

ПО ИТОГАМ ПРОЕКТОВ
РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Проекты РФФИ # 99-02-16419 и # 00-15-96541

Поляризационная оптика бифотонов

А. В. Бурлаков, М. В. Чехова

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Физический факультет, 119899 Москва, Россия¹⁾

Поступила в редакцию 21 марта 2002 г.

Представлен краткий обзор работ по исследованию поляризационных свойств двухфотонного света, генерируемого при спонтанном параметрическом рассеянии в коллинеарном частотно-вырожденном режиме, проводившихся в 1999–2001 г.г. в рамках проекта Российского фонда фундаментальных исследований “Поляризационная оптика бифотонов”. В частности, проанализировано поляризационное состояние двухфотонного света и предложено его наглядное изображение на сфере Пуанкаре; выполнены эксперименты по поляризационным преобразованиям такого света; на основе поляризационных преобразований предложен метод трюичной кодировки квантовой информации; экспериментально из двух пучков одинаково поляризованных коррелированных фотонов синтезировано состояние двухфотонного света с ортогональной поляризацией фотонов в парах и исследованы спектральные свойства этого состояния; наконец, предложен метод измерения (“томографии”) поляризационного состояния двухфотонного света в коллинеарном частотно-вырожденном случае.

PACS: 42.50.Dv

1. Введение. В настоящее время двухфотонные поля, генерируемые, например, при спонтанном параметрическом рассеянии света (СПР) [1], привлекают интерес как пример перепутанных состояний в оптике. Свет, излучаемый при СПР, состоит из так называемых бифотонов – пар фотонов, коррелированных по моментам рождения, частотам, волновым векторам, поляризации. Вектор состояния такой пары не представим в виде произведения векторов состояния отдельных фотонов (называемых сигнальным и холостым фотонами). Для света, излучаемого при СПР, вектор состояния может быть записан как

$$|\Psi\rangle = |0, 0\rangle + \int d\alpha F(\alpha) |\alpha\rangle |\tilde{\alpha}\rangle, \quad (1)$$

где переменная α может обозначать частоту, волновой вектор или поляризацию, а состояния $|\alpha\rangle$ и $|\tilde{\alpha}\rangle$ являются сопряженными. Например, для частотного разложения это состояния $|\omega\rangle$ и $|\omega_p - \omega\rangle$, где ω_p – частота накачки. Первое слагаемое в (1), по амплитуде значительно превышающее второе, соответствует вакуумному состоянию, которое неизбежно присутствует в излучении СПР.

Особого внимания заслуживает случай коллинеарных частотно-вырожденных двухфотонных полей, который и рассматривается в настоящем обзоре. Этот случай представляет фундаментальный интерес; он также интересен с точки зрения применения двухфотонных полей в передаче квантовой информации. При этом основное внимание уделяется поляризационным свойствам двухфотонных полей, так как именно поляризация света, позволяющая характеризовать его квантовое состояние в терминах дихотомических переменных, служит основой для оптических методов передачи квантовой информации.

2. Поляризационные состояния бифотонного поля. Рассмотрим состояние двухфотонного света, излучаемого при коллинеарном частотно-вырожденном СПР. Для простоты рассмотрим идеализированный случай, когда поле содержит лишь одну пространственную и спектральную моду. Произвольное поляризационное состояние такого поля имеет вид [2]

$$|\psi\rangle = c_1 |2, 0\rangle + c_2 |1, 1\rangle + c_3 |0, 2\rangle, \quad (2)$$

где символ $|m, n\rangle$ обозначает состояние с m фотонами в поляризационной моде x и n фотонами в ортогональной поляризационной моде y . Кроме того,

¹⁾e-mail : postmast@qopt.phys.msu.ru

в (2) опущена вакуумная компонента $|0, 0\rangle$, не представляющая интереса для настоящего рассмотрения. Первое и третье слагаемые в (2) могут быть получены в эксперименте при СПР с синхронизмом типа I, а второе – при СПР с синхронизмом типа II. В силу нормировки, $|c_1|^2 + |c_2|^2 + |c_3|^2 = 1$, и несущественности общей фазы волновой функции состояние (2) может быть охарактеризовано четырьмя вещественными параметрами $d_1, d_3, \varphi_2, \varphi_3, c_i = d_i \exp\{i\varphi_i\}$, $\varphi_1 = 0, \sum d_i^2 = 1, \varphi_2, \varphi_3 \in [0, 2\pi]$. Аналогично тому, как поляризационное состояние классического поляризованного света может быть обозначено точкой на сфере Пуанкаре (S^2 в R^3), состояние двухфотонного света (2) можно обозначить точкой на сфере S^4 в R^5 . Соответственно, вектор $\mathbf{e} = (c_1, c_2, c_3)$ можно назвать вектором поляризации бифотона.

Существует и более наглядный способ геометрической интерпретации поляризационного состояния двухфотонного света. Можно показать, что состояние (2) однозначно представимо как

$$|\Psi\rangle = \frac{a^\dagger(\vartheta, \varphi) a^\dagger(\vartheta', \varphi') |vac\rangle}{\|a^\dagger(\vartheta, \varphi) a^\dagger(\vartheta', \varphi') |vac\rangle\|}. \quad (3)$$

Здесь $a^\dagger(\vartheta, \varphi)$ и $a^\dagger(\vartheta', \varphi')$ – операторы рождения фотонов в произвольных поляризационных модах, например, $a^\dagger(\vartheta, \varphi) = \cos \frac{\vartheta}{2} a_x^\dagger + e^{i\varphi} \sin \frac{\vartheta}{2} a_y^\dagger$, $a_{x,y}^\dagger$ – операторы рождения фотонов в линейных поляризационных модах $x, y, \varphi, \varphi' \in [0, 2\pi]$ и $\vartheta, \vartheta' \in [0, \pi]$ – соответственно, азимутальный и полярный углы на сфере Пуанкаре. Преобразования от $\{\vartheta, \vartheta', \varphi, \varphi'\}$ к $\{d_1, d_3, \varphi_2, \varphi_3\}$ имеют вид

$$d_1 = \frac{\sqrt{2} \cos(\vartheta/2) \cos(\vartheta'/2)}{\zeta},$$

$$d_3 = \frac{\sqrt{2} \sin(\vartheta/2) \sin(\vartheta'/2)}{\zeta}, \quad \varphi_3 = \varphi + \varphi',$$

$$\cos \varphi_2 =$$

$$= \frac{\cos \varphi \sin(\vartheta/2) \cos(\vartheta'/2) + \cos \varphi' \sin(\vartheta'/2) \cos(\vartheta/2)}{d_2 \zeta}, \quad (4)$$

$$\sin \varphi_2 =$$

$$= \frac{\sin \varphi \sin(\vartheta/2) \cos(\vartheta'/2) + \sin \varphi' \sin(\vartheta'/2) \cos(\vartheta/2)}{d_2 \zeta},$$

где

$$\zeta = \sqrt{1 + \cos^2 \frac{\vartheta - \vartheta'}{2} - \sin \vartheta \sin \vartheta' \sin^2 \frac{\varphi - \varphi'}{2}}.$$

Обратные преобразования можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi, \varphi' &= \frac{\varphi_3}{2} \pm \\ &\pm \arcsin \sqrt{\frac{2d_1 d_3 - d_2^2 + \sqrt{d_2^4 + 4d_1^2 d_3^2 - 4d_1 d_3 d_2^2 \cos(2\varphi_2 - \varphi_3)}}{4d_1 d_3}}, \\ \vartheta, \vartheta' &= \\ &= \arccos \frac{d_1^2 - d_3^2 \pm 2\sqrt{[d_2^2 - d_1 d_3 \cos(2\varphi_2 - \varphi_3)]^2 - d_1^2 d_3^2}}{1 + d_2^2 - 2d_1 d_3 \cos(2\varphi_2 - \varphi_3)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, произвольное состояние вырожденного бифотонного поля можно изобразить двумя точками на сфере Пуанкаре и задать четырьмя параметрами $\theta, \theta', \varphi, \varphi'$. Например, состояние $|2, 0\rangle$ изображается “двойной” точкой на сфере, а состояние $|1, 1\rangle$ – двумя точками на противоположных концах одного диаметра (рис.1). При этом вектор Стокса для бифотонного света оказывается равным сумме

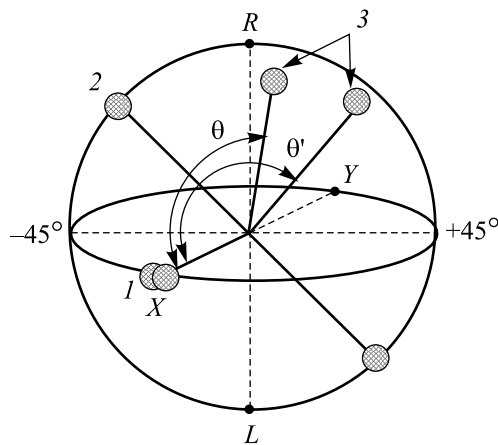


Рис.1. Представление (3) состояния произвольно поляризованного бифотона на сфере Пуанкаре как двух коррелированных произвольно поляризованных фотонов. 1 – состояние $|2, 0\rangle$, то есть пара коррелированных фотонов, поляризованных линейно по оси X; 2 – состояние двух коррелированных ортогонально поляризованных фотонов; 3 – состояние бифотона с произвольной поляризацией

векторов Стокса \mathbf{S}, \mathbf{S}' для состояний $a^\dagger(\vartheta, \varphi)|vac\rangle$ и $a^\dagger(\vartheta', \varphi')|vac\rangle$, а степень поляризации – косинусу половины угла между векторами \mathbf{S}, \mathbf{S}' .

3. Поляризационные преобразования бифотонного поля. Произвольные поляризационные преобразования состояния (2) соответствуют группе Ли $SU(3)$ и задаются восемью параметрами [2]. Линейные поляризационные преобразователи, обычно используемые в эксперименте, – фазовые пластинки или их комбинации, ротаторы, интерферометры и

т.д., – не позволяют осуществить такие преобразования, поскольку соответствуют лишь группе $SU(2)$ и характеризуются только тремя параметрами. Это хорошо видно на рис.1: такие преобразования изображаются одновременным поворотом обеих точек на сфере Пуанкаре и не меняют взаимного расположения этих точек. Однако такие преобразования легко осуществимы экспериментально, что и было выполнено в работе [3]. Для этого из всех состояний (2) были выбраны три взаимно ортогональные состояния

$$\begin{aligned} |\Psi_+\rangle &= \frac{|2,0\rangle + |0,2\rangle}{\sqrt{2}} \equiv |+, -\rangle, \\ |\Psi_-\rangle &= \frac{|2,0\rangle - |0,2\rangle}{\sqrt{2}} \equiv |+45^\circ, -45^\circ\rangle, \\ |\Psi_0\rangle &= |1,1\rangle \equiv |x,y\rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

Все они изображаются на рис.1 парой точек на противоположных концах диаметра; для всех этих состояний степень поляризации равна нулю, и их можно преобразовать друг в друга линейными поляризационными элементами. Первое из этих состояний соответствует паре фотонов, один из которых поляризован правоциркулярно, а другой - левоциркулярно. Второе состояние соответствует паре фотонов, один из которых линейно поляризован под углом 45° к оси X , а другой – под углом -45° к оси X . Третье состояние соответствует паре фотонов, поляризованных, соответственно, по оси X и по оси Y . В работе [3] продемонстрировано получение этого состояния из состояния Ψ_+ или состояния Ψ_- . Соответствующая схема эксперимента показана на рис.2. Непрерывная накачка (излучение гелий-кадмиевого лазера с длиной волны 325 нм) направляется на вход интерферометра, в оба плеча которого помещен кристалл йодата лития. В кристалле происходит СПР с вырожденным коллинеарным синхронизмом типа I, в результате чего в обоих плечах после кристалла присутствует двухфотонное излучение в состоянии $|2,0\rangle$. Излучение накачки после кристалла отсекается фильтром. Полуволновая пластинка в одном из плечей поворачивает поляризацию на 90° , превращая состояние пучка в $|0,2\rangle$ и оба пучка без потерь сбиваются на поляризационном светоделителе PBS1. Зеркало M в интерферометре может смещаться с помощью пьезоэлектрической подачи, так что на выходе из интерферометра состояние бифотонного поля имеет вид

$$|\Psi\rangle = \frac{|2,0\rangle + e^{i\varepsilon}|0,2\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (7)$$

где фазу ε можно менять смещением зеркала M . При $\varepsilon = 0$ образуется состояние Ψ_+ , а при $\varepsilon = \pi$ – состояние Ψ_- . С помощью соответствующей фазовой пластинки P (в первом случае – пластинки $\lambda/4$, ориентированной под углом $\pi/4$, а во втором случае – пластинки $\lambda/2$, ориентированной под углом $\pi/8$) данное состояние переводится в состояние ψ_0 . Полученное состояние регистрируется с помощью поляризационного светоделителя PBS2 и пары фотодетекторов (лавинных фотодиодов) D_1, D_2 , импульсы фототока с которых направляются на схему совпадений фотоотчетов. Скорость счета совпадений пропорциональна $|c_2|^2$ в выражении (2). В том, что преобразование является полным (при определенных положениях пластинки на выходе нет состояний $|2,0\rangle$ и $|0,2\rangle$), можно убедиться следующим образом. Если перед светоделителем устанавливается специальный блок, состоящий из поляроида, выделяющего X -поляризацию (Y -поляризацию), и полуволновой пластинки, ориентированной под углом $\pi/8$, то скорость счета совпадений пропорциональна $|c_1|^2$ ($|c_3|^2$). Полученные зависимости числа совпадений от угла поворота пластинки P

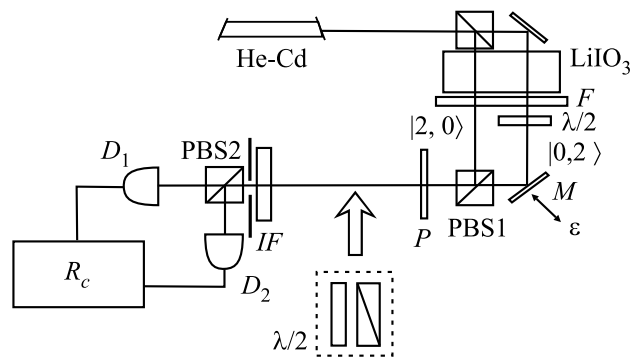


Рис.2. Схема эксперимента по поляризацонным преобразованиям бифотонного поля. Излучение накачки попадает в интерферометр через неполяризацонный светоделитель. Кристалл $LiIO_3$ помещен в оба плеча интерферометра. Фильтр F служит для подавления излучения накачки. Пластинка $\lambda/2$ в одном плече поворачивает поляризацию на 90° . Зеркало M снабжено пьезоэлектрической подачей; его перемещение меняет фазу $|2,0\rangle$ между компонентами $|2,0\rangle$ и $|0,2\rangle$ вектора состояния бифотона на выходе интерферометра. Светоделители $PBS1$ и $PBS2$ – поляризацонные; первый из них без потерь направляет бифотоны $|2,0\rangle$ и $|0,2\rangle$ в один выходной канал интерферометра, а второй служит для измерения корреляции между числами фотонов в модах X и Y ($|c_2|^2$ в состоянии (2)). Фазовая пластинка P осуществляет поляризацонные преобразования. Интерференцонный фильтр IF и апертура служат для выделения коллинеарного частотно-вырожденного рассеяния. Блок, показанный в нижней части рисунка, служит для измерения $|c_1|^2$ и $|c_3|^2$ в состоянии (2)

тинки P (в первом случае – пластинки $\lambda/4$, ориентированной под углом $\pi/4$, а во втором случае – пластинки $\lambda/2$, ориентированной под углом $\pi/8$) данное состояние переводится в состояние ψ_0 . Полученное состояние регистрируется с помощью поляризационного светоделителя $PBS2$ и пары фотодетекторов (лавинных фотодиодов) D_1, D_2 , импульсы фототока с которых направляются на схему совпадений фотоотчетов. Скорость счета совпадений пропорциональна $|c_2|^2$ в выражении (2). В том, что преобразование является полным (при определенных положениях пластинки на выходе нет состояний $|2,0\rangle$ и $|0,2\rangle$), можно убедиться следующим образом. Если перед светоделителем устанавливается специальный блок, состоящий из поляроида, выделяющего X -поляризацию (Y -поляризацию), и полуволновой пластинки, ориентированной под углом $\pi/8$, то скорость счета совпадений пропорциональна $|c_1|^2$ ($|c_3|^2$). Полученные зависимости числа совпадений от угла поворота пластинки P

тинки представлены на рис.3. Видно, что при положениях пластинки, соответствующих максимуму

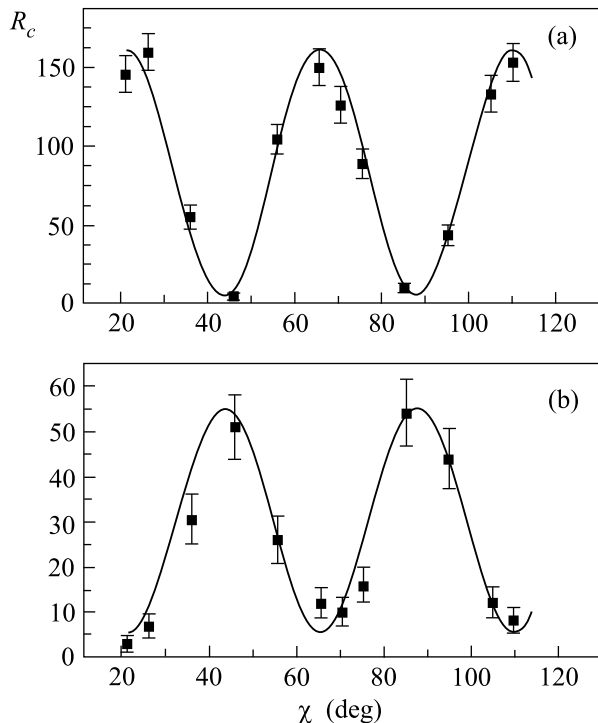


Рис.3. Зависимости числа совпадений в схеме, изображенной на рис.2, от угла поворота пластинки $\lambda/2$: (а) без дополнительного блока (измеряется $|c_2|^2$); (б) с дополнительным блоком, в котором поляризатор выделяет X -поляризацию (измеряется $|c_1|^2$)

$|c_2|^2$, величина $|c_1|^2$ падает практически до нуля. Заметим, что для обеих зависимостей, представленных на рис.3, фаза ε фиксирована и равна π . Для демонстрации зависимости состояния (7) от фазы ε измерения проводились также с фиксированным положением пластинки P и смещением зеркала M . Полученная зависимость показана на рис.4.

Таким образом, с помощью установки, представленной на рис.2, удалось без потерь синтезировать “бифотоны типа II”, то есть пары коррелированных ортогонально поляризованных фотонов, из двух пучков “бифотонов типа I” – пар одинаково поляризованных фотонов. При этом следует заметить, что двухфотонный свет в данном эксперименте настолько слабый, что различные пары фотонов, излучаемые в случайные моменты времени, практически никогда не перекрываются на выходе из интерферометра. Наблюдаемый эффект – одно из проявлений двухфотонной интерференции, или *интерференции независимых бифотонов* [4]: если двухфотонный свет рождается в двух различных областях, освещаемых коге-

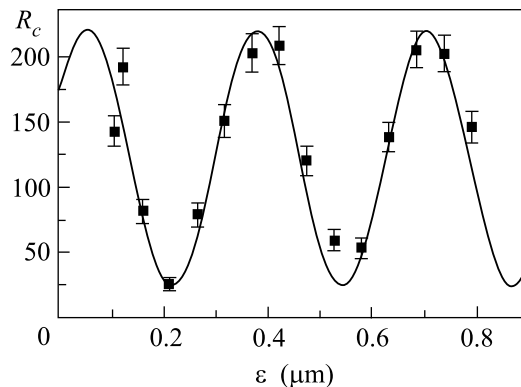


Рис.4. Зависимость числа совпадений в схеме, изображенной на рис.2, от смещения зеркала M

рентной накачкой, то амплитуды вероятности рождения пары могут как складываться, так и вычитаться. Интересно, что для наблюдения эффекта не нужно выравнивать плечи интерферометра на рис.2 с точностью до длины когерентности двухфотонного света, как при наблюдении классической интерференции. Так, в эксперименте разность длин плеч составляла 2 см, а длина когерентности излучения СПР была около 20 мкм. Единственное условие заключается в том, что разность плеч не должна превышать длину когерентности накачки (в данном случае около 15 см).

Состояния Ψ_+ , Ψ_- и Ψ_0 , как и состояния $|2, 0\rangle$, $|1, 1\rangle$ и $|0, 2\rangle$, образуют ортогональный базис в пространстве поляризационных состояний бифотонного поля. Друг в друга они легко переводятся с помощью фазовых пластинок; как указано выше, полуволновая пластинка, ориентированная под углом 22.5° к оси X , переводит Ψ_- в Ψ_0 , а четвертьволновая пластинка, ориентированная под углом 45° к оси X , переводит Ψ_+ в Ψ_0 . Преобразование от Ψ_+ к Ψ_- осуществляется четвертьволновой пластинкой, ориентированной под углом 0° к оси X .

Можно построить аналогичный ортогональный базис в пространстве поляризационных состояний (2), элементы которого переводятся друг в друга с помощью лишь одной фазовой пластинки. Такие базисные состояния были получены в работе [5]; они также относились к неполяризованным состояниям (соответствовали парам ортогонально поляризованных фотонов и изображались бы диаметрально противоположными точками сферы на рис.1).

На основе продемонстрированных поляризационных состояний двухфотонного света (6) и их преобразований можно разработать передачу квантовой информации в троичной кодировке. Это могло бы увеличить плотность записи квантовой информации по

сравнению с традиционно рассматриваемой кодировкой с помощью q -битов (qubits). Если кодировать информацию с помощью бифотонов, состояние которых задается вектором (2) в трехмерном пространстве и поэтому аналогично трехуровневой системе или частице со спином 1, то N бифотонов (q -тригов) будут охватывать не 2^N состояний, как N q -битов, а 3^N . Кодировка с помощью q -тригов была впервые продемонстрирована в [6], но для случая невырожденного (двухпучкового) СПР. Однопучковый режим более удобен для передачи квантовой информации, поскольку позволяет пропускать оба коррелированных фотона через одно и то же оптическое волокно. Возможная схема квантовой криптографии на основе троичной кодировки была предложена в работе [7].

В работе [8] для синтезированных “бифотонов типа II” наблюдался эффект антикорреляции. Идея этого эффекта, впервые обнаруженного в [9], заключается в следующем. Сигнальный и холостой фотоны, излучаемые в различные пространственные или поляризационные моды (принципиально, что частоты их должны быть одинаковыми), направляются на различные входы 50% светоделителя. На выходах светоделителя устанавливается пара детекторов D_1, D_2 со схемой совпадений, так что совпадение может произойти как за счет регистрации холостого фотона детектором D_1 , а сигнального – детектором D_2 , так и наоборот. Интерференция соответствующих амплитуд вероятности приводит к тому, что при выравнивании оптических путей сигнального и холостого фотонов до светоделителя скорость счета совпадений уменьшается практически до нуля (точнее, до скорости счета случайных совпадений). На основе этого эффекта в [9] предлагалось измерять малые групповые задержки между отдельными фотонами. Зависимость скорости счета совпадений R_c от задержки τ между сигнальным и холостым фотонами до светоделителя имеет вид “провала”; ее форма [8] описывается выражением

$$R_c \sim 1 - |g^{(1)}(2\tau)|, \quad (8)$$

где $g^{(1)}(\tau)$ – корреляционная функция первого порядка для двухфотонного света. Так как эта функция определяется только спектром, то и форма “провала” зависит только от спектра двухфотонного света. Поэтому эффект антикорреляции для состояния $|1, 1\rangle$, синтезированного из состояний $|2, 0\rangle$ и $|0, 2\rangle$, приводит к узкому “провалу”, как и для бифотонного света типа I. (При синхронизме типа I спектр, как правило, шире, чем при синхронизме типа II.) Однако при наблюдении эффекта антикорреляции для синтезированного состояния, в котором фотоны в парах орто-

гонально поляризованы, задержку τ можно вносить поляризационным способом, что гораздо проще, чем в случае различных пространственных мод.

Для наблюдения эффекта антикорреляции в [8] задержка между сигнальным и холостым фотонами из пары в состоянии ψ_- вносилась плавно с помощью четырех пластин из кристалла KDP толщиной 1.17 мм, две из которых были неподвижны и ориентированы оптическими осями под углом 45° к оси X , а две другие могли поворачиваться вокруг оптических осей, ориентированных под углом -45° к оси X (рис.5). Кроме того, задержку можно было вносить дискретно с помощью пластин из кристаллического кварца.

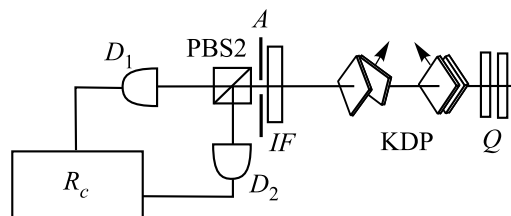


Рис.5. Схема измерения формы антикорреляционного “провала” для состояния $|1, 1\rangle$, синтезированного из состояний $|2, 0\rangle$ и $|0, 2\rangle$. Q – кварцевые пластины, оптические оси которых направлены под углом 45° к оси X ; 4 пластины из кристалла KDP ориентированы так, что в отсутствие поворота они не вносят задержки между фотонами, поляризованными линейно под углами $\pm 45^\circ$ к оси X . Поворот пары пластин позволяет плавно менять эту задержку

Поскольку измерения проводились для пар фотонов в состоянии ψ_- (поляризованных линейно под углами $\pm 45^\circ$ к оси X), поляризационный светоделитель пропускал или отражал каждый из фотонов пары с вероятностью 50%, то есть условия для наблюдения эффекта антикорреляции были выполнены. Измерялась скорость счета совпадений в зависимости от задержки τ (рис.6). Для проверки соотношения (8) одновременно измерялась также корреляционная функция первого порядка $g^{(1)}(\tau)$. Для этого одно из плечей интерферометра перекрывалось, а для излучения из второго плеча, поляризованного горизонтально, система пластин из кварца и KDP служила поляризационным интерферометром. При повороте пластин KDP в интенсивности сигнала, регистрируемого каждым из детекторов, наблюдалась интерференционная зависимость. По видности этой интерференционной картины определялась величина $|g^{(1)}(\tau)|$. Результаты измерения показаны на рис.6. Сплошной кривой проведена теоретическая зависимость,

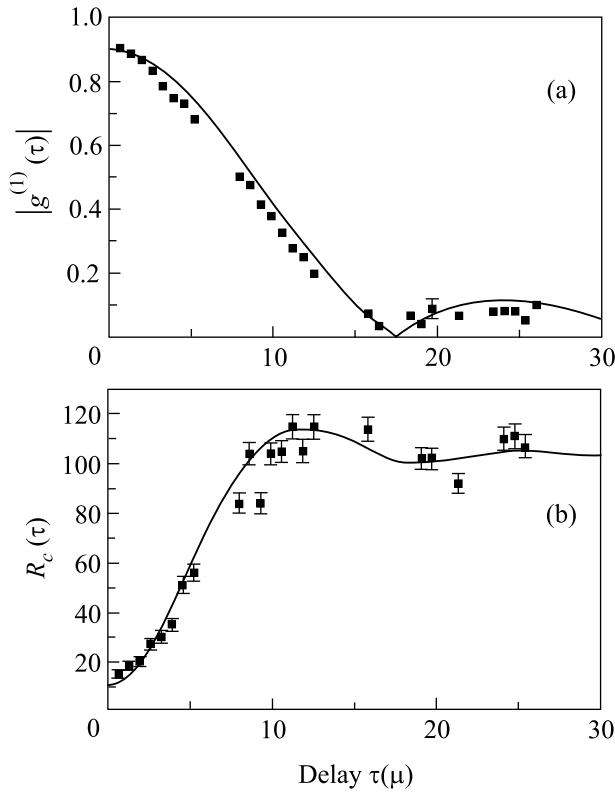


Рис.6. Форма корреляционной функции первого порядка (а) и антикорреляционного “провала” (б) для синтезированного состояния $|1, 1\rangle$

построенная по формуле (8); функция $|g^{(1)}(\tau)|$ вычислялась как фурье-образ спектра СПР, который, в свою очередь, рассчитывался исходя из параметров кристалла йодата лития.

Видно, что в соответствии с (8) антикорреляционный “провал” оказывается в два раза уже $|g^{(1)}(\tau)|$. Его ширина при длине кристалла йодата лития 15 мм составила 30 фс.

4. Поляризационная томография бифотонного поля. Для определения поляризационного состояния бифотонного поля (2) недостаточно стандартных поляризационных измерений, как, например, измерение параметров Стокса. Состояние бифотонного света (2) прежде всего характеризуется четвертыми моментами по полю. Как показано в [10], полная информация о четвертых моментах поляризованного света содержится в так называемой матрице когерентности четвертого порядка

$$K_4 = \begin{pmatrix} A & D & E \\ D^* & C & F \\ E^* & F^* & B \end{pmatrix},$$

элементы которой представляют собой нормально упорядоченные четвертые моменты вида

$$A \equiv \langle a_x^{\dagger 2} a_x^2 \rangle, \quad B \equiv \langle a_y^{\dagger 2} a_y^2 \rangle, \quad C \equiv \langle a_x^{\dagger} a_y^{\dagger} a_x a_y \rangle, \\ D \equiv \langle a_x^{\dagger 2} a_x a_y \rangle, \quad E \equiv \langle a_x^{\dagger} a_y^2 \rangle, \quad F \equiv \langle a_x^{\dagger} a_y^{\dagger} a_y^2 \rangle,$$

Здесь A, B, C – вещественные, а D, E, F – комплексные числа. В общем случае смешанного состояния бифотонного поля необходимо знать все девять вещественных чисел, задающих эту матрицу (если известно полное число фотонов или полная энергия, достаточно восьми чисел). Однако для чистого состояния (2) достаточно знать только три вещественных элемента A, B, C и любые два из комплексных D, E, F [2]. Например, если известны A, B, C, D и F , то параметры состояния (2) выражаются следующим образом:

$$d_1^2 = \frac{A}{A + B + 2C}, \quad d_3^2 = \frac{B}{A + B + 2C}, \\ d_1 d_2 e^{i\varphi_2} = \frac{\sqrt{2}D}{A + B + 2C}, \quad (9) \\ d_3 d_2 e^{i(\varphi_3 - \varphi_2)} = \frac{\sqrt{2}F}{A + B + 2C}.$$

Случай смешанного состояния бифотонного поля можно представить себе как наличие классических флуктуаций у амплитуд c_i в (2). Для описания такого состояния следует использовать матрицу плотности, девять элементов которой однозначно связаны с элементами K_4 .

В работе [11] предлагается набор из 16 измерений для характеристики двухмодового бифотонного поля²⁾. Отметим, что матрица, элементы которой измеряются в работе [11], при переходе к одномодовому описанию совпадает с матрицей K_4 из [10]. Следуя работе [11], можно предложить схему для измерения поляризационного состояния одномодового двухфотонного света (рис.7). В этой схеме сначала пучок бифотонов разбивается на два с помощью неполяризационного светоделителя, а затем для двух выходных пучков проводятся измерения, аналогичные предложенным в [11]: в каждом из пучков устанавливается комбинация из полуволновой пластинки четвертьволновой пластинки, и линейного поляризационного фильтра, ориентированного вертикально. Затем измеряется скорость счета совпадений фотоотчетов двух детекторов, установленных после поляризационных фильтров, для некоторого набора положений пластинок. Однако в силу симметрии двух

²⁾ Для перехода от одномодового к двухмодовому описанию достаточно предположить, что сигнальный и холостой фотоны имеют либо разные частоты, либо разные углы рассеяния.

Набор измерений для поляризациянной томографии состояния одномодового бифотонного света

Номер измерения	Положение				Измеряемая величина
	H_1	Q_1	H_2	Q_2	
1	0°	0°	0°	0°	B
2	45°	0°	45°	0°	A
3	45°	0°	0°	0°	C
4	22.5°	0°	0°	0°	$\frac{1}{2}(B + C - 2\text{Re}R)$
5	0°	45°	0°	0°	$\frac{1}{2}(B + C - 2\text{Im}F)$
6	45°	0°	22.5°	0°	$\frac{1}{2}(A + C - 2\text{Re}D)$
7	0°	45°	45°	0°	$\frac{1}{2}(A + C - 2\text{Im}D)$

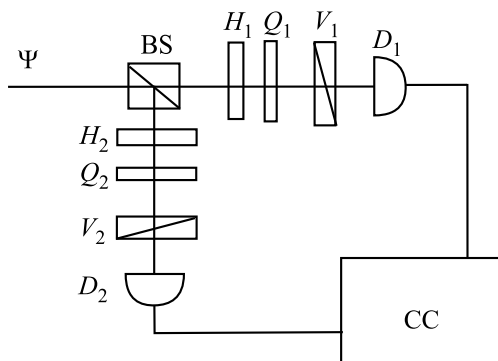


Рис.7. Схема установки для поляризациянной томографии одномодового бифотонного света. Неполяризациянный светоделитель BS делит входной пучок на два выходных, в которых устанавливаются по одной полуволновой пластинке (H_1 , H_2), по одной четвертьволновой пластинке (Q_1 , Q_2), и по поляризациянному фильтру, пропускающему вертикально поляризациянный свет (V_1 , V_2). Далее, детекторы D_1 , D_2 регистрируют излучение в выходных пучках, и сигналы с их выходов направляются на схему совпадений CC. Скорость счета совпадений, измеряемая при различных положениях фазовых пластинок (см. таблицу), позволяет полностью измерить параметры состояния бифотонного поля (2)

пучков (в силу одномодовости двухфотонного света), а также из-за того, что исследуется чистое, а не смешанное состояние, достаточно выполнить всего семь измерений вместо шестнадцати, предлагаемых в [11]³⁾. Полный набор измерений представлен в таблице, где указаны ориентации пластинок и измеряемые величины. Заметим, что представленный набор – не единственный; при выборе измерений мы стремились к тому, чтобы измеряемая корреляционная функция содержала минимальное число элементов матрицы когерентности. Видно, что для полного

³⁾ В случае смешанного одномодового состояния понадобилось бы девять измерений.

набора измерений достаточно использовать одну четвертьволновую пластинку и две полуволновых пластинок или, если поляризаторы можно вращать, достаточно одной четвертьволновой пластинки, установленной в одном из пучков.

Заметим, что хотя чистое поляризациянное состояние бифотона характеризуется всего четырьмя параметрами, поляризациянная томография включает не четыре, а семь измерений. Это обусловлено тем, что, во-первых, неизвестно полное число бифотонов, и поэтому необходимо измерить это число, равное $(A + B + 2C)/2$, а затем нормировать результат на него. Во-вторых, как видно из таблицы, каждое из четырех последних измерений дает либо вещественную, либо мнимую части комплексных величин F и D , что соответствует косинусам или синусам фаз в состоянии (2). Так как фазы φ_2 , φ_3 определены на отрезке $[0, 2\pi]$, то необходимо знать как их косинусы, так и их синусы.

Если состояние бифотонного поля – смешанное, то к набору измерений, представленных в таблице, следует добавить еще два, соответствующих измерению действительной и мнимой частей момента E .

5. Заключение. Настоящая статья представляет собой краткий обзор работ, проводившихся в 1999–2001 годах в рамках проекта Российского фонда фундаментальных исследований “Поляризациянная оптика бифотонов”, № 99-02-16419, а также обсуждение некоторых близких вопросов. В ней мы рассмотрели поляризациянное состояние двухфотонного света в одной пространственной и частотной модах, а также преобразования и измерение этого состояния. В качестве перспективы дальнейших исследований можно предположить очевидное обобщение на случай смешанного состояния бифотонного поля. Интересным также представляется исследование поляризациянного состояния многофотонного света. Наконец, полученные фундаментальные результаты могут послужить основой для разработки приложений; так, например, обсуждается возможность примене-

ния поляризационных состояний бифотонного света для создания троичных квантовых криптографических протоколов.

Авторы благодарны С. П. Кулику за многочисленные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # 99-02-16419 и # 00-15-96541).

1. Д. Н. Клышко, *Фотоны и нелинейная оптика*, М.: Наука, 1980.
2. А. В. Бурлаков, Д. Н. Клышко, *Письма в ЖЭТФ* **69**, 795 (1999).
3. A. V. Burlakov, M. V. Chekhova, O. A. Karabutova et al., *Phys. Rev.* **A60**, R4209 (1999).
4. А. В. Бурлаков, Д. Н. Клышко, С. П. Кулик, М. В. Чехова, *Письма ЖЭТФ* **69**, 788 (1999).
5. B. T. Tsegaye, J. Söderholm, M. Atature et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5013 (2000).
6. K. Mattle, H. Weinfurter, P. G. Kwiat, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4656 (1996).
7. H. Bechmann-Pasquinucci and A. Peres, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3313 (2000).
8. A. V. Burlakov, M. V. Chekhova, O. A. Karabutova, and S. P. Kulik, *Phys. Rev.* **A64**, 041803(R) (2001).
9. C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2044 (1987).
10. Д. Н. Клышко, *ЖЭТФ* **111**, 1955 (1997).
11. D. James, P. Kwiat, W. Munro, and A. White, *Phys. Rev.* **A64**, 052312-1 (2001).