi_0\right), \qquad (2)$$

$$\mathrm{tg}(\phi - \psi) = D\,\mathrm{tg}\,\phi_0, \qquad \mathrm{tg}\,\psi = -\sqrt{\frac{\Omega - \Omega_1}{\Omega + \Omega_1}}\,\mathrm{th}\,\kappa\xi,$$

$$\xi = x - Vt, \qquad \phi_0 = \omega t - K\xi + \gamma,$$

где γ – производьная постоянная фаза, а величины κ^2, B, D, E, K, Ω_1, и Ω сложным, но известным образом связаны с двумя независимыми параметрами ω и V:

$$\kappa^2 = 1 + \epsilon/2 + K^2 - E\Omega_1, \quad B = \frac{1}{2}\left(\frac{\Omega_1}{\Omega} - 1\right), \quad K = \frac{V}{2E},$$
$$E = \sqrt{1 + \left(\frac{\epsilon}{2\Omega}\right)^2}, \quad D^2 = \frac{E + \epsilon/2\Omega}{E - \epsilon/2\Omega}, \quad \Omega_1 = \omega + VK \qquad (3)$$

и наконец

$$\Omega^2 = 4K^2\kappa^2 + \Omega_1^2. \qquad (4)$$

---

[1] Недавно появилась работа [2], содержащая некоторые замечания, касающиеся результатов, обсужденных в [1]. Эти замечания связаны с недоразумениями. Окончательная формула в [2] является частным случаем формул, полученных в [1].

Если найдено выражение Ω^2 через ω и V, то по формулам (3) очень просто определить остальные параметры. Но соотношение (4) для Ω^2 фактически является кубическим уравнением. Поэтому анализ различных конкретных видов локализованных решений (2) в существенной мере связан с изучением трех корней уравнения (4) относительно Ω^2. Отбор нужных корней должен быть основан на требовании вещественности функций $\theta(x, t)$ и $\phi(x, t)$ и пространственной локализации соответствующего решения ($\kappa^2 > 0$, $B^2 > 0$).

Параметр Ω может быть либо вещественным ($\Omega^2 > 0$), либо чисто мнимым ($\Omega^2 < 0$). В последнем случае условие $B^2 > 0$ требует, чтобы были чисто мнимыми также ω и K ($\omega^2 < 0$, $K^2 < 0$), что возможно только при условии $-\epsilon^2/4 < \Omega^2 < 0$.

Формулы (2) при разных наборах (V, ω) описывают многообразные локализованные возбуждения, среди которых есть как периодически зависящие от времени при $\xi = \mathrm{const}$, так и апериодические (типа рассмотренных в [3]).

Периодические решения фактически выписаны, если параметры ω, K и Ω в (2) вещественны. Когда $V = 0$, то периодические решения (2) переходят в таковые из [3]. Для $V_- < V < V_+$, где $V_\pm = \sqrt{1+\epsilon} \pm 1$, и $\omega = 0$ эти же решения переходят в волны стационарного профиля (зависящие лишь от $\xi = x - Vt$), исследованные с помощью численного анализа в работе [4].

Мы ограничимся описанием солитонов, предельные свойства которых при $V \to 0$ отличаются от свойств солитонов в работе [3], а при $\omega \to 0$ не могли быть рассмотрены в работе [4].

При $V = 0$ основной корень уравнения (4) сводится к соотношению $\Omega^2 = \omega^2$, где $-\epsilon^2/4 < \omega^2 < 1 + \epsilon$, отвечающему решениям в [3]. При малых V решения (2) незначительно отличаются от соответствующих решений в [3].

Однако в пределе $V \to 0$ возникает также вырожденный корень $\Omega^2 = -\epsilon^2/4$, отвечающий мнимому значению параметра $K (K = \pm i k_o)$ и мнимой частоте $\omega^2 < 0$

$$\omega^2 = -\left[\frac{\epsilon^2}{4} - 4k_o^2\kappa^2\right], \qquad \kappa^2 = 1 + \epsilon/2 - k_o^2 .$$

Локализованное решение существует для $0 < k_o^2 < V_-^2/4$, и в этом случае (2) переходит в

$$\mathrm{tg}^2\frac{\theta}{2} = \frac{2\kappa^2/_\epsilon \ \mathrm{ch}\, 2\eta}{\mathrm{ch}^2\kappa x + B}, \qquad \eta = |\omega| t \pm k_o x,$$

$$\mathrm{tg}(\phi - \psi) = \mathrm{th}\,\eta, \qquad \mathrm{tg}\,\psi = -\sqrt{\frac{\frac{\epsilon}{2} - |\omega|}{\frac{\epsilon}{2} + |\omega|}}\ \mathrm{th}\,\kappa x .$$

Решения типа (5) отсутствовали среди результатов работы [3]. Они описывают рассеяние двух доменных стенок с разными начальными фазами

$$\phi|_{x=-\infty} \neq \phi|_{x=+\infty}.$$

Если $\omega \to 0$, то наиболее интересен корень, "расположенный" вблизи $\Omega^2 = 0$ при малых ω. Положим в (2) $\gamma = \pi n$, где n — целое число. Тогда в пределе $\omega \to 0$ ($\Omega^2 \to 0$) для $0 < V < V_-$ возможно решение:

$$\operatorname{tg}^2\frac{\theta}{2} = \frac{\kappa^2/\epsilon}{\operatorname{ch}^2\kappa\xi + B}\left\{1 + [t\sqrt{(V_+^2 - V^2)(V_-^2 - V^2)} - V\xi]^2\right\}, \tag{6}$$

$$\phi - \psi = t\sqrt{(V_+^2 - V^2)(V_-^2 - V^2)} - V\xi, \quad \frac{\Omega_1}{\Omega} = \frac{\sqrt{(V_+^2 - V^2)(V_-^2 - V^2)} + V^2}{V_+V_-}.$$

Это решение в принципе не могло быть получено в результате численного анализа в [4], так как авторы [4] рассматривали только волны стационарного профиля. Решение (6) описывает рассеяние двух доменных стенок, центр тяжести которых движется со скоростью V. При $V = 0$ фаза ϕ остается функцией времени и решение (6) переходит в один из результатов работы [3].

Мы видим, что учет магнитодипольного взаимодействия значительно обогащает систему динамических локализованных состояний намагниченности ферромагнетика.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
8 января 1980 г.

Литература

[1] А.М.Косевич, Б.А.Иванов, А.С.Ковалев. Письма в ЖЭТФ, 25, 516, 1977; ФНТ, 3, 906, 1977.

[2] Ю.Н.Кафиев. Письма в ЖЭТФ, 30, 485, 1979.

[3] Б.А.Иванов, А.М.Косевич, И.М.Бабич. Письма в ЖЭТФ, 29, 777, 1979.

[4] В.М.Елеонский, Н.Н.Кирова, Н.Е.Кулагин. ЖЭТФ, 74, 1814, 1978.