

Стимулированное многофотонное излучение экситонным бозе-конденсатом

Ю. Е. Лозовик¹⁾, И. В. Овчинников

Институт спектроскопии РАН, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 8 апреля 2002 г.

Рассматриваются процессы когерентной рекомбинации нескольких (N) экситонов из бозе-конденсата с одновременным рождением N фотонов. Поскольку экситоны из бозе-конденсата имеют нулевой импульс, то вследствие закона сохранения импульса рожденные фотоны имеют нулевой суммарный импульс. Это условие, в сочетании с тем, что длины волновых векторов фотонов фиксированы и приближенно равны величине E_g/c (E_g – полупроводниковая щель, c – скорость света), фиксирует относительную ориентацию волновых векторов испущенных фотонов. Это можно обнаружить по угловой корреляции фотонов в экспериментах с несколькими соответствующим образом ориентированными друг относительно друга детекторами, работающими в режиме совпадения по времени. Показано, что если стимулировать эти процессы $N - 1$ внешними лазерными лучами (каждое с волновым вектором \mathbf{k}_i), то это должно приводить к возникновению однонаправленного излучения от экситонной системы с волновым вектором отдачи $\mathbf{k} = -\sum_i \mathbf{k}_i$. Приводятся численные оценки интенсивности 3- и 4-экситонной когерентной рекомбинации в экситонной системе в Cu_2O .

PACS: 42.65.-k, 71.35.Lk, 78.45.+h, 79.60.Jv

Недавнее открытие бозе-конденсации атомов явилось одним из наиболее ярких событий в физике многих частиц [1]. Поскольку теоретические оценки температуры бозе-конденсации экситонов дают значения на восемь порядков больше, чем достигнутые в настоящее время температуры бозе-конденсации атомов, исследования соответствующих эффектов для экситонных систем могло бы открыть не менее интересные перспективы [2–10]. В особенности это касается двумерных систем не прямых экситонов в связанных квантовых ямах, проявляющих в когерентной фазе ряд интересных свойств [5]. На пути исследования когерентной фазы экситонов уже получен ряд обнадеживающих экспериментальных результатов [6–8, 11]. Развитие экспериментальных работ в этой области могло бы привести к инженерии экситонного бозе-конденсата и развитию когерентной экситонной оптики [12]. Вместе с тем, в таком перспективном для обнаружения бозе-конденсации экситонов материале как Cu_2O [4, 10] ситуация с обнаружением трехмерной когерентной фазы экситонов остается не совсем ясной [13]. Поэтому весьма актуален поиск новых качественных эффектов, которые могли бы служить неоспоримым доказательством осуществления бозе-конденсации экситонов и обнаружения соответствующих свойств системы. В

этой связи в настоящей работе мы рассматриваем новые эффекты, связанные с оптическим проявлением многоэкситонной когерентности в фазе бозе-конденсированных экситонов. Интерес именно к оптическим проявлениям когерентности экситонной системы диктуется тем, что экситоны являются метастабильными частицами, способными рекомбинировать, излучая фотоны.

Мы рассмотрим N -экситонную когерентную рекомбинацию – процессы, в которых N экситонов из конденсата одновременно и когерентно рекомбинируют, рождая при этом N скоррелированных по углу вылета фотонов. Кроме того, наличие этих процессов, как оказывается, приводит к существованию новых нелинейно-оптических эффектов – стимулированной (лазерным излучением) N -экситонной рекомбинации.

Конденсатные экситоны обладают нулевым импульсом и энергией, равной химическому потенциалу экситонной системы. В силу закона сохранения импульса и энергии импульсы и частоты фотонов, рожденных в элементарном процессе многоэкситонной рекомбинации, должны удовлетворять следующим равенствам:

$$\sum_{i=1}^N \mathbf{k}_i = 0, \quad \sum_{i=1}^N \epsilon \mathbf{k}_i = N\boldsymbol{\mu}, \quad (1)$$

¹⁾e-mail: lozovik@isan.troitsk.ru

где μ – химический потенциал экситонной системы²⁾. В общем случае эти условия не фиксируют относительную угловую направленность фотонов. Однако, как показывает анализ вероятности соответствующих процессов (см. ниже), вылетающие фотоны являются скоррелированными по углу вылета, что может быть обнаружено экспериментально.

N -экситонная рекомбинация является процессом более высокого порядка (см. рис.1) по межчастичному взаимодействию, чем одноэкситонная рекомбинация, и по этой причине ее скорость, которую мы обо-

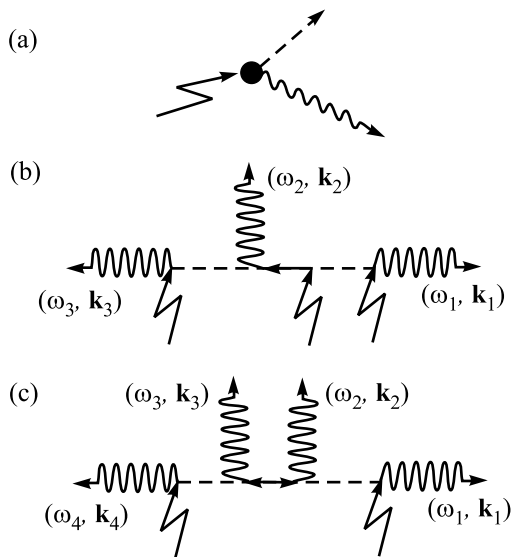


Рис.1. Матричные элементы соответственно одноэкситонной (а); 3-экситонной (б); и 4-экситонной (с) рекомбинаций. Ломаные линии означают конденсатные экситоны; волнистые – фотоны; пунктирные – оптические фононы; сплошные линии с одной и двумя стрелками – соответственно, нормальная и аномальная экситонные функции Грина

значим как W_N , должна быть значительно меньше скорости одноэкситонной рекомбинации (W_1). Однако матричный элемент N -экситонной рекомбинации имеет N входящих конденсатных линий, каждая из

²⁾ Химический потенциал экситонов, отсчитываемый от потолка валентной зоны, может быть записан как $\mu = E_g - E_{ex} + \tilde{\mu}$, где E_g – полупроводниковая щель, E_{ex} – энергия связи свободного экситона и $\tilde{\mu}$ – химический потенциал экситонной системы, вычисленный в предположении, что экситон – метастабильная частица с равной нулю энергией в состоянии покоя. Поскольку $\tilde{\mu}, E_{ex} \ll E_g$, то $\mu \approx E_g$. С целью сокращения записей в формулах, будем отсчитывать энергию фотона от химического потенциала μ , так что фотонная дисперсия дается выражением $\omega_{\mathbf{k}} = ck - \mu \equiv c(k - k_0)$, где c – скорость света в среде, а k_0 – длина волнового вектора фотона, обладающего энергией μ ($\hbar = 1$). Такой отсчет энергий фиксирует не только шкалу энергий фотонов, но и экситонов, так что конденсатные экситоны обладают нулевой энергией.

которых привносит большой бозе-фактор $N_0^{1/2}$ (N_0 – количество конденсатных экситонов), в то время как в случае одноэкситонной рекомбинации из конденсата имеется лишь один такой фактор. Соответственно, одноэкситонная рекомбинация – процесс первого порядка по плотности конденсированных экситонов $\rho_{\text{cond}} = N_0/V$ (V – объем системы) и $W_1 \sim \rho_{\text{cond}}$, в то время как процесс N -экситонной рекомбинации – N -ного порядка и $W_N \sim \rho_{\text{cond}}^N$. При больших плотностях экситонного конденсата ρ_{cond} существует возможность того, что слабость N -экситонной рекомбинации в сравнении с одноэкситонной рекомбинацией, происходящая от лишних вершин межчастичного взаимодействия, может быть до некоторой степени скомпенсирована лишними факторами ρ_{cond} . Таким образом, одноэкситонная спонтанная рекомбинация является фоном, на котором можно попытаться выделить интересующие нас процессы многоэкситонной рекомбинации. Это можно сделать, например, с помощью экспериментов с несколькими фотонными детекторами, работающими в режиме совпадения. При этом угловые корреляции фотонов существуют на временах порядка времен когерентности в экситонной системе. Другой возможностью выделить эти процессы из фона – это стимулировать их внешним лазерным излучением.

Будучи стимулированным внешними $N - 1$ лазерными лучами с волновыми векторами $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \dots, \mathbf{k}_{N-1}$, соответственно, процесс N -экситонной когерентной рекомбинации должен проявлять себя как однонаправленное излучение, исходящее из экситонной системы с импульсом и энергией отдачи

$$\mathbf{k}_N = - \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{k}_i, \quad \omega_N = - \sum_{i=1}^{N-1} \omega_i, \quad \omega_i \equiv \omega_{\mathbf{k}_i}. \quad (2)$$

Именно этот эффект мы и будем называть (лазерно-) стимулированной N -экситонной когерентной рекомбинацией (см. рис.2).

В условиях стимулированной N -экситонной рекомбинации скорость когерентного излучения с импульсом отдачи (2) возрастает (по отношению к скорости спонтанной N -экситонной рекомбинации в этом направлении) в $\prod_{i=1}^{N-1} (N_i + 1)$ раз, где N_i – среднее количество квантов в моде индуцирующего лазерного излучения с импульсом \mathbf{k}_i . В то же время интенсивность люминесценции в этом направлении (2), обусловленная одноэкситонной рекомбинацией, не изменяется, поскольку единственный фотон, излученный стимулированным образом, принадлежит моде лазера $\mathbf{k}_i \neq \mathbf{k}_N$.

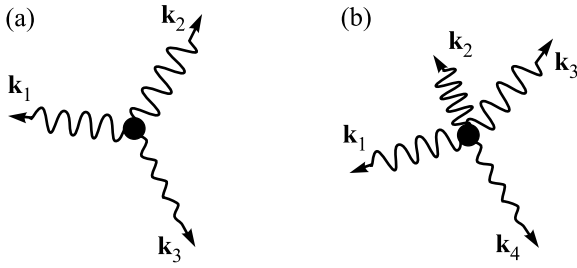


Рис.2. Схематическое представление возможных экспериментов по обнаружению стимулированных (а) 3- и (б) 4-экситонных рекомбинаций, соответственно. Жирные волнистые линии означают индуцирующие эти процессы лазерные лучи; тонкие волнистые линии – однонаправленное излучение из бозе-конденсата с импульсом отдачи (2)

Лазерное излучение обладает огромным количеством квантов в моде. Для конкретности возьмем этот параметр равным 10^3 фотонов в моде³⁾. Интенсивность индуцированного когерентного излучения может превысить интенсивность фона (спонтанной одноэкситонной рекомбинации), если выполняется следующее неравенство

$$10^{3(N-1)}W_N > W_1. \quad (3)$$

Это неравенство будет служить в дальнейшем критерием возможности экспериментального обнаружения эффектов стимулированной N -экситонной рекомбинации. Таким образом все, что нам необходимо сделать, – это оценить W_1 и W_N .

Будем рассматривать экситонную систему при нулевой температуре. Система предполагается находящейся в квазиравновесном состоянии относительно экситон-экситонных взаимодействий. Взаимодействие экситонов с фотонами и фононами предполагается слабым и будет рассматриваться как возмущение. Нормальная и аномальная функции Грина экситонной системы могут быть представлены в виде

$$G_{\mathbf{k}}(\omega) = \frac{\omega + \sqrt{\varepsilon_{\mathbf{k}}^2 + \tilde{\mu}^2}}{(\omega - (\varepsilon_{\mathbf{k}} - i\eta_{\mathbf{k}}))(\omega + (\varepsilon_{\mathbf{k}} - i\eta_{\mathbf{k}}))},$$

$$F_{\mathbf{k}}(\omega) = -\frac{\tilde{\mu}}{(\omega - (\varepsilon_{\mathbf{k}} - i\eta_{\mathbf{k}}))(\omega + (\varepsilon_{\mathbf{k}} - i\eta_{\mathbf{k}}))}.$$

Здесь $\tilde{\mu} = \rho_{\text{cond}}U_0$, $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \left(\tilde{\mu}k^2/m + (k^2/2m)^2\right)^{1/2}$, U_0 – нулевая фурье-компонента межэкситонного потенциала взаимодействия и m – масса экситона.

³⁾ Современные лазеры могут иметь вплоть до 10^5 квантов в моде.

В Cu_2O непосредственная рекомбинация электронов и дырки – очень слабый процесс, и главным образом экситон рекомбинирует, рождая и фотон, и оптический фонон. Оператор взаимодействия, учитывающий этот процесс, имеет следующий вид:

$$\hat{V}_{ex-phn-phn}(t) = \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} \frac{L_{\mathbf{p}, \mathbf{q}}}{\sqrt{V}} \hat{c}_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^\dagger e^{i\omega_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}t} \hat{a}_{\mathbf{p}}(t) \hat{\phi}_{\mathbf{q}}(t) + \text{H.c.},$$

$$\hat{\phi}_{\mathbf{q}}(t) = \left(\hat{b}_{\mathbf{q}} e^{-i\Omega t} + \hat{b}_{-\mathbf{q}}^\dagger e^{i\Omega t} \right), \quad (4)$$

где a , b и c – экситонные, фононные и фотонные операторы соответственно; Ω – энергия оптических фононов (для упрощения мы не учитываем дисперсию оптических фононов); L – эффективная константа взаимодействия и V – объем системы.

Фононную функцию Грина возьмем в виде

$$\mathcal{G}_{\mathbf{q}}(\omega) \equiv \mathcal{G}(\omega) = \frac{2\Omega}{(\omega - (\Omega - i\gamma))(\omega + (\Omega - i\gamma))}.$$

В Cu_2O энергия оптических фононов $\Omega \approx 10^{-2}$ эВ. Для численных оценок возьмем $\gamma = 10^9 \text{ с}^{-1}$, что соответствует времени жизни фононов 10^{-9} с.

В матричный элемент 3-экситонной рекомбинации входит также и вершина экситон-фононного взаимодействия (см. рис.1b). Оператор этого взаимодействия имеет вид

$$\hat{V}_{ex-phn}(t) = \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} \frac{g_{\mathbf{p}, \mathbf{q}}}{\sqrt{V}} \hat{a}_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^\dagger(t) \hat{a}_{\mathbf{p}}(t) \hat{\phi}_{\mathbf{q}}(t) + \text{H.c.} \quad (5)$$

Для упрощения мы считаем обе константы взаимодействия g и L в уравнениях (4) и (5) не зависящими от импульсов \mathbf{p} , \mathbf{q} , то есть $g_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} \equiv g$ и $L_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} \equiv L$. Для численных оценок возьмем $g = 10^2 L$, что соответствует тому, что интенсивность экситон-фононного взаимодействия приблизительно на четыре порядка больше экситон-фотон-фононного.

Радиационное время жизни экситона τ , определяемое процессом одноэкситонной рекомбинации (см. рис.1a), равно

$$\tau^{-1} = L^2 k_0^2 / \pi c, \quad (6)$$

В Cu_2O экситонное время жизни $\tau \approx 10$ мкс, что соответствует $L \approx 2.5 \cdot 10^2 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{3/2}$. Соответствующая скорость спонтанного излучения фотонов в единице объема экситонной системы равна $W_1 = \rho_{\text{cond}} \tau^{-1}$.

Скорость спонтанной N -экситонной рекомбинации в единице объема экситонной системы может быть представлена в виде

$$W_N = N \times \int 2\pi \delta \left(\sum_{i=1}^N \omega_i \right) |\mathcal{M}_N(\mathbf{k}_1 \dots \mathbf{k}_N)|^2 V^N \prod_{i=1}^{N-1} \frac{d^3 \mathbf{k}_i}{(2\pi)^3}, \quad (7)$$

где M_N – матричный элемент процесса, а множитель N учитывает тот факт, что в каждом элементарном процессе N -экситонной рекомбинации рождается N фотонов. Матричный элемент M_N имеет в себе N множителей $V^{-1/2}$, так что объем системы, как и должно, не входит в конечный результат для W_N . Далее мы положим $V = 1$.

Матричный элемент 3-экситонной рекомбинации является суммой выражений, получающихся из приведенного на рис.1b перестановкой аргументов фотонных линий:

$$M_3(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) = gL^3 \rho_{\text{cond}}^{3/2} \sum_{i \neq j} G(\omega_i) G(\omega_j) G_{-\mathbf{k}_j}(\omega_j), \quad (8)$$

$$i, j = 1, 2, 3.$$

Основной вклад в скорость процесса при интегрировании по импульсам и частотам происходит от резонансных областей, в которых аргументы гриновских функций наиболее близки к своим полюсам. В этих областях энергии фотонов отличаются от экситонного химического потенциала относительно слабо. Действительно, это отличие равно либо фоновой энергии, либо энергии элементарных возбуждений в экситонной системе. Эти величины значительно меньше величины μ (см. (10)). По этой причине абсолютные величины волновых векторов фотонов можно положить равными k_0 .

В (8) импульс k_j может быть заменен на k_0 , так что матричный элемент (8) является функцией только энергий фотонов. Полагая $\gamma \ll \Omega$ и $\eta \ll \varepsilon_{k_0}$, можно воспользоваться полюсным приближением и в $|M|^2$ оставить только шесть резонансных членов, которые в свою очередь дают одинаковые вклады:

$$|M_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3)|^2 = 6g^2 L^6 \rho_{\text{cond}}^3 |G(\omega_2) G(\omega_1) G_{k_0}(\omega_1)|^2.$$

В приближении фиксированных длин волновых векторов фотонов в (7) возможна следующая замена меры интегрирования:

$$\int \dots 2\pi \delta \left(\sum_{i=1}^3 c(k_i - k_0) \right) \prod_{i=1}^2 \frac{k_i^2 d\omega_i d \cos \theta_i d\phi_i}{c(2\pi)^3} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{k_0^3}{\pi c^3} \int \dots \prod_{i=1}^2 \frac{d\omega_i}{(2\pi)}.$$

При этом роль δ -функции, учитывающей закон сохранения энергии, сводится к фиксации относительной направленности волновых векторов фотонов одинаковой длины. Именно, углы, которые они друг с другом составляют, равны⁴ $2\pi/3$.

⁴Как следует из допущенных приближений, углы между скоррелированными фотонами могут отличаться от $2\pi/3$ на малую величину $\Omega/E_g \approx 5 \cdot 10^{-3}$.

Учитывая сказанное, имеем:

$$W_3 = 18 \frac{g^2 L^6 \rho_{\text{cond}}^3 k_0^3}{\pi c^3} \times$$

$$\times \int |G(\omega_1) G_{k_0}(\omega_1)|^2 \frac{d\omega_1}{2\pi} \int |G(\omega_2)|^2 \frac{d\omega_2}{2\pi}.$$

Энергия оптических фононов $\Omega = 10^{-2}$ эВ значительно превышает энергию элементарных возбуждений экситонной системы $\varepsilon_{k_0} \approx 10^{-4}$ эВ, что позволяет упростить результат для W_3 :

$$W_3 = 18 \frac{g^2 L^6 \rho_{\text{cond}}^3 k_0^3}{\pi c^3} \frac{1}{\Omega^2 \gamma} \left(\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\eta} \left(1 + \frac{\tilde{\mu}^2}{2\varepsilon_{k_0}^2} \right) \right) =$$

$$= 18 \frac{g^2 L^4 \rho_{\text{cond}}^2 k_0}{c^2 \Omega^2 \gamma} \left(\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\eta} \left(1 + \frac{\tilde{\mu}^2}{2\varepsilon_{k_0}^2} \right) \right) \times W_1. \quad (9)$$

Для численных оценок возьмем значения для Cu_2O : $m \approx 2.7m_e$, $\tilde{\mu} \approx 0.5$ мэВ ($0.8 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$), $\rho_{\text{cond}} = 10^{19} \text{ см}^{-3}$ и $\eta \approx 0.1\tilde{\mu}$. В Cu_2O диэлектрическая проницаемость $\varepsilon \approx 9$ и $c = c_0/\sqrt{\varepsilon} \approx 10^{10} \text{ см/с}$, $E_g \approx 2$ эВ, так что $k_0 \approx 3 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$. В этом случае скорость спонтанной 3-экситонной рекомбинации оценивается как $W_3 \approx 10^{-2} \times W_1$, то есть примерно каждый сотый экситон распадается именно благодаря этому процессу. Сравнивая с (3), заключаем, что этот процесс, будучи стимулированным внешними лазерными пучками, можно обнаружить экспериментально.

Основной вклад в скорость процесса (9) возникает от резонансных областей, где промежуточные частицы наиболее близки к своим массовым поверхностям (полюсам соответствующих функций Грина). Эти области соответствуют трем наборам энергий фотонов⁵:

$$(\mu + \Omega, \mu - \Omega, \mu),$$

$$(\mu + \Omega, \mu \pm \varepsilon_{k_0}, \mu - \Omega \mp \varepsilon_{k_0}), \quad (10)$$

$$(\mu - \Omega, \mu \mp \varepsilon_{k_0}, \mu + \Omega \pm \varepsilon_{k_0}).$$

Первый набор соответствует первому члену в скобках в (9), то есть процессу, где резонансным является промежуточный фотон, в то время как второй и третий – второму члену, то есть процессу, в котором резонансным является элементарное возбуждение экситонной системы. Чтобы увеличить интенсивность процесса индуцированной 3-экситонной рекомбинации, необходимо выбирать частоты индуцирующих лазерных пучков равными двум любым значениям из любого набора (10). Исходящее излучение

⁵В этой формуле мы явно включили химический потенциал μ в энергию фотонов.

будет обладать частотой, равной оставшемуся значению из этого же набора энергий.

В случае 4-экситонной рекомбинации матричный элемент имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_4(\mathbf{k}_1 \dots \mathbf{k}_4) &= \rho_{\text{cond}} L^4 \times \\ &\times \sum_{l \neq m, m \neq n, n \neq l} F_{-(\mathbf{k}_l + \mathbf{k}_m)}(-(\omega_l + \omega_m)) \mathcal{G}(-\omega_l) \mathcal{G}(-\omega_n), \\ & l, m, n = 1 \dots 4. \end{aligned}$$

Он состоит из 12 диаграмм, получающихся из приведенной на рис.1с всеми неэквивалентными перестановками фотонных концов. Явно эта диаграмма имеет лишь две входящие экситонные линии. Остальные два входящих экситона содержатся в аномальной функции Грина, поскольку последняя физически является диаграммой рассеяния двух конденсатных экситонов в два надконденсатных с противоположными импульсами и энергиями.

В полюсном приближении можно оставить лишь 12 резонансных членов в $|\mathcal{M}_4|^2$, которые после интегрирования в (7) дадут равные вклады:

$$|\mathcal{M}_4|^2 = 12 \rho_{\text{cond}}^2 L^8 |F_{|\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2|}(\omega_1 + \omega_2) \mathcal{G}(\omega_1) \mathcal{G}(\omega_3)|^2.$$

В приближении фиксированных длин волновых векторов фотонов мера интегрирования в (7) может быть заменена:

$$\begin{aligned} &\int \dots 2\pi \delta \left(\sum_{i=1}^3 c(k_i - k_0) \right) \prod_{i=1}^2 \frac{k_i^2 d\omega_i d \cos \theta_i d\phi_i}{c(2\pi)^3} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{k_0^4}{2\pi^2 c^4} \int \dots d|\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2| \prod_{i=1}^3 \frac{d\omega_i}{(2\pi)}. \end{aligned}$$

В результате получим следующее выражение для скорости процесса:

$$\begin{aligned} W_4 &= 48 \rho_{\text{cond}}^2 L^8 \frac{k_0^4}{2\pi^2 c^4} \int \frac{du}{(2\pi)} \times \\ &\times \int_0^{2k_0} dk |F_k(u)|^2 \int \frac{d\omega_1}{(2\pi)} |\mathcal{G}(\omega_1)|^2 \int \frac{d\omega_3}{(2\pi)} |\mathcal{G}(\omega_3)|^2, \end{aligned}$$

где произведены замены $u = \omega_1 + \omega_2$, $k = |\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2|$. В приближении малого и не зависящего от k параметра η ($\eta \ll \varepsilon_{k_0}$) первый интеграл может быть оценен как

$$\int \frac{du}{(2\pi)} \int_0^{2k_0} dk |F_k(u)|^2 = \frac{\pi \tilde{\mu}^2}{8\eta^2 c_v},$$

где c_v – скорость элементарных возбуждений экситонной системы в линейной части спектра: $c_v =$

$= \sqrt{\tilde{\mu}/m}$. При выбранных нами параметрах $c_v \approx 0.5 \cdot 10^6$ см/с. Окончательно получим следующее выражение для скорости рождения фотонов в процессе 4-экситонной когерентной рекомбинации:

$$W_4 = \frac{3\rho_{\text{cond}}^2 L^8 \tilde{\mu}^2 k_0^4}{\pi c_v c^4 \gamma^2 \eta^2} = \frac{3\rho_{\text{cond}} L^6 \tilde{\mu}^2 k_0^2}{c_v c^2 \gamma^2 \eta^2} \times W_1.$$

При выбранных параметрах имеем оценку $W_4 \approx 0.5 \cdot 10^{-2} \times W_1$. Этот результат показывает, что спонтанно примерно каждый двухсотый экситон распадается благодаря этому процессу. Сравнивая с (3), можно заключить, что процесс стимулированной 4-экситонной рекомбинации также является экспериментально обнаружимым.

Относительная пространственная ориентация импульсов четырех рождаемых фотонов такова, что сумма импульсов любых двух из них в точности противоположна сумме импульсов двух других. При этом, однако, плоскости, в которых лежат эти две пары импульсов, не обязательно параллельны.

Как и в случае 3-экситонной рекомбинации необходимо отметить, что основной вклад в скорость процесса дают “резонансные” области, в которых некоторые промежуточные частицы попадают на свою массовую поверхность. Этими областями является следующий набор энергий фотонов⁶⁾:

$$(\mu + \Omega, \mu - \Omega \pm \varepsilon_{k_0}, \mu - \Omega, \mu + \Omega \mp \varepsilon_{k_0}).$$

Чтобы увеличить интенсивность стимулированной 4-экситонной рекомбинации, необходимо брать частоты индуцирующих лазерных пучков равными любым трем величинам в вышеприведенном наборе. Частота индуцируемого излучения в этом случае будет равна оставшемуся значению из этого набора.

В заключение необходимо отметить, что в рассмотренных эффектах основополагающую роль играет закон сохранения импульса. Однако в реальных экситонных системах, благодаря неизбежному присутствию примесей, импульс экситонов имеет неопределенность, равную по порядку величины $1/l$, где l – длина свободного пробега экситона. Для того чтобы предсказываемые эффекты все же существовали, очевидно, необходимо выполнение неравенства $k_0 l \gg 1$.

Процессы стимулированной N -экситонной рекомбинации представляют собой семейство новых нелинейно-оптических эффектов. Аналогичные эффекты могли бы, разумеется, наблюдаться и в связанных квантовых ямах (им будет посвящена

⁶⁾ В эту формулу мы явно включили экситонный химический потенциал μ (как и в уравнении (10)).

другая работа; см. также [14]). Другим методом изучения нелинейных свойств в экситонной системе служат эксперименты по многоволновому смешиванию. Необходимо отметить, что стимулированная N -экситонная рекомбинация имеет существенно иное физическое происхождение, нежели многоволновое смешивание (использующееся, в частности, для изучения нелинейности экситонной системы [11, 15]). В частности, в многоволновом смешивании волна экситонной материи индуцируется внешними лазерными импульсами накачки, в то время как в стимулированной N -экситонной рекомбинации бозе-конденсированные экситоны предполагаются уже существующими, а внешние лазерные излучения лишь индуцируют процессы рекомбинации.

В рассматриваемых в этой работе процессах фотоны рождаются когерентно. В этом случае состояние фотонной подсистемы является “сжатым” между фотонными состояниями с различными импульсами. Классическим способом исследования таких состояний являются эксперименты с многими фотонными детекторами⁷⁾, работающими в режиме совпадения, – эксперименты типа эксперимента Хенберри–Брауна–Твисса. Возможность использования такого подхода применительно к экситонной системе является альтернативным методом обнаружения процессов многоэкситонной рекомбинации и представляет собой отдельную задачу.

Ю.Е.Л. выражает признательность Л.В. Келдышу, В.Г. Лысенко и участникам совещания “Нанофотоника-2002” за полезное обсуждение результатов работы.

Работа поддержана грантами INTAS, Российского фонда фундаментальных исследований и программой “Solid State Nanostructures”.

1. K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews et al., Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995); C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995); M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews et al., Science **269**, 198 (1995).
2. *Bose-Einstein Condensation*, Eds. A. Griffin, D. W. Snoke, and S. Stringari, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995.
3. A. L. Ivanov, H. Haug, and L. V. Keldysh, Phys. Rep. **296**, 237, (1998). See also L. V. Keldysh and Yu. V. Kopayev, Fiz. Tverd. Tela **6**, 2791 (1964) [Sov.

- Phys. Solid State **6**, 2219 (1965)]; A. N. Kozlov and L. A. Maximov, JETP **48**, 1184 (1965); V. A. Gergel, R. F. Kazarinov and R. A. Suris, JETP **53**, 544 (1967); B. I. Halperin and T. M. Rice, Solid State Phys. **21**, 115 (1968); L. V. Keldysh and A. N. Kozlov, ZhETF **54**, 978 (1968); Yu. E. Lozovik and V. I. Yudson, Sol. St. Phys. **17**, 1613 (1975); E. Hanamura and H. Haug, Phys. Rep. **33**, 209 (1977); S. A. Moskalenko and D. W. Snoke, *Bose-Einstein Condensation of Excitons and Biexcitons and Coherent Nonlinear Optics with Excitons*, Cambridge University Press, New-York, 2000.
4. D. W. Snoke, J. P. Wolf, and A. Mysyrowicz, Phys. Rev. Lett. **64**, 2543 (1990); E. Fortin, S. Fafard, and A. Mysyrowicz, Phys. Rev. Lett. **70**, 3951 (1993); E. Benson, E. Fortin, and A. Mysyrowicz, Solid State Comm. **101**, 313 (1997).
5. Yu. E. Lozovik and O. L. Berman, JETP Lett. **64**, 526 (1996); Yu. E. Lozovik, O. L. Berman, and V. G. Tsvetus, Phys. Rev. **B56**, 5628 (1999); Yu. E. Lozovik and V. I. Yudson, JETP Lett. **22**, 36 (1975); JETP **44**, 389 (1976); Sol. St. Comms. **18**, 628 (1976); I. V. Lerner and Yu. E. Lozovik, JETP **80**, 1488 (1981); A. V. Klyuchnik and Yu. E. Lozovik, J. Low Temp. Phys. **38**, 761 (1980).
6. L. V. Butov and I. V. Filin, Phys. Rev. **B58**, 1980 (1998).
7. A. V. Larionov, V. B. Timofeev, C. Soerensen et al., JETP **117**, 1255 (2000); JETP Lett. **71**, 117 (2000); JETP Lett. **73**, 301 (2001).
8. V. V. Krivolapchuk, E. S. Moskalenko, and A. L. Zhmodikov, Phys. Rev. **B64**, 045313 (2001).
9. Yu. E. Lozovik and A. V. Poushnov, Phys. Rev. **B58**, 6608 (1998).
10. M. Inoue and E. Hanamura, J. Phys. Soc. Jap. **41**, 1273 (1976); H. Shi, G. Verechaka, and A. Griffin, Phys. Rev. **B50**, 1119 (1994).
11. P. Kner, S. Bar-Ad, M. V. Marquezini et al., Phys. Rev. **B60**, 4731 (1999); P. Kner, S. Bar-Ad, M. V. Marquezini et al., Phys. Stat. Sol. (a) **164**, 579 (1997).
12. Yu. E. Lozovik and I. V. Ovchinnikov, Sol. St. Comms. **118**, 251 (2001); Yu. E. Lozovik, I. V. Ovchinnikov, S. Yu. Volkov et al., Phys. Rev. **B65**, 030223 (2002).
13. I. Loutsenko and D. Roubtsov, Phys. Rev. Lett. **78**, 3011 (1997); S. G. Tikhodeev, Phys. Rev. Lett. **84**, 3502 (2000); *ibid.* **78**, 3225 (1997).
14. Ю. Е. Лозовик, И. В. Овчинников, Письма в ЖЭТФ **74**, 318 (2001).
15. K. El. Sayed, D. Birkedal, V. G. Lyssenko, and J. M. Hvam, Phys. Rev. **B55**, 2456 (1997).

⁷⁾ При этом надо иметь в виду, что детекторы должны быть соответствующим образом пространственно ориентированы относительно друг друга и экситонной системы.