Письма в ЖЭТФ, том 75, вып. 6, с. 343 – 347 © 2002 г. 25 марта

ПО ИТОГАМ ПРОЕКТОВ
РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Проект РФФИ # 99-02-17127

Эффект Ааронова–Бома для составных частиц и коллективных возбуждений

А. В. Чаплик[1)]

Институт физики полупроводников РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 22 февраля 2002 г.

Исследована зависимость от магнитного поля энергии нейтральных и заряженных экситонов в квантовых кольцах и частоты плазмонов в нанотрубках.

PACS: 73.20.Dx

Магнитоинтерференционный эффект (Ааронов–Бом, 1959) осуществляется в системах, в которых заряженные частицы движутся по неодносвязной области. Применительно к твердотельным объектам речь может идти о квантовых кольцах или полых цилиндрах (в частности, о нанотрубках). Хорошо известны осцилляционные эффекты в намагниченности [1] и проводимости [2] полых цилиндров. В первом случае рассматривался баллистический, а во втором – диффузионный режим движения электронов. Поэтому периоды осцилляций отличаются для этих ситуаций в два раза: в проводимости грязного образца превалирует куперонный вклад, и эффективный заряд носителя равен $2e$, а период осцилляций кондактанса по магнитному потоку соответственно $hc/2e$.

В обоих случаях мы имеем дело с макроскопическими проявлениями свойств элементарных возбуждений, несущих заряд, то есть электронов. Оказывается, однако, что эффект Ааронова–Бома может иметь место и для нейтральных возбуждений, таких как экситоны или коллективные колебания электронной плазмы, а также для составных заряженных частиц (трионов), где эффект обладает существенной спецификой-неуниверсальным периодом осцилляций. Предлагаемый обзор посвящен рассмотрению подобных нестандартных вариантов эффекта Ааронова–Бома.

1. Экситон в одномерном квантовом кольце [**3**]. Гамильтониан системы

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m_nR^2}\left(-i\frac{\partial}{\partial\varphi_n}+\lambda\right)^2 + \frac{\hbar^2}{2m_pR^2}\left(-i\frac{\partial}{\partial\varphi_p}-\lambda\right)^2 - \frac{e^2}{2\varepsilon R}\left|\sin\frac{\varphi_n-\varphi_p}{2}\right|^{-1}, \quad (1)$$

где $\lambda = \Phi/\Phi_0$, Φ – магнитный поток сквозь кольцо, Φ_0 – квант магнитного потока, m_n, m_p – эффективные массы электрона и дырки, ε – диэлектрическая постоянная, R – радиус кольца.

Введем новые переменные, позволяющие разделить внутреннее движение экситона и его вращение, как целого, по кольцу:

$$\varphi_c = \frac{m_n\varphi_n + m_p\varphi_p}{M},\ \theta = \varphi_n - \varphi_p,\ M \equiv m_n + m_p. \quad (2)$$

Гамильтониан (1) преобразуется к виду

$$\hat{H} = -B\frac{\partial^2}{\partial\varphi_c^2} + \beta\left(i\frac{\partial}{\partial\theta}-\lambda\right)^2 + U_c(\theta), \quad (3)$$

где $B = \hbar^2/2MR^2$, $\beta = \hbar^2/2\mu R^2$, $\mu = m_nm_p/M$ и $U_c(\theta)$ – кулоновская энергия (последний член в (1)). Полная волновая функция может быть записана как $\Psi = \exp(iJ\varphi_c + i\lambda\theta)\chi(\theta)$, где J – некоторое вещественное число, а $\chi(\theta)$ удовлетворяет одномерному уравнению Шрёдингера:

$$-\beta\frac{\partial^2\chi}{\partial\theta^2} + U_c(\theta)\chi = (E - BJ^2)\chi \equiv \omega\chi. \quad (4)$$

[1)]e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

Здесь E – полная энергия экситона, ω – его внутренняя энергия. Для определения J и допустимых решений уравнения (4) необходимо потребовать периодичности полной волновой функции по φ_n и φ_p независимо с периодами 2π. В то же время, уравнение (4) имеет, формально, решения блоховского типа:

$$\chi = e^{ip\theta}v(\theta); \quad -\frac{1}{2} < p \leq \frac{1}{2}, \tag{5}$$

где v – периодическая функция θ с тем же периодом 2π, поскольку это есть период потенциала: $U_c \sim \sim |\sin\theta/2|^{-1}$. Добавляя 2π к φ_n и φ_p независимо, приходим к соотношениям

$$J\frac{m_n}{M} + \lambda + p = N_n, \quad J\frac{m_p}{M} - \lambda - p = N_p, \tag{6}$$

где N_n, N_p – произвольные целые числа. Из (6) следует, что $J = N_n + N_p$ и, таким образом, J – целое, как и должно быть для вращательного квантового числа экситона как целого.

Что касается собственных значений ω уравнения (4), то они, очевидно, должны быть периодическими функциями квазиимпульса $p : \omega(p+1) = \omega(p)$. Поскольку p связано с λ уравнениями (6), мы приходим к выводу, что энергия связи экситона в одномерном кольце должна быть периодической функцией потока с периодом Φ_0. Физическая причина такой зависимости состоит в возможности туннелирования электрона и дырки друг к другу вдоль кольца, то есть под кулоновским барьером. На такой траектории волновая функция относительно движения в экситоне приобретает фазу равную $2\pi\times$ число квантов потока сквозь кольцо Φ/Φ_0, что и приводит к осцилляциям $\omega(\Phi)$. Если эффективный боровский радиус a^* много меньше длины окружности $2\pi R$, то для решения уравнения (4) можно применить метод сильной связи. Результат для энергии связи имеет вид

$$\begin{aligned}\omega_n &= E_n - \Delta_n \cos 2\pi\left(\frac{\Phi}{\Phi_0} + J\tfrac{m_n}{M}\right) = \\ &= E_n - \Delta_n \cos 2\pi\left(\frac{\Phi}{\Phi_0} - J\tfrac{m_p}{M}\right), \quad \Delta_n > 0,\end{aligned} \tag{7}$$

где E_n – n-ый уровень энергии одномерного экситона, Δ_n – туннельная амплитуда, равная по порядку $R_y^* \exp(-2\pi R/a^*)$, R_y^* – эффективная энергия Ридберга.

В этом же приближении сильной связи можно найти зависимость от потока вероятности образования экситона $\Im$. Поскольку $\Im$ определяется интегралом по φ от волновой функции при совпадающих аргументах $\varphi_n = \varphi_p = \varphi$, конечное значение $\Im$ получается только для $J = 0$:

$$\Im \sim |v(0)|^2 \delta_{0J},$$
$$|v(0)|^2 = \frac{1-\delta^2}{1 - 2\delta\cos 2\pi\lambda + \delta^2}; \quad \delta \equiv e^{-2\pi R/a^*}. \tag{8}$$

Таким образом, интенсивность экситонной линии также осциллирует при изменении магнитного потока с периодом Φ_0. Относительная глубина модуляции интенсивности равна

$$\frac{\Im_{max}}{\Im_{min}} = \left(\frac{1+\delta}{1-\delta}\right)^2. \tag{9}$$

2. Учет конечной ширины кольца [4]. Чтобы учесть радиальную степень свободы частиц в кольце конечной ширины, используем параболическую модель для латерального потенциала:

$$V_i(P) = \frac{m_i\Omega_i^2(\rho_i - R^2)}{2}, \quad i = n, p. \tag{10}$$

Для существующих сейчас квантовых колец (см. [5]) движение в радиальном направлении характеризуется существенно меньшей амплитудой, чем в азимутальном, где соответствующий размер равен $2\pi R$. В этом смысле кольцо является узким, и можно считать, что выполняются условия $\hbar\Omega_i >> W_i$, где $W_i = \hbar^2/2m_iR^2$. Тогда задача может быть решена в адиабатическом приближении, известном из теории молекул: сначала находятся уровни вращательной энергии при закрепленных ядрах (в нашем случае при фиксированных радиальных координатах электрона и дырки, ρ_n и ρ_p), а затем учитываются малые колебания ядер.

Во избежание громоздких вычислений ограничимся случаем $J = 0$ (при оптическом переходе только такой экситон и рождается). Зависящая от магнитного поля часть гамильтониана выглядит так:

$$\begin{aligned}\hat{H} = -(\tilde{W}_n + \tilde{W}_p)\left[\frac{\partial}{\partial\theta} + i\frac{\tilde{W}_n\tilde{\Phi}_n + \tilde{W}_p\tilde{\Phi}_p}{\tilde{W}_n + \tilde{W}_p}\right]^2 + \\ + \frac{\tilde{W}_n\tilde{W}_p(\tilde{\Phi}_n - \tilde{\Phi}_p)^2}{\tilde{W}_n + \tilde{W}_p},\end{aligned} \tag{11}$$

где $\tilde{\Phi}_n = \pi H\rho_n^2/\Phi_0$, $\tilde{W}_n = \hbar^2/2m_n\rho_n^2$ и аналогично для $\tilde{\Phi}_p, \tilde{W}_p$, H – магнитное поле. Путем фазового преобразования волновой функции

$$\Psi = \chi e^{-i\lambda\theta}, \quad \lambda(\rho_n, \rho_p) = \frac{\tilde{W}_n\tilde{\Phi}_n + \tilde{W}_p\tilde{\Phi}_p}{\tilde{W}_n + \tilde{W}_p}, \tag{12}$$

можно устранить второе слагаемое в квадратной скобке в (11) и получить уравнение Шредингера для внутреннего движения в адиабатическом движении, то есть при фиксированных ρ_n, ρ_p. Из него следует спектр (7) с Δ и λ, параметрически зависящими от радиальных координат. Усредняя это выражение по колебательным функциям радиального движения, получим затухание аарон-бомовских осцилляций энергии связи экситона:

$$\omega_n = E_n - \bar{\Delta}_n \exp(-\frac{H^2}{H_0^2}) \cos 2\pi\Phi/\Phi_0, \qquad (13)$$

где для основного колебательного состояния имеем

$$\frac{1}{H_0^2} = \left(\frac{2\pi^2 R}{M\Phi_0}\right)^2 \hbar \left(\frac{m_p^2}{m_n\Omega_n} + \frac{m_n^2}{m_p\Omega_p}\right), \qquad (14)$$

Δ_n – усредненная по радиальным колебаниям туннельная амплитуда. Таким образом, в рассматриваемом случае осцилляции затухают по гауссовскому закону, и декремент затухания $1/H_0$ линейно растет с радиусом кольца.

3. Магнитоэкситоны в квантовых кольцах с пространственным разделением электрона и дырки [5]. До сих пор молчаливо предполагалось, что средние радиусы электронной и дырочной орбит в кольцевом экситоне совпадают. Новый магнетоинтерференционный эффект возникает, если это условие нарушается. В принципе можно ожидать, что положение минимумов радиального потенциала в кольце различно для электрона и дырки ($R_n \neq R_p$), так как этот потенциал содержит вклад от встроенных зарядов, состояний на интерфейсе и т.п. Простейший пример – заряженная примесь, находящаяся в центре кольца. Возникающая асимметрия между электроном и дыркой ведет к появлению радиального дипольного момента у экситона и качественно меняет его энергетический спектр. Рассмотрим простейший пример такой системы: электрон и дырка локализованы на концентрических окружностях радиусов R_n и R_p, соответственно. Вводя переменные

$$\varphi_0 = \frac{a\varphi_n + b\varphi_p}{a+b}, \quad \varphi_n - \varphi_p = \theta,$$

где $a = m_n R_n^2, b = m_p R_p^2$, можно снова отделить внутреннее движение в экситоне от его вращения как целого. Однако на этот раз гамильтониан “центра тяжести” системы зависит от магнитного поля:

$$\hat{H}_0 = B_0 \left[-i\frac{\partial}{\partial\varphi_0} + \frac{\Delta\Phi}{\Phi_0}\right]^2, \qquad (15)$$

где $D_0 = \hbar^2/2M_0R_0^2$, $R_0 = (R_n + R_p)/2$, $M_0 = (m_nR_n^2 + m_pR_p^2)/R_0^2$, $\Delta\Phi = \pi(R_n^2 - R_p^2)H$. Собственные значения $\hat{H}_0$ дают энергию вращения экситона как целого:

$$E_0(J) = B\left(J + \frac{\Delta\Phi}{\Phi_0}\right)^2, \quad J = 0, \pm 1, \pm 2... \qquad (16)$$

К этому следует добавить энергию относительного движения электрона и дырки ω, которая при условии $R_n, R_p \gg a^*$ снова может быть найдена в приближении сильной связи. Однако теперь (при не слишком малой разности $R_n - R_p$) главная часть зависимости полной энергии экситона от магнитного поля может определяться формулой (16), не содержащей экспоненциальной малости, связанной с туннельной амплитудой Δ_n (сравни ур. (7)).

Как видно из (16), с увеличением магнитного потока $\Delta\Phi$ роль основного уровня экситона последовательно переходит от состояния $J = 0$ к состояниям $J = -1, -2$ и т.д. Согласно правилу отбора для оптических переходов между зоной проводимости и валентной зоной, только экситон с $J = 0$ может испустить фотон. При низких температурах экситоны релаксируют к своему основному состоянию и лишь затем рекомбинируют. С ростом магнитного поля основное состояние экситона приобретает ненулевой орбитальный момент и, следовательно, излучательная рекомбинация становится невозможной. Таким образом, изложенная теория предсказывает тушение экситонной люминесценции магнитным полем. Для кольца с параметрами $R_0 = 300$ Å, $|R_n - R_p| = 30$ Å соответствующее магнитное поле равно примерно $3T$.

4. Трионы в квантовом кольце [4]. В работе [6] сообщается о создании структуры, в которой ансамбль квантовых колец управляемо заселялся электронами с помощью полевого электрода. Авторы наблюдали рекомбинационное излучение систем от нейтрального экситона X_0 до пятикратно отрицательно заряженного комплекса X^{5-}. Особый интерес представляет поведение системы $X^-(e - e - h)$, называемой трионом, так как данная система обладает связанным состоянием как в двумерном, так и (тем более!) в одномерном случаях: состояние X^- энергетически выгоднее, чем отдельные экситон и электрон.

Для анализа поведения кольцевого триона в магнитном поле снова введем переменные, разделяющие внутреннее движение и вращение системы как целого:

$$\varphi_c = \frac{m_n(\varphi_1 + \varphi_2) + m_p\varphi_p}{M_{tr}},$$

$$\alpha = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} - \varphi_p, \quad \beta = \varphi_1 - \varphi_2, \qquad (17)$$

где $\varphi_{1,2}$ – угловые координаты электронов, $M_{tr} = 2m_n + m_p$ – полная масса триона. Внутреннее движение описывается уравнением Шредингера для частицы в двумерном периодическом потенциале:

$$-\left(\frac{1}{2}W_n + W_p\right)\frac{\partial^2\chi}{\partial\alpha^2} - 2W_n\frac{\partial^2\chi}{\partial\beta^2} +$$

$$+\left[U(\beta) - U\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) - U\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right)\right]\chi = \omega\chi; \quad (18)$$

$$U(\gamma) = \left(\frac{e^2}{2R\varepsilon}\right)|\sin\gamma/2|^{-1},$$

где теперь ω означает энергию связи триона. Волновая функция триона $\Psi(\varphi_c,\alpha,\beta)$ связана с решением $\chi(\alpha,\beta)$ уравнения (18) соотношением

$$\Psi = \chi\exp(iJ\varphi_c + \bigwedge\alpha),$$
$$\bigwedge \equiv \frac{2(W_n+W_p)}{W_n+2W_p}\cdot\frac{\Phi}{\Phi_0}. \quad (19)$$

Подчиняя Ψ условиям периодичности по $\varphi_1,\varphi_2,\varphi_p$, находим разрешенные значения числа J и двух компонент квазиимпульса, p и q, от которых зависит энергия ω: J – целое, q – полуцелое, $p = (Jm_n/M_{tr} - \bigwedge)$ – целое. Энергия связи триона периодична на обратной решетке, соответствующей потенциальной энергии в уравнении (18), и поэтому периодически зависит от Φ. В приближении сильной связи получается:

$$\omega = E_0 - 2\Delta(2\pi)\cos 2\pi\left(\frac{2m_n}{M_{tr}}J + \bigwedge\right) -$$
$$-4\Delta(\sqrt{5}\pi)\cos\pi\left(\frac{2m_n}{M_{tr}}J + \bigwedge\right). \quad (20)$$

Аргументы туннельных амплитуд 2π и $\sqrt{5}\pi$ показывают расстояния от начального узла до ближайших соседей в решетке, определяемой потенциалом в (18); E_0 – энергия связи 1D триона в прямолинейной квантовой проволоке (то есть предел $R\to\infty$).

Существенной особенностью триона является зависимость периода осцилляций его внутренней энергии от отношения эффективных масс:

$$\Delta\Phi = \Phi_0\frac{2m_n + m_p}{2(m_n+m_p)}. \quad (21)$$

Насколько известно автору – это пока единственный пример неуниверсального периода осцилляций в эффекте Ааронова–Бома (то есть периода, не соответствующего заряду e или $2e$ и т.д.). Качественное объяснение этого результата состоит в следующем. Зависимость энергии связи от магнитного потока определяется фазой волновой функции, приобретаемой при туннелировании составляющих систему частиц вдоль кольца. Пусть трион находится сначала в точке $\varphi = 0$, а после туннельного перехода оказывается в некоторой точке φ_0. Чтобы выделить набег фазы, дающий вклад именно во внутреннюю энергию, следует потребовать, чтобы при перемещениях частиц из $\varphi = 0$ в $\varphi = \varphi_0$ выполнялось условие $\varphi_c = \mathrm{const}$. Для триона существует две возможности туннелирования: 1) $\Delta\varphi_1 = \varphi_0$, $\Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_p - (2\pi - \varphi_0)$ и 2) $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \varphi_0$, $\Delta\varphi_p = -(2\pi - \varphi_0)$. Подсчитывая изменение фазы $\delta\psi$ в первом случае, находим $\delta\psi_1 = (e/hc)AR\cdot 2\pi(m_n+m_p)/M_{tr}$, где A – значение вектор-потенциала на кольце, а во втором $\delta\psi_2 = 2\delta\psi_1$. Указанные две возможности туннельного перехода соответствуют двум гармоникам в уравнении (20), а период (21) следует из приведенного выражения для $\delta\psi_2$. Разумеется, для нейтрального экситона существует лишь один вклад в туннельный процесс, приводящий к формуле (7). Полная энергия триона зависит от магнитного потока еще и через вращательный вклад:

$$E_{tr} = W_{tr}(J-\lambda)^2 + \omega, \quad W_{tr} = \frac{\hbar^2}{2M_{tr}R^2}. \quad (22)$$

Наблюдаемой величиной является сдвиг линии экситонной люминесценции $\Delta\nu$, который в главном порядке по $W_n/\hbar\Omega_n$ равен для триона

$$\Delta\nu = (W_{tr} - W_n)\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2, \quad J = 0. \quad (23)$$

Поскольку $M_{tr} > m_n$, найденный диамагнитный (то есть не зависящий от спина) сдвиг оказывается отрицательным.

5. Плазменные колебания в нанотрубках (эффект Ааронова–Бома для плазмонов) [7]. В этом разделе рассматриваются коллективные колебания 2D электронов на поверхности полого цилиндра в магнитном поле параллельном его оси. Плазменные моды такой системы характеризуются непрерывным импульсом k вдоль оси цилиндра и дискретным азимутальным собственным числом $m = 0,\pm1,\pm2...$ В пренебрежении эффектами запаздывания и в отсутствие магнитного поля дисперсия плазмонов в нанотрубке легко находится:

$$\omega_m^2(k) = \frac{2e^2N_L}{\mu}\left(k^2 + \frac{m^2}{a^2}\right)K_m(ka)I_m(ka). \quad (24)$$

Здесь a – радиус нанотрубки, μ – эффективная масса электрона, N_L – линейная плотность электронов, I_m и K_m – соответственно функции Бесселя от мнимого аргумента и Макдональда. Формула (24) основана на друдевском выражении для проводимости, не учитывающем пространственной дисперсии. Магнитное поле может повлиять на закон дисперсии пламенных колебаний только через материальные уравнения (связь тока с полем). Поэтому, если считать проводимость классической, продольное магнитное поле не может изменить движение 2D электронов на поверхности цилиндра, и проводимость (а с ней и закон дисперсии $\omega_m(k)$) не зависит от поля. Влияние магнитного поля (точнее, магнитного потока Φ) проявляется лишь при учете квантовых эффектов.

Необходимо вычислить поляризационный оператор $\Pi(k,m)$ для электронов нанотрубки, одночастичный спектр которых имеет вид

$$E_m(k) = \frac{(\hbar k)^2}{2\mu} + B\left(m + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2, \quad B = \frac{\hbar^2}{2\mu a^2}. \qquad (25)$$

Решая затем уравнение Пуассона с индуцированной плотностью заряда, пропорциональной $\Pi(k,m)$, можно получить дисперсионное уравнение. Для азитуально симметричного плазмона ($m = 0$) оно имеет вид

$$1 = \frac{2e^2k^2}{\pi\hbar} K_0(ka) I_0(ka) \sum_m \frac{V_F(m)}{\omega^2 - k^2 V_F^2(m)}, \qquad (26)$$

где $V_F(m) = \sqrt{2/\mu[E_F - B(m+\Phi/\Phi_0)^2}$, а энергия Ферми находится из уравнения

$$\hbar N_L = \frac{2\sqrt{2}\mu}{\pi} \sum_m \sqrt{E_F - B\left(m + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2}. \qquad (27)$$

Суммирование по m ограничено требованием положительности подкоренных выражений. Аналитический (и сравнительно простой) ответ можно получить в приближении слабой пространственной дисперсии, $\omega \gg kV_F(m)$ для всех допустимых m. Разлагая в (26) по параметру kV_F/ω и применяя формулу суммирования Пуассона, найдем

$$\omega^2 \approx \frac{2e^2k^2N_L}{\mu} K_0(ka) I_0(ka) + + \frac{3(k\bar{V_F})^2}{2\pi^2 N_L a} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_2\left(2\pi l\sqrt{\frac{\bar{E_F}}{B}}\right) \frac{\cos 2\pi l\Phi/\Phi_0}{l^2}. \qquad (28)$$

Здесь $\bar{E_F} = \mu\bar{V_F^2}/2 = \hbar^2 N_L/a\mu$ – усредненный по осцилляциям уровень Ферми. Таким образом, частота плазмона осциллирует с магнитным потоком с периодом $\Delta\Phi = \Phi_0$. Азимутально неоднородные колебания с $m \neq 0$ вполне аналогичны межподзонным 2D плазмонам в квантовых пленках. По существу, это переходы между подзонами $m' \to m + m'$ с учетом кулоновских эффектов (деполяризационный сдвиг). Соответствующий оператор $\Pi(k,m)$ периодичен по Φ с периодом Φ_0, и то же самое справедливо для частоты межподзонного плазмона. Таким образом, эффект Ааронова–Бома имеет место для нейтральных возбуждений, соответствующих коллективным степеням свободы системы.

Бóльшая часть результатов, изложенных в данном обзоре, была получена в работах, поддержанных Российским фондом фундаментальных исследований, грант # 99-02-17127.

1. И. О. Кулик, Письма в ЖЭТФ **11**, 407(1970).
2. Б. Л. Альтшулер, А. Г. Аронов, Б. З. Спивак, Письма в ЖЭТФ **33**, 101(1981). Д. Ю. Шарвин, Ю. В. Шарвин, ibid **34**, 272(1981).
3. А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **62**, 885 (1995); R. A. Römer and M. E. Raikh, Phys. Rev. **B62**, 7045(2000).
4. А. В. Чаплик, ЖЭТФ **119**, 193 (2001).
5. S. E Ulloa, A. O. Govorov, A. V. Kalameitsev et al., *Proc.* 14^{th} *Int. Conf. EP2DS*, Prague, 2001, p. 1037.
6. R. J. Warburton et al., Nature. **405**, 926 (2000).
7. А. И. Ведерников, А. О. Говоров, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **120**, 979 (2001).