

Циклотронный резонанс для электронов над гелием в резонаторе

В. Б. Шикин

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 6 ноября 2001 г.

После переработки 22 ноября 2001 г.

Решена задача о циклотронном резонансе (ЦР) для электронов на пленке гелия, занимающей нижнюю часть резонатора. Показано, что речь идет об одном из примеров известной проблемы колебаний системы связанных осцилляторов. Определена константа связи между этими осцилляторами, являющаяся переменной функцией параметров задачи (она минимальна в нулевом магнитном поле и достигает максимума в резонансных условиях, когда циклотронная частота совпадает с одной из мод резонатора). Посчитаны детали ЦР поглощения СВЧ энергии связанной системой электроны+резонатор. Обсуждаются приложения полученных результатов к имеющимся экспериментам о ЦР для электронов над гелием.

PACS: 73.20.Dx

Циклотронный резонанс (ЦР) является одной из базисных методик при изучении динамики и кинетических свойств различных невырожденных проводящих систем. Основные его свойства определены достаточно хорошо уже в одноэлектронном приближении Друде:

$$j_x(\omega, \omega_c) = (\sigma'_{xx} + i\sigma''_{xx})E_{\parallel}, \quad (1)$$

$$\sigma'_{xx} = \frac{n_i e^2 \tau}{m} \frac{(1 + \omega^2 \tau^2 + \omega_c^2 \tau^2)}{(1 - \omega^2 \tau^2 + \omega_c^2 \tau^2)^2 + 4\omega^2 \tau^2}, \quad (2)$$

$$\sigma''_{xx} = -(\omega \tau) \frac{n_i e^2 \tau}{m} \frac{(1 + \omega^2 \tau^2 - \omega_c^2 \tau^2)}{(1 - \omega^2 \tau^2 + \omega_c^2 \tau^2)^2 + 4\omega^2 \tau^2}. \quad (2a)$$

Здесь τ – циклотронное время релаксации, E_{\parallel} – эффективное электрическое поле в образце, n_i – плотность (трех- или двумерная) свободных носителей, ω, ω_c – внешняя и циклотронная частоты задачи.

Поглощение СВЧ энергии \dot{W} , следующее из определения

$$\dot{W} = \text{Re}[E_{\parallel} j_x^*(\omega, \omega_c)], \quad (3)$$

при фиксированных значениях ω и E_{\parallel} содержит информацию об эффективной массе носителя (положение пика ЦР на “магнитной оси” при развертке магнитного поля) и об упругом времени релаксации. Эта характеристика возникает из сравнения полуширины линии поглощения и ЦР линии с ее высотой и, согласно (1)–(3), оказывается не зависящей от электронной плотности.

На практике приходится иметь дело с системами конечной плотности. Кроме того, для увеличения чувствительности образцы вводят в полость различных резонаторов СВЧ диапазона (см. классическую работу [1] о ЦР в полупроводниках, а также интересные нас публикации [2–8] о ЦР для электронов

над гелием). В результате появляются различные поправки к сценарию (1)–(3). Так уже в первых работах, использующих ЦР для измерения электронных и дырочных масс в различных полупроводниках, отмечена возможная сдвигка линии ЦР за счет “эффекта деполаризации”. В дальнейшем этот эффект стал называться магнетоплазменным. Речь идет о плазменных колебаниях, неизбежно возникающих при возбуждении ЦР в конечных образцах. Комбинированная резонансная частота ω_{cp} принимает вид

$$\omega_{cp}^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2, \quad (4)$$

где ω_p – характерная плазменная частота образца, взаимодействующая с данным полем E_{\parallel} .

Магнетоплазменный эффект легко учитывается введением частоты ω_{cp} вместо ω_c в определения (1)–(2), без труда идентифицируется и является предметом большого числа специальных работ (см. [9–11]).

Другим примером возмущения ЦР динамики является эффект лунки для электронов над гелием. Как отмечено в свое время авторами [12, 13], деформационная локализация электрона на поверхности гелия ведет к сдвигке его резонансной частоты в магнитном поле:

$$\omega_{cd}^2 = \omega_d^2 + \omega_c^2, \quad \omega_d^2 = e^2 E_{\perp}^2 / 2\pi \alpha m l_H^2, \quad l_h^2 = c\hbar / eH; \quad (5)$$

здесь ω_d – характерная собственная частота электрона в лунке, E_{\perp} – напряженность прижимающего электрического поля, α – поверхностное натяжение.

Однако не все поправки “укладываются” в схему (1)–(5), принятую еще авторами [1]. При работе со свободными носителями в резонаторах возникают дополнительные эффекты, влияющие на положение и форму линии ЦР, требующие для своего описания

явного участия в задаче динамики резонатора. Качественное происхождение таких поправок ясно из рис.1. Рис.1а поясняет возникновение сдвига $\delta\omega$ в

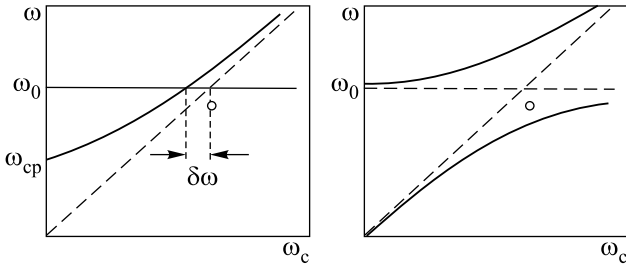


Рис.1. (а) Схема, поясняющая причины сдвига резонансной частоты системы резонатор + 2D электроны в условиях эффективной перенормировки собственной частоты колебаний электрона. $\omega_c, \omega_{cp}, \omega_o$ – циклотронная, комбинированная (4) и собственная частота резонатора. Точка “0” отмечает начало отсчета для определения сдвига $\delta\omega$. (б) Явление анти-кроссинга между собственной частотой ω_o резонатора и циклотронной частотой электрона ω_c

схеме (1)–(5). Здесь частота резонатора фиксирована, а сдвиг появляется за счет нелинейности в поведении ω_{cd} (5) либо ω_{cp} (4) по магнитному полю.

На рис.1б изображено реальное поведение частот резонатора и осциллирующего электрона в функции от магнитного поля при наличии связи между осцилляторами. В области анти-кроссинга, неизбежно возникающего при пересечении термов, положение резонанса и его форма линии отклоняются от своего затравочного значения, расположенного в точке “0”.

Насколько известно автору, оценка масштабов анти-кроссинга при возбуждении ЦР для электронов в резонаторе пока не осуществлена. Решение этой задачи для простейшей модели, позволяющей удержать все составляющие системы электроны+резонатор, представлено в данной работе.

1. Рассмотрим сперва пустой резонатор, образованный двумя бесконечными металлическими пластинами с координатами $z = 0, z = h$ (см. рис.2). Основная E -мода с $E_z = 0, E_y = 0, E_x(z) \neq 0$ и гра-

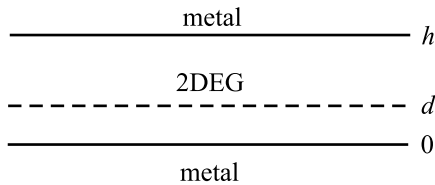


Рис.2. Схема резонатора с 2D электронной системой

ничными условиями

$$E_x(0) = 0, \quad E_x(h) = 0$$

имеет структуру

$$E_x(z) = E_o \sin(\pi z/h), \quad \omega_o/c = \pi/h. \quad (6)$$

Здесь c – скорость света.

Эта же проблема в присутствии 2D электронов, локализованных с плотностью n_s вдоль плоскости $z = d$, несколько усложняется. Электрическое поле имеет теперь две части: $E_x(z)$ – в вакууме, и $\epsilon_x(z)$ – в пленке гелия. Ее диэлектрическая постоянная для простоты равна единице:

$$E_x(z) = E_1 \sin kz + E_2 \cos kz, \quad d \leq z \leq h, \quad (7)$$

$$\epsilon_x(z) = \epsilon_1 \sin kz + \epsilon_2 \cos kz, \quad 0 \leq z \leq d, \quad (8)$$

$$k = \omega/c,$$

$$\epsilon_x(0) = 0, \quad E_x(h) = 0, \quad \epsilon_x(d) = E_x(d). \quad (9)$$

Кроме того, в задаче появляется вихревое магнитное поле с компонентами $h_y(z), H_y(z)$, скачок которого на границе $z = d$ связан с 2D электронным током вдоль поверхности гелия:

$$\partial\epsilon_x/\partial z = -ikh_y, \quad \partial E_x/\partial z = -ikH_y, \quad (10)$$

или

$$-ih_y = \epsilon_1 \cos kz - \epsilon_2 \sin kz, \quad (11a)$$

$$-iH_y = E_1 \cos kz - E_2 \sin kz;$$

$$H_y(d) - h_y(d) = 4\pi j_x(d)/c, \quad (11b)$$

$$j_x(d) = \sigma_{xx} E_x(d), \quad \sigma_{xx} = \sigma'_{xx} + i\sigma''_{xx}; \quad (12)$$

здесь компоненты проводимости σ_{xx} берутся из (2)–(2a).

Четыре граничных условия (3 из (9) и одно из (11a), (11b)) для 4 коэффициентов $\epsilon_1, \epsilon_2, E_1, E_2$ составляют однородную систему уравнений, решение которой ведет к следующему определению основной E – моды резонатора, нагруженного электронами:

$$f(kh, kd, \sigma) = 0,$$

$$f(kh, kd, \sigma) = \sin(kh) - i\sigma \sin(kd) \times \quad (13)$$

$$\times [\sin(kd) \cos(kh) - \cos(kd) \sin(kh)],$$

$$\sigma = 4\pi\sigma_{xx}/c, \quad k = \omega/c.$$

Некоторые предельные случаи: если $\sigma \rightarrow 0$, уравнение (13) сводится к

$$\sin(kh) \simeq 0, \quad k_o = \pi/h. \quad (13a)$$

Этот результат совпадает с (5); в обратном пределе, $\sigma \rightarrow \infty$, формула (13) имеет смысл, если

$$[\sin(kd) \cos(kh) - \cos(kd) \sin(kh)] = 0 \quad (13б)$$

или $k_1 = \pi/(h-d)$.

Возможно также обращение в нуль множителя

$$\sin(k_2 d) = 0, \quad k_2 = \pi/d. \quad (13в)$$

Оба результата понятны, ибо при хорошей проводимости плоскости $z = d$ вместо одного резонатора возникает два новых с собственными частотами (13б), (13в).

Если (что типично для электронов над гелием) $n_s \approx 10^8 \text{ см}^{-2}$ и $\tau \leq 10^{-7} \text{ с}$, комбинация

$$\sigma_o = 4\pi\sigma_{xx}^o/c, \quad \sigma_{xx}^o = n_s e^2 \tau / m \quad (14)$$

имеет масштаб единицы. Другими словами, перенормировка спектра резонатора под влиянием 2D электронов – вполне реальная вещь.

Оценим еще масштаб связи для проводящего образца, заполняющего весь объем резонатора. Эта задача, имеющая отношение к измерениям ЦР в полупроводниках, сводится к решению уравнений, определяющих глубину скин-слоя в ограниченной проводящей среде. В конечном итоге имеем

$$k^2 = \kappa \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{4\pi i \sigma_{xx}^{(3)}}{c^2} \omega = \pi^2 / h^2. \quad (15)$$

Здесь κ – диэлектрическая постоянная образца.

Согласно (15), константа связи для трехмерных образцов приближается к единице, если глубина скин-слоя сравнивается с расстоянием h между пластинами резонатора. Для образцов с $\omega\tau \geq 1$, $h \sim 1 \text{ см}$ и $m^* \sim 0.1m$ (m – масса электрона в вакууме) это условие достигается при электронных плотностях больше 10^{12} см^{-3} . Эксперименты [1] выполнялись при меньших ее значениях.

Сравнение масштабов (14), (15) связанности в системах разной мерности показывает, что при одних и тех же значениях $h \sim 1 \text{ см}$ и одних и тех же средних расстояниях r_s между проводящими электронами ($r_s \sim 10^{-4} \text{ см}$) характерные времена релаксации для электронов над гелием гораздо длиннее (примерно на 2–3 порядка), чем в полупроводниках. Отсюда и существенно больший масштаб 2D анти-кроссинга на фоне его трехмерного аналога.

Возвращаясь к 2D ситуации, рассмотрим более подробно предел $\sigma_o \ll 1$. В этой области исходное трансцендентное уравнение (13) может быть линеаризовано. Полагая

$$k = k_o + \delta k, \quad \sin k_o h = 0, \quad k_o \gg \delta k = \delta k' + i \delta k'', \quad (16)$$

где k_o – из (13а), находим согласно (16)

$$\delta k' \simeq \frac{\sigma_* \sqrt{x_o} (1 + x_o - y)}{h[(1 - x_o + y)^2 + 4x_o]}, \quad (16а)$$

$$\delta k'' \simeq -\frac{\sigma_* (1 + x_o + y)}{h[(1 - x_o + y)^2 + 4x_o]}, \quad (16б)$$

$$x = \omega^2 \tau^2; \quad x_o = \omega_o^2 \tau^2; \quad y = \omega_c^2 \tau^2; \quad \sigma_* = \sigma_o \sin^2 k_o d.$$

Функция $\delta k'$ дает представление о поведении реальной части спектра рис.1б при конечных значениях времени релаксации. В этом случае асимптотики двух ветвей спектра, изображенных на рис.1б, не уходят на бесконечность, а плавно переходят одна в другую, проходя через нуль в точке

$$y = 1 + x_o \quad (17)$$

с парой экстремумов

$$y_{\pm} = 1 + x_o \pm 2\sqrt{(1 + x_o)}.$$

Что касается функции $\delta k''$, то она содержит экстремум в точке

$$y = x_o - 1/4x_o, \quad x_o \gg 1, \quad (18)$$

близкой к положению нуля (17).

Легко замечаемая аналогия между зависимостями (16б) и (3) создает обманчивое впечатление адекватности схемы (1)–(3) более подробным расчетам (6)–(16). Однако функция $\delta k''$ (16б) – не единственный “ответчик” за детали поглощения. Как будет видно ниже, эффективное поле E_{\parallel} из (3) на заряженной поверхности гелия в резонаторе не может считаться заданной величиной. Оно должно вычисляться самосогласованно и оказывается резонансно зависящим от амплитуды внешней накачки. Это утверждение, наряду с эффектом анти-кроссинга, наиболее интересно в предлагаемой картине поведения системы электроны+резонатор и заслуживает специального внимания.

2. Для выяснения свойств E_{\parallel} необходимо выйти за рамки однородной задачи о спектре, включая в рассмотрение механизм накачки и вычисление реальных наблюдаемых величин, (например, отражение СВЧ сигнала от резонатора). Подходящая возможность осуществить этот план, сохраняя относительную простоту геометрии рис.2 и обзорность конечных результатов, связана с использованием упрощенной связи между резонатором и волноводом. Речь идет о введении конечной электромагнитной прозрачности верхней пластины резонатора

и появляющейся в связи с этим вероятностью проникновения в полость резонатора части СВЧ сигнала, падающего извне на плоскость $z = h$.

Полагая внешнее поле $T(z)$ имеющим структуру

$$T_x(z) = E_o[\exp(+ik(z-h)) - R\exp(-ik(z-h))],$$

$$+\infty > z > h, \quad (19)$$

где E_o – амплитуда возбуждающего поля, R – коэффициент отражения внешнего сигнала от плоскости $z = h$, и сшивая внешние поля с их продолжением в резонаторе (имеется в виду поле $E_x(z)$ из (7)) на этой границе

$$T_x(h) = E_x(h) \quad \text{и} \quad H_y(h+0) - H_y(h-0) = 4\pi j_x^o(h)/c,$$

$$j_x^o(h) = \sigma_{xx}^m T_x(h) \quad (20)$$

(σ_{xx}^m – конечная проводимость верхнего электрода рис.2), можно получить следующее выражение для коэффициента R :

$$R = \frac{\gamma - i}{\gamma + i},$$

$$\gamma = \sigma_m + \frac{\cos(kh) + \sigma \sin(kd) \cos k(h-d)}{f(kh, kd, \sigma)}, \quad (21)$$

$$\sigma_m = \frac{4\pi}{c} \sigma_{xx}^m.$$

Здесь функция $f(kh, kd, \sigma)$ – из (13).

Очевидно, что при $\sigma_{xx}^m \rightarrow \infty$ отражение (21) стремится к единице. Для конечных значений σ_{xx}^m величина R начинает “чувствовать” свойства резонатора. В частности, для пустого резонатора, когда $\sigma_{xx} \rightarrow 0$,

$$R_o = \frac{\gamma_o - i}{\gamma_o + i}, \quad \gamma_o = \sigma_m + \cot(kh). \quad (21a)$$

Если при этом дополнительно внешняя частота удовлетворяет требованию

$$\sin(k_o h) \rightarrow 0, \quad (22)$$

то

$$R_o \rightarrow 1 \quad (22a)$$

даже при ограниченной проводимости верхнего электрода (полное отражение внешнего сигнала происходит на нижней пластине резонатора). Очевидно, что резонансное условие (22) совпадает с (6).

Предельная форма R_o (21a) должна тестироваться специальными экспериментами, так как феноменологическая проводимость σ_{xx}^m , вошедшая в определения (21), ответственна за связь между волноводом и резонатором.

Что касается общей формы R (21), то ее исследование является самостоятельной задачей (рутинной и достаточно громоздкой), содержащей несколько внешних параметров. Отметим лишь, что структура $\text{Re} R$ (21) заметно сложнее выражений (3) и (16б) по причинам, указанным выше; поле $E_{||}$ не фиксировано, как в (3), а резонансно связано с амплитудой накачки E_o . Располагая определением R , можно выписать эту зависимость в явном виде:

$$E_{||} = E_o(1 - R) \sin(kd)/f(kh, kd, \sigma), \quad (23)$$

где $f(kh, kd, \sigma)$ – из (13). Кроме того, резонансная частота является плавающей функцией внешних параметров. В результате, поглощение СВЧ энергии оказывается чувствительным к толщине пленки гелия, плотности электронов, уровню связи с волноводом и организации измерений (эксперимент может выполняться при фиксированной частоте накачки с поисками резонанса по магнитному полю, либо при фиксированном магнитном поле с разверткой по частоте волновода). Все эти факторы отсутствуют в картине ЦР из (1)–(3).

3. Итак, в работе решена задача о структуре основной E -моды бесконечно длинного плоского резонатора при наличии в нем 2D электронного слоя и произвольного магнитного поля, нормального плоскости 2D системы. Речь идет о разновидности связанных колебаний двух осцилляторов, одним из которых является мода резонатора, в другом – циклотронное движение электрона. Эффективная константа связи, явный вид которой следует из решения задачи (см. определение σ из (13)), оказывается переменной, проходящей через максимум в условиях циклотронного резонанса, и достаточно большой для того, чтобы сделать “осязаемым” явление антикроссинга в поведении мод резонатора, нагруженного 2D электронами (см. рис.1b и явное поведение (16a) реальной части спектра резонатора).

Подробно обсуждаются свойства реальной части поглощения $\text{Re} R$ электронами СВЧ энергии в резонаторе. Разница между его традиционным (3) и последовательным (21) определениями связана с необходимостью аккуратного вычисления эффективного поля $E_{||}$ на заряженной поверхности жидкого гелия в резонаторе. В результате форма линии поглощения нагруженного электронами резонатора оказывается зависящей от толщины пленки гелия, плотности электронов и уровня связи с волноводом – факторов, отсутствующих в описании (1)–(3) и имеющих место в экспериментах [4, 5]. Отметим, в частности, резкое падение поглощения при уменьшении толщины пленки, отмеченное в измерениях [4]. Этот факт отсут-

ствуем в схеме (1)–(3), но легко объясняется с учетом реального поведения E_{\parallel} (23). Интересен также парадокс из [4]. Здесь показано, что в кристаллическом состоянии 2D система наращивает свое поглощение с ростом ее плотности (см. рис.3 из [5]). Это утверждение качественно противоречит здравому смыслу (с ростом плотности электронный кристалл должен становиться все более диэлектрическим, а значит, и меньше поглощающим) и имеющимся расчетам [14]. Решение парадокса находится снова в специфике поведения электронов в резонаторе. Реальная проводимость электронного кристалла с ростом плотности конечно падает. Но при этом согласно (23) растет поле E_{\parallel} (напомним, что при бесконечной проводимости 2D системы $E_{\parallel} \rightarrow 0$). Так что эффективное поглощение, пропорциональное E_{\parallel}^2 , оказывается растущей функцией плотности электронов.

Результаты работы могут быть полезными в решении старой проблемы о причинах сдвига линии ЦР в экспериментах [4]. Речь идет о систематическом смещении линии ЦР в сторону меньших (по сравнению с ее невозмущенным положением) магнитных полей, растущем примерно квадратично с ростом электрического поля E_{\perp} , прижимающего электроны к поверхности гелия. Популярная трактовка из [4, 12, 13] этого явления допускает возникновение под каждым из электронов деформационной лунки с собственной электронной частотой, пропорциональной квадрату E_{\perp} (см. (5)). Однако дальнейшие исследования показали, что, во-первых, согласно [15], вероятность появления одноэлектронной лунки при температурах из [4] ничтожно мала. Во-вторых, этот процесс является пороговым по E_{\perp} , чего нет в [4]. И, наконец, согласно экспериментам [16–18] лунки на поверхности гелия появляются и исчезают лишь при наличии условий для кристаллизации 2D электронной системы. Здесь же можно упомянуть данные [5], свидетельствующие, как и в [4], о наличии сдвига линии ЦР, но только в области электронной кристаллизации. Таким образом, “луночная” трактовка сдвига линии ЦР [4] при отсутствии кулоновского упорядочения в настоящее время должна быть оставлена, и пока ей нет альтернативы. Учет анти-кроссинга дает некие шансы на устранение имеющихся затруднений в интерпретации данных [4] при низких плотностях 2D электронов.

Реальная часть отражения является практически “белым пятном” в экспериментальной части обсуждаемой задачи. Отметим лишь работу [19] с обсужде-

нием этой части импеданса резонатора с электронами без адекватной интерпретации. Вместе с тем совместные измерения обеих частей коэффициента отражения (прохождения) весьма желательны, ибо эти наблюдаемые содержат несколько параметров: время релаксации, средняя электронная плотность, эффективная толщина пленки гелия – величина которых должна извлекаться из экспериментальных данных.

Автор благодарен В.Ф.Гантмахеру за обсуждение результатов работы и полезные замечания. Эта деятельность поддержана частично INTAS Network, грант # 97-1643 и Российским фондом фундаментальных исследований грант # 02-02-17082.

-
1. G. Dresselhaus, A. Kip, and K. Kittel, *Phys. Rev.* **98**, 368 (1955).
 2. C. C. Grimes and T. Brown, *Phys. Rev. Lett.* **32**, 280 (1974).
 3. В. Эдельман, *Письма в ЖЭТФ* **24**, 510 (1976); **26**, 647 (1977).
 4. В. Эдельман, *ЖЭТФ* **77**, 673 (1979).
 5. L. Wilen and R. Gianetta, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 231 (1988).
 6. E. Teske, Yu. Monarkha, M. Seck, and P. Wyder, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2772 (1999).
 7. Yu. Monarkha, E. Teske, and P. Wyder, *Phys. Rev.* **B59**, 14 884 (1999).
 8. Yu. Monarkha, E. Teske, and P. Wyder, *Phys. Rev.* **B62**, 2593 (2000).
 9. E. Batke, D. Heitman, and J. Kotthaus, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2367 (1985).
 10. D. Glattli, E. Andrei, G. Devile et al., *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1710 (1985).
 11. E. Batke, D. Heitman, and C. Tu, *Phys. Rev.* **B10**, 6951 (1986).
 12. В. Шикин, *ЖЭТФ* **60**, 713 (1971).
 13. A. Cheng and P. Platzman, *Solid. St. Comm.* **25**, 813 (1978).
 14. M. Dykman, *J. Phys.* **C15**, 7397 (1982).
 15. F. Peeters and S. Jackson, *Phys. Rev.* **B34**, 1539 (1986).
 16. F. Gallet, G. Deville, A. Valdes, and F. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **49**, (1982).
 17. G. Deville, A. Valdes, E. Andrei, and F. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 588 (1984).
 18. D. Glattli, E. Andrei, and F. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 420 (1988).
 19. G. Mistura, T. Gunzler, S. Nesper, and P. Leiderer, *Phys. Rev.* **B56**, 8360 (1997).