

# Динамика самовоздействия сверхкоротких электромагнитных импульсов

А. А. Балакин<sup>1)</sup>, В. А. Миронов

Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 19 апреля 2002

Проанализировано уравнение, обобщающее нелинейное уравнение Шредингера на случай импульсов длительностью в несколько периодов колебаний поля. Методом моментов определено изменение эффективных параметров (центра масс, длительности и ширины) волнового поля на трассе распространения импульса. Показано существование коллапса пространственной структуры, и численно исследованы особенности его формирования, связанные с укручением переднего фронта импульса.

PACS: 41.20.–q

Развитие лазерной техники, оптоэлектроники и полупроводниковой технологии привели к созданию систем, генерирующих электромагнитные импульсы длительностью в несколько периодов колебаний поля (см. [1, 2] и цитируемую там литературу). Возникает новая в теоретическом плане проблема исследования особенностей распространения сверхкороткого электромагнитного импульса и его взаимодействия с веществом. Сходная ситуация, когда использование приближения медленно меняющейся амплитуды волнового поля оказывается недостаточным, имеет место и в случае нелинейного процесса, приводящего к заметному уширению временного спектра.

Одним из наиболее простых обобщений линейного и нелинейного уравнения Шредингера (НУШ), используемых для исследования пространственно-временной эволюции сверхкоротких электромагнитных импульсов, может служить уравнение [3–6]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \tau} + \Delta_{\perp} u - \alpha u + |u|^2 u = 0. \quad (1)$$

Оно описывает безотражательное распространение волнового поля  $u(z, \tau = z - v_g t, \mathbf{r})$  вдоль оси  $z$  с групповой скоростью  $v_g$ ,  $\mathbf{r}$  – вектор, перпендикулярный оси  $z$ . Величина  $\alpha$  определяется низкочастотной дисперсией среды. Масштабная инвариантность исходного уравнения позволяет представить его в виде (1). Безразмерные координаты  $z, \mathbf{r}$  и “время”  $\tau$  записаны в соответствующих характерных нелинейных (пространственных и временных) масштабах задачи. Поле  $u(\mathbf{r}, z, \tau)$  обезразмерено на характерное нелинейное поле. В частности, такое уравнение используется для исследования особенностей самовоздействия релятивистски сильного лазерного излуче-

ния в редкой плазме [6] ( $\omega_p/\omega_0 \ll 1$ ,  $\omega_p$  – плазменная частота,  $\omega_0$  – частота волнового поля). В этом случае параметр дисперсии среды  $\alpha < 0$  определяется плотностью плазмы.

Для огибающей  $\psi(z, \tau, \mathbf{r})$  волнового поля  $u = \psi(z, \tau, \mathbf{r}) \exp i\omega\tau$  из (1) нетрудно получить уравнение

$$i\omega \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial \tau} + \Delta_{\perp} \psi - \alpha \psi + |\psi|^2 \psi = 0. \quad (2)$$

В приближении длинного (в масштабе длины волны  $2\pi/\omega$ ) квазимонохроматического импульса второе слагаемое в этом уравнении мало по сравнению с первым ( $\partial^2 \psi / \partial z \partial \tau \ll \omega (\partial \psi / \partial z)$ ) и вклад его обычно не учитывают. Видно, что эволюция такого “длинного” импульса описывается НУШ.

По мере укорочения длительности импульса в процессе распространения волнового поля по трассе возникают новые эффекты Их можно пояснить следующим образом. Преобразуем второе слагаемое в (2), используя метод возмущения. В первом приближении, что соответствует НУШ,  $\psi_z = i(\Delta_{\perp} \psi + |\psi|^2 \psi) / \omega$ . Это позволяет записать дополнительное в (2) слагаемое в виде

$$\psi_{z\tau} = i(\Delta_{\perp} \psi_{\tau} + |\psi|^2 \psi_{\tau}) / \omega. \quad (3)$$

Первый член в (3) описывает “нестационарную” дифракцию волнового поля. В вакууме она определяет эффект Гоя [7], и преобразование спектра пространственно ограниченного распределения поля [8] приводит к формированию дифракционного предвестника [3, 5] и подковообразной пространственной структуры волнового поля [5, 9]. Структурные изменения формы импульса, связанные с зависимостью групповой скорости волнового пакета от амплитуды поля

<sup>1)</sup>e-mail: abal@appl.sci-nnov.ru

(второй член в (3)), исследовались, главным образом, в одномерных системах (капилляре, оптическом волокне, см., например, [10, 11]).

В данной работе рассмотрены особенности пространственно-временной эволюции волновых полей "конечной" длительности на основе уравнения (1) и эквивалентного ему уравнения (2). Сначала получим ряд аналитических соотношений, позволяющих качественно проанализировать характерные черты динамики пространственно-ограниченных волновых полей, затем приведем результаты численного исследования исходных уравнений (1), (2).

1. Для качественного исследования динамики самовоздействия сверхкоротких импульсов воспользуемся методом моментов [12]. Заметим, прежде всего, что при распространении электромагнитного импульса по трассе сохраняются параметры

$$\begin{aligned} I &= \int |u_\tau|^2 d\tau d\mathbf{r}_\perp, \\ H &= \int (|\nabla_\perp u|^2 + \alpha |u|^2 - |u|^4 / 2) d\tau d\mathbf{r}_\perp, \\ \mathbf{P} &= \int (u_\tau^* \nabla u + u_\tau \nabla u^*) d\tau d\mathbf{r}_\perp, \end{aligned} \quad (4)$$

обобщающие хорошо известные в случае НУШ выражения ( $I$  – "энергия" или "число квантов",  $H$  – гамильтониан,  $\mathbf{P}$  – "импульс" или поток энергии).

Далее с помощью уравнения непрерывности

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} |u_\tau|^2 &= -\text{div} (u_\tau^* \nabla_\perp u + u_\tau \nabla_\perp u^*) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \tau} (|\nabla_\perp u|^2 - |u|^4 / 2 + \alpha |u|^2) \end{aligned} \quad (5)$$

нетрудно получить следующие соотношения для моментов вида  $I_{n,m} = \int \tau^n \mathbf{r}_\perp^m |u_\tau|^2 d\tau d\mathbf{r}_\perp$  ( $m, n$  – целые числа). Для моментов первого порядка  $\bar{\tau} = \int \tau |u_\tau|^2 d\tau d\mathbf{r}_\perp$ ,  $\bar{\mathbf{r}}_\perp = \int \mathbf{r}_\perp |u_\tau|^2 d\tau d\mathbf{r}_\perp$ , описывающих поведение центра масс волнового поля, находим:

$$\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial z} = -H, \quad \frac{\partial \bar{\mathbf{r}}_\perp}{\partial z} = \mathbf{P}. \quad (6)$$

Отсюда следует, что центр масс волнового поля движется по прямой, определяемой начальными условиями (например, при  $z = 0$ ). Для аксиально-симметричного волнового пакета ( $\mathbf{P} = 0$ ) центр масс движется по оси  $z$ . В зависимости от знака гамильтониана  $H$  групповая скорость волнового пакета может быть как больше скорости импульса в линейной среде ( $H < 0$ ), так и меньше ( $H > 0$ ). Смещение центра масс к переднему ( $H < 0$ ) или заднему ( $H > 0$ ) "фронту" импульса приводит к формированию соот-

ветствующим образом выгнутой (вогнутой) подковообразной структуры волнового поля при распространении импульса по трассе.

Другую специфическую особенность рассматриваемой задачи отражает поведение квадрата характерной длительности волнового поля  $(\tau - \bar{\tau})^2 = \int (\tau - \bar{\tau})^2 |u_\tau|^2 d\tau d\mathbf{r}_\perp$ . Из (1), (5) находим

$$\begin{aligned} \frac{d^2(\tau - \bar{\tau})^2}{dz^2} &= 4 \int [|\Delta_\perp q + p|^2 - \\ &- 2\alpha (|\nabla_\perp q|^2 - |\nabla_\perp u|^2)] d\tau d\mathbf{r}_\perp - 2\alpha H, \end{aligned} \quad (7)$$

где введены обозначения  $q_\tau = u$ ,  $p_\tau = |u|^2 u - \alpha u$ .

Правая часть (7) записана в виде, удобном для получения результатов, связанных с ее положительной определенностью. В линейном случае ( $|u| \rightarrow 0$ ,  $H > 0$ ) из (7) следует очевидный вывод, что волновой пакет расплывается в продольном направлении. Более важно отметить, что этот результат остается в силе в отсутствие дисперсии ( $\alpha = 0$ ), причем независимо от знака гамильтониана. Сложнее сделать столь определенный вывод в общем случае ( $\alpha \neq 0$ ). Однако для импульсов длительностью, превышающей несколько периодов поля  $|\nabla_\perp u| > |\nabla_\perp q|$  и, следовательно, при  $H < 0$ ,  $\alpha > 0$  мы опять приходим к выводу о расплывании волнового пакета в процессе эволюции системы.

Наконец, как и в случае НУШ, для эффективной ширины волнового поля  $\bar{r}_\perp^2 = \int r_\perp^2 |u_\tau|^2 d\tau d\mathbf{r}_\perp$  можно установить соотношение

$$\frac{d^2 \bar{r}_\perp^2}{dz^2} = 8H - 16\alpha \int |u|^2 d\tau d\mathbf{r}_\perp. \quad (8)$$

Таким образом, при отрицательном гамильтониане ( $H < 0$ ,  $\alpha \geq 0$ ) волновой пакет "схлопывается" в поперечном направлении при некотором конечном  $z$ , определяемом начальным распределением поля и величиной гамильтониана  $H$ . В отличие от аналогичного процесса в НУШ особенность поля на оси системы формируется, несмотря на расплывание импульса в продольном направлении, которое приводит к уменьшению погонного значения гамильтониана.

В случае аксиально-симметричного волнового пакета из (6) и (8) для  $\alpha = 0$  можно установить соотношение

$$\bar{r}_\perp^2 - 4z\bar{\tau} = \bar{r}_0^2, \quad (9)$$

которое связывает эффективные масштабы  $\bar{r}_\perp^2$  и  $\bar{\tau}$  в процессе эволюции системы ( $\sqrt{\bar{r}_0^2}$  – характерный поперечный масштаб поля при  $z = 0$ ). Это соотношение

является следствием формирования подковообразной структуры волнового пакета. Формально оно имеет тот же вид, что и в линейном случае. В нелинейном режиме при  $H < 0$  соотношения (9) и (6) позволяют оценить, например, расстояние

$$\bar{\tau}_0 = \sqrt{|H| \tau_0^2} / 2 \quad (10)$$

на которое сместится центр масс волнового пакета в процессе коллапса.

2. Обсудим далее результаты численного интегрирования уравнения (1) в аксиально-симметричном случае. Начальное распределение волнового поля представлялось в виде огибающей гауссовской формы с несущей частотой  $\omega_0$ :

$$u = u_0 \exp\left(-\left[\frac{\rho^2}{2a^2} + \frac{\tau^2}{2\tau_0^2}\right]\right) \exp i\omega_0 \tau. \quad (11)$$

Результаты численного интегрирования контролировались с помощью интегралов (4).

При положительном значении гамильтониана эволюция волнового поля качественно протекает как в линейном случае (в вакууме) [2, 5, 8]. Волновое поле расплывается в поперечном направлении. Длительность импульса увеличивается. Центр масс смещается к задней границе расчетного интервала в соответствии с (6). В результате формируется характерная подковообразная структура.

Рассмотрим более детально случай отрицательно гамильтониана ( $H < 0$ ). Используя соотношение (10) нетрудно видеть, что структурные изменения формы (11) на трассе распространения для  $\alpha = 0$  можно не учитывать если

$$\tau_0 > \sqrt{|H| a^2} / 2 \quad (12)$$

В этих условиях коллапс имеет “локальный” характер (см. рис.1). Сначала коллапсирует центральная часть импульса, имеющая максимальную погонную мощность, затем в этот процесс вовлекаются боковые области. Периферийная часть (область вблизи переднего и заднего фронтов) расплывается из-за того, что погонная мощность в этой части меньше критической. В результате формируется характерная симметричная “бабочкообразная” структура линий уровня волнового поля, изображенная на рис.1а.

С уменьшением длительности импульса происходит смещение центра масс волнового поля, сопровождающееся укрупнением переднего фронта импульса. Симметрия картины нарушается. Процесс коллапса несколько ускоряется. Для рассматриваемых нами амплитуд эти эффекты становятся определяющими

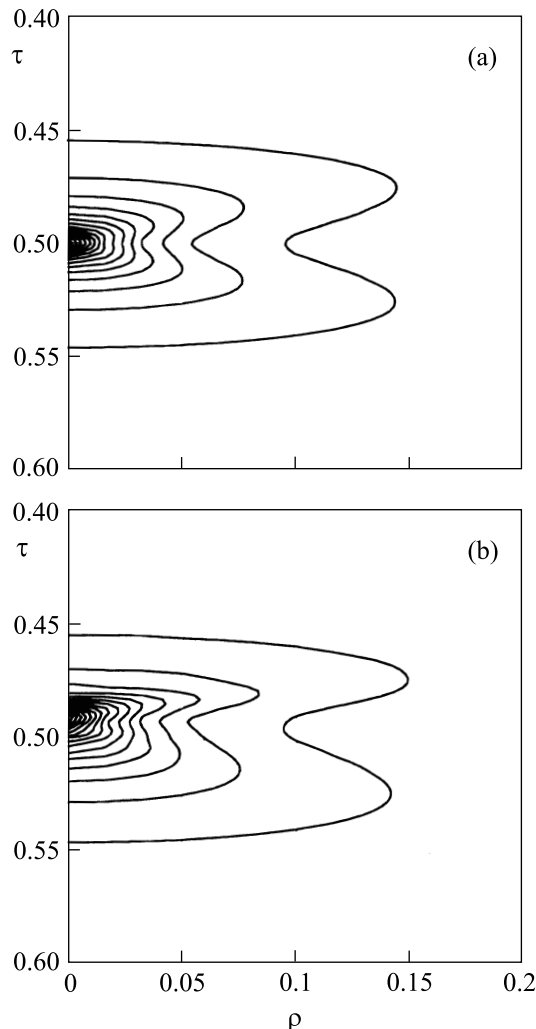


Рис. 1. Линии уровня распределения амплитуды квазимонохроматического  $\Delta\omega/\omega_0 = 10^{-3}$  (b) и “короткого”  $\Delta\omega/\omega_0 = 0.05$  (a) импульсов в процессе коллапса при  $\omega_0 z = 24.4$

при ширине спектра  $\Delta\omega/\omega \geq 0.01$ . Эволюция волнового поля приведена на рис.1б. Заметим, что низкочастотная дисперсия не стабилизирует процесс опрокидывания переднего фронта импульса.

Описанное выше самосжатие центральной части импульса и последующее укрупнение переднего фронта сопровождается, очевидно, модификацией спектра волнового поля. На рис.2 представлен спектр импульса на оси системы ( $\rho = 0$ ) в процессе коллапса при  $\omega_0 z = 24.4$ . Видно, что динамика самовоздействия в рамках обобщенного НУШ приводит к образованию дублета в спектре волнового поля. Исследование показывает, что для квазимонохроматического импульса уширения спектра в процессе коллапса практически не происходит и основным эффектом является формирование дублета. Для более коротких

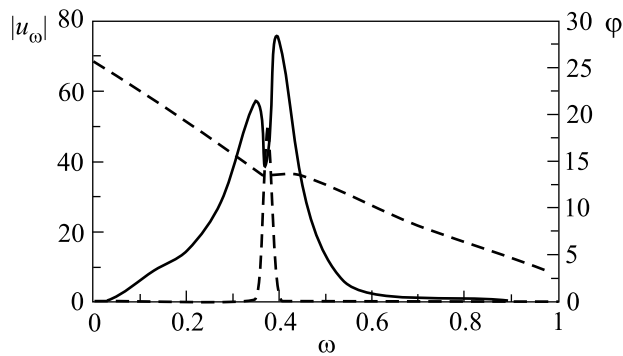


Рис.2. Спектр короткого  $\Delta\omega/\omega_0 = 0.05$  импульса (сплошная линия, левая ось) и зависимость фазы  $\varphi$  волнового поля от частоты (штриховая линия, правая ось) в процессе коллапса при  $\omega_0 z = 24.4$ . Пунктиром изображен начальный спектр

начальных импульсов ( $\Delta\omega/\omega > 0.01$ ) уширение волнового фронта приводит дополнительно к заметному уширению спектра. По мере укорочения длительности импульса численный расчет эволюции поля по  $z$  ограничивается накоплением спектральных гармоник поля вблизи  $\omega = 0$  и нарушением интегральных соотношений (4).

Для интерпретации образования дублета в спектре отметим, что соответствующий эффект модификации спектра в фокальной области обсуждался в линейном режиме [8] на основе уравнения типа (2). Было показано, что перед фокусом центральная частота волнового поля смещается вниз по спектру, после “прохождения” фокуса – вверх по спектру; для “лучей”, перпендикулярных оси системы, происходит формирование дублета, что становится определяющим в динамике эволюции системы. Видимо, благодаря этому обстоятельству, в нелинейном режиме образование дублета в спектре преобладает над процессом сдвига спектра (вверх или вниз).

Таким образом, эффект коллапса волнового поля в нелинейной среде в рамках обобщенного НУШ (1) сопровождается заметным укорочением длительности импульса (более чем в 7 раз по половинной высоте). Этот процесс представляет собой новый способ получения интенсивных сверхкоротких импульсов электромагнитного поля длительностью в несколько колебаний поля.

Для дальнейшего укорочения длительности импульса можно предложить следующие способы. Зависимость фазы  $\varphi$  волнового поля от частоты в спектре импульса, прошедшего через нелинейную среду, имеет вид, представленный на рис.2. Это означает, что, используя линейный квадратичный фазовый корректор типа тех, которые применяются в схеме гене-

рации фемтосекундных лазерных импульсов, можно реализовать сжатие выходящего импульса. В результате укрупнение переднего фронта удается “преобразовать” в уменьшение длительности импульса. При этом распределение поля в центральной части становится квазигaussianым (рис.3). Проведенные нами расчеты на основе соответствующей аппроксимации

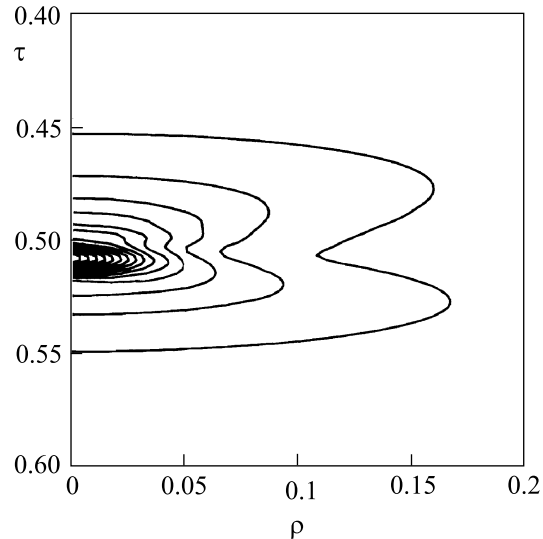


Рис.3. Линии уровня распределения амплитуды “короткого”  $\Delta\omega/\omega_0 = 0.05$  импульса после сжатия квадратичным фазовым корректором

зависимости на рис.2 в области максимума поля показали, что длительность импульса можно дополнительно уменьшить еще в два раза (сравни рис.1b и рис.3).

Другая возможность связана с использованием такого импульса в качестве затравочного в схеме обратного рамановского рассеяния в плазме [13] с целью его укорочения и усиления.

Авторы признательны А. А. Солодову за полезные обсуждения работы. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 02-02-17277).

1. Л. Д. Бахрах, А. А. Блисковицкий, УФН, **162**, 160 (1993).
2. IEEE J. of selected topics in Quan. Elect., section Terahertz Beams **2**, 679 (1996).
3. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, Письма ЖЭТФ, **53**, 188 (1991).
4. T. Brabec and F. Krausz, Phys. Rev. Lett. **78**, 3282 (1997); T. Brabec and F. Krausz, Rev. Mod. Phys. **72**, 515 (2000).
5. В. А. Миронов, ЖЭТФ, **116**, 35 (1999).

6. P. Sprangle, B. Hafizi, and P. Serafim, Phys. Rev. **E59**, 3614 (1999).
7. S. Feng and H. G. Winful, Phys. Rev. **E61**, 862 (2000); A. B. Ruffin, J. V. Rudd, J. F. Whitaker et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 3410 (1999).
8. G. Glur, T. D. Visker, and E. Wolf, Phys. Rev. Lett. **88**, 013901 (2002).
9. M. A. Porras, Phys. Rev. **A60**, 5069 (1999).
10. Н. Е. Андреев и Л. М. Горбунов, Письма в ЖЭТФ, **56**, 144 (1992).
11. В. Е. Захаров и Е. А. Кузнецов, ЖЭТФ, **113**, 1892 (1998).
12. С. Н. Власов, В. А. Петрицев, А. И. Таланов, Изв. Вуз. Радиофизика **14**, 1353 (1971).
13. V. Malkin, G. Shvets, and N. Fisch, Phys. Rev. Lett. **82**, 4448 (1999); Phys. Plasmas **7**, 2232 (2000).