

Фоторождение нейтрино на ядрах в сильном магнитном поле

А. В. Кузнецов¹⁾, Н. В. Михеев

Ярославский государственный университет, 150000, Ярославль, Россия

Поступила в редакцию 6 марта 2002 г.

Исследуется процесс фоторождения нейтринной пары на ядре $\gamma + Ze \rightarrow Ze + \gamma + \nu + \bar{\nu}$ в сильном магнитном поле. Показано, что с учетом дисперсии фотона в сильном поле катализирующее влияние последнего на данный процесс значительно уменьшается, так что при любой величине поля нейтринное фоторождение, в противоречии с высказанным в литературе утверждением, не может конкурировать с URCA-процессами.

PACS: 13.10.+q, 13.15.+g, 95.30.Cq

Сильные магнитные поля, которые могут возникать в таких астрофизических катаклизмах, как взрыв сверхновой или слияние нейтронных звезд, оказывают активное влияние на квантовые процессы, открывая или значительно усиливая реакции, кинематически запрещенные или сильно подавленные в вакууме. Однако указанное влияние поля оказывается существенным только в том случае, если поле достаточно сильное. Естественным масштабом интенсивности магнитного поля является так называемое критическое, или швингеровское значение $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс²⁾. Имеются аргументы в пользу того, что поля такого и существенно большего масштабов могут возникать в астрофизических объектах. Так, существует класс звезд, так называемые магнетары – нейтронные звезды с магнитными полями $\sim 4 \cdot 10^{14}$ Гс [1, 2]. Обсуждаются модели астрофизических процессов и объектов с магнитными полями до $10^{17} - 10^{18}$ Гс [3–6]. Таким образом, физика квантовых процессов в сильных внешних полях представляет собой интересное и важное направление исследований как с концептуальной точки зрения, так и в свете возможных астрофизических приложений.

Особый интерес представляют петлевые квантовые процессы, где в конечном и начальном состояниях присутствуют только электрически нейтральные частицы, такие как нейтрино и фотоны. Воздействие внешнего поля на такие процессы обусловлено, во-первых, чувствительностью заряженных виртуальных фермионов к влиянию поля, при этом основную роль здесь играет электрон как частица с максимальным удельным зарядом e/m_e . Во-вторых, сильное

магнитное поле существенно меняет дисперсионные свойства фотонов, а значит, и их кинематику.

В недавней работе [7] изучался, в частности, вклад в остывание звезд от петлевого процесса фоторождения нейтринной пары на ядре:

$$\gamma + Ze \rightarrow Ze + \gamma + \nu + \bar{\nu} \quad (1)$$

в сильном внешнем магнитном поле и сделан важный вывод, что вклад этого процесса может конкурировать со вкладом URCA-процессов. Таким образом, процесс (1) необходимо было бы учитывать при описании остывания сильно замагниченной нейтронной звезды как еще один канал нейтринных потерь энергии.

В этом письме мы приводим результат нового исследования процесса фоторождения нейтринной пары на ядре и показываем, что с учетом дисперсии фотона в сильном магнитном поле катализирующее влияние поля на процесс (1) значительно уменьшается. Этот эффект не был учтен в работе [7], в результате чего вклад петлевого процесса оказался завышен на много порядков.

Амплитуду реакции фоторождения нейтринной пары на ядре (1) можно получить из амплитуды процесса взаимодействия трех фотонов и нейтринной пары, например:

$$\gamma + \gamma + \gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}, \quad (2)$$

диаграмма Фейнмана для которого изображена на рис.1. Как известно, см., например [8], в интенсивном магнитном поле трехфотонные процессы вида (2) усилены по сравнению с соответствующими двухфотонными процессами, поскольку амплитуда процессов типа (2) с векторно-аксиальным нейтринным током линейно растет с полем, тогда как для процессов типа $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ амплитуда с таким нейтринным током

¹⁾e-mail: avkuzn@uniyar.ac.ru

²⁾Мы используем естественную систему единиц $c = \hbar = 1$. Везде в статье $e > 0$ – элементарный заряд.

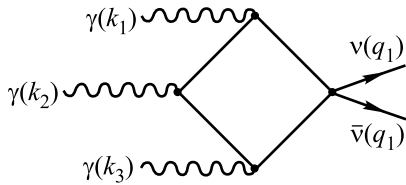


Рис.1. Диаграмма Фейнмана для процесса $\gamma + \gamma + \gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}$

перестает зависеть от поля. Нестандартный случай эффективного скалярного нейтринного тока в процессе $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$, когда амплитуда также имеет линейный рост с полем, проанализирован в нашей работе [9].

Амплитуда процесса (2) в сильном магнитном поле может быть представлена в следующей ковариантной форме [8]:

$$\mathcal{M} = -\frac{8e^3 G_F eB m_e^2}{\sqrt{2}\pi^2} (\varepsilon_1 \tilde{\varphi} k_1) (\varepsilon_2 \tilde{\varphi} k_2) (\varepsilon_3 \tilde{\varphi} k_3) \times [C_V (j \tilde{\varphi} k_4) + C_A (j \tilde{\varphi} \tilde{\varphi} k_4)] I(k_1, k_2, k_3), \quad (3)$$

где C_V , C_A – векторная и аксиальная константы эффективного $\nu\nu e e$ – лагранжиана, $C_V = \pm 1/2 + 2 \sin^2 \theta_W$, $C_A = \pm 1/2$, здесь верхний знак относится к электронному нейтрину, нижний знак соответствует мюонному и тау-нейтрину; $\varepsilon_{1,2,3}$ и $k_{1,2,3}$ – 4-векторы поляризации и 4-импульсы фотонов, $j_\alpha = [\bar{\nu}(q_1) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu(-q_2)]$ – фурье-образ нейтринного тока, $k_4 = q_1 + q_2$ – 4-импульс нейтринной пары, $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \tilde{F}_{\alpha\beta}/B$ – безразмерный дуальный тензор внешнего магнитного поля, $\tilde{F}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} F_{\mu\nu}$, у 4-векторов и тензоров, стоящих внутри круглых скобок, тензорные индексы полагаются свернутыми последовательно, например: $(a \tilde{\varphi} b) = a_\alpha \tilde{\varphi}_{\alpha\beta} b_\beta$.

Формфактор $I(k_1, k_2, k_3)$ имеет вид трехкратного интеграла по фейнмановским переменным:

$$I(k_1, k_2, k_3) = \frac{1}{D} \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y dz \left\{ \frac{a(k_1, k_2, k_3)}{[m_e^2 - b(k_1, k_2, k_3)]^3} + \{k_1 \leftrightarrow k_2\} + \{k_2 \leftrightarrow k_3\} \right\}. \quad (4)$$

Здесь обозначено

$$D = k_1^2(k_2 k_3) + k_2^2(k_1 k_3) + k_3^2(k_1 k_2) + 2(k_1 k_2)(k_1 k_3) + 2(k_1 k_2)(k_2 k_3) + 2(k_1 k_3)(k_2 k_3), \quad (5)$$

$$a(k_1, k_2, k_3) = k_1^2(1-x)^2 - k_2^2 y(1-y) + k_3^2 z^2 + (k_1 k_2)(1-2x)(1-y) + (k_1 k_3)[1-x-z(1-2x)] - (k_2 k_3)y(1-2z), \quad (6)$$

$$b(k_1, k_2, k_3) = k_1^2 x(1-x) + k_2^2 y(1-y) + k_3^2 z(1-z) + 2(k_1 k_2)(1-x)y + 2(k_1 k_3)(1-x)z + 2(k_2 k_3)(1-y)z. \quad (7)$$

В формулах (5)–(7) под скалярными произведениями вида $(k_i k_j)$ понимаются свертки типа $(k_i \tilde{\varphi} \tilde{\varphi} k_j)$.

В случае низких энергий фотонов, $\omega_{1,2,3} \ll m_e$, интеграл (4) легко вычисляется и равен

$$I(k_1, k_2, k_3) \simeq \frac{1}{60 m_e^8}. \quad (8)$$

При этом амплитуда (3) с учетом (8) соответствует эффективному локальному лагранжиану $\gamma\gamma\gamma\nu\bar{\nu}$ -взаимодействия:

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{e^3 G_F eB}{45 \sqrt{2} \pi^2 m_e^8} \left(\frac{\partial A^\alpha}{\partial x_\beta} \tilde{\varphi}_{\alpha\beta} \right)^3 \times \frac{\partial}{\partial x_\sigma} [\bar{\nu} \gamma^\sigma (1 + \gamma_5) \nu] [C_V \tilde{\varphi}_{\rho\sigma} + C_A (\tilde{\varphi} \tilde{\varphi})_{\rho\sigma}]. \quad (9)$$

Отметим, что $\gamma\gamma\gamma\nu\bar{\nu}$ -взаимодействие в пределе низких энергий изучалось ранее в работе [8], однако полученный там лагранжиан завышен в 2 раза.

Анализируя амплитуду (3) по размерности на предмет зависимости от характерной энергии фотонов $|k_1| \sim |k_2| \sim |k_3| \sim \omega$ в предельных случаях малых и больших энергий, можно видеть существенное различие, а именно, при переходе от малых значений ω к большим рост амплитуды с энергией вида $\sim \omega^5$ заменяется на падение по закону $\sim \omega^{-3}$.

При вычислении амплитуды процесса (1) на ядре в локальном пределе эффективного $\gamma\gamma\gamma\nu\bar{\nu}$ -взаимодействия (9) необходимо учитывать влияние сильного магнитного поля на дисперсионные свойства фотонов как реальных, так и виртуального. Это влияние, как мы покажем, имеет решающее значение. Напомним, что в сильном магнитном поле в процессе (1) участвуют фотоны только одной из двух возможных поляризаций, в обозначениях работы Адлера [10] – “поперечной”.

Для виртуального фотона вместо вакуумного выражения для пропагатора $\sim q^{-2}$ необходимо использовать пропагатор с учетом поляризации вакуума в магнитном поле:

$$D^{(B)}(q_\parallel^2, q_\perp^2) = \frac{1}{q^2 - P(q_\parallel^2)}; \quad (10)$$

здесь $q_{\parallel}^2 = q_0^2 - q_z^2$, $q_{\perp}^2 = q_x^2 + q_y^2$, $q^2 = q_{\parallel}^2 - q_{\perp}^2$ (магнитное поле направлено вдоль оси z), $P(q_{\parallel}^2)$ – поляризационный оператор фотона в поле, который в случае сильного поля, $B \gg B_e$, и в приближении $|q_{\parallel}^2| \ll m_e^2$ принимает простой вид [11]

$$P(q_{\parallel}^2) \simeq -\frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_e} q_{\parallel}^2. \quad (11)$$

Удобно ввести безразмерный параметр, которым будет определяться влияние поля во всех последующих выражениях:

$$\beta = \frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_e}. \quad (12)$$

При величинах поля $10^3 B_e$ и $10^4 B_e$ параметр β принимает значения соответственно 0.77 и 7.7, то есть малым считаться не может. С учетом (11), (12), а также принимая во внимание, что для виртуального фотона, связанного с неподвижным ядром, $q_0 = 0$, пропагатор (10) можно переписать в виде

$$D^{(B)} \simeq -\frac{1}{q_{\perp}^2 + (1 + \beta)q_z^2}. \quad (13)$$

В то же время реальные фотоны, участвующие в процессе (1), также находятся под воздействием сильного магнитного поля, приводящим к перенормировке волновых функций:

$$\varepsilon_{\alpha} \longrightarrow \sqrt{\mathcal{Z}} \varepsilon_{\alpha}, \quad (14)$$

где перенормировочный множитель \mathcal{Z} с учетом (11) принимает вид

$$\mathcal{Z} = \left(1 - \frac{dP(q_{\parallel}^2)}{dq_{\parallel}^2}\right)^{-1} = \frac{1}{1 + \beta}. \quad (15)$$

Кроме того, существенно меняются кинематические свойства фотонов. Уравнение дисперсии фотона $k^2 - P(k_{\parallel}^2) = 0$ с учетом (11) и (12) переписывается в виде $\omega^2 = \mathbf{k}^2(1 + \beta \cos^2 \theta)/(1 + \beta)$, и элемент импульсного пространства можно представить в форме

$$d^3k = (1 + \beta)\omega^2 d\omega dy d\varphi, \\ y = \cos \theta \sqrt{1 + \beta} / \sqrt{1 + \beta \cos^2 \theta},$$

где θ , φ – полярный и азимутальный углы.

Используя эффективный лагранжиан (9), учитывая влияние магнитного поля на свойства фотонов (10)–(15) и подставляя векторы поляризации реальных фотонов

$$\varepsilon_{\alpha}^{(\perp)} = \frac{(\tilde{\varphi}k)_{\alpha}}{\sqrt{k_{\parallel}^2}}, \quad (16)$$

амплитуду процесса (1) можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{M} = \frac{32\pi\alpha Z G_F}{5\sqrt{2}m_e^4} \frac{\beta}{1 + \beta} \times$$

$$\times \frac{2m_N q_z \sqrt{k_{1\parallel}^2 k_{2\parallel}^2}}{q_{\perp}^2 + (1 + \beta)q_z^2} [C_V(j\tilde{\varphi}k_4) + C_A(j\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}k_4)], \quad (17)$$

где m_N – масса ядра, q – импульс, переданный ядру, $q^{\alpha} = (0, \mathbf{q})$. Наше выражение для амплитуды (17) существенно отличается от результата работы [7], где не учтено влияние сильного магнитного поля на дисперсионные свойства фотонов.

Имеющая важное в астрофизических приложениях значение величина – энергия, уносимая нейтрино из единицы объема звезды за единицу времени. Она определяется через амплитуду процесса (1) следующим образом:

$$Q_{\nu} = \frac{(2\pi)^4 n_N}{2m_N} \int |\mathcal{M}|^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \times \\ \delta^4(k_1 - k_2 - q_1 - q_2 - q) \frac{d^3k_1}{(2\pi)^3 2\omega_1} f(\omega_1) \times \\ \times \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3 2\omega_2} [1 + f(\omega_2)] \times \\ \times \frac{d^3q_1}{(2\pi)^3 2\varepsilon_1} \frac{d^3q_2}{(2\pi)^3 2\varepsilon_2} \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2m_N}, \quad (18)$$

где n_N – концентрация ядер, ε_1 и ε_2 – энергии нейтрино и антинейтрино, $f(\omega) = [\exp(\omega/T) - 1]^{-1}$ – функция плотности равновесного фотонного газа при температуре T .

Подставляя амплитуду (17), для объемной плотности мощности излучения Q_{ν} находим следующее выражение

$$Q_{\nu} = \frac{8(2\pi)^9}{225} Z^2 \alpha^2 G_F^2 m_e^6 n_N \left(\frac{T}{m_e}\right)^{14} J(\beta). \quad (19)$$

Зависимость от полевого параметра (12) определяется интегралом

$$J(\beta) = \beta^2 \int_{-1}^1 du (1 - u^2) \int_{-1}^1 dv (1 - v^2) \times \\ \times \int_0^1 ds s^3 (1 - s)^8 \int_0^1 dr r^2 \int_{-1}^1 dx [u - sv - (1 - s)rx]^2 \times \\ \times (1 - r^2 x^2) \left[\overline{C}_V^2 (1 - r^2) + \overline{C}_A^2 r^2 (1 - x^2) \right] \times \\ \times \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_2}{2\pi} \frac{1}{[F(\beta)]^2}, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned}
 F(\beta) = & (1 + \beta)\{1 - u^2 + s^2(1 - v^2) - \\
 & - 2s\sqrt{1 - u^2}\sqrt{1 - v^2}\cos\varphi_1 + \\
 & + [u - sv - (1 - s)rx]^2\} - \\
 & - 2\sqrt{1 + \beta}(1 - s)r\sqrt{1 - x^2} \times \\
 & \times \left[\sqrt{1 - u^2}\cos\varphi_2 - s\sqrt{1 - v^2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right] + \\
 & + (1 - s^2)r^2(1 - x^2). \quad (21)
 \end{aligned}$$

Стоящие под знаком интеграла (20) константы $\overline{C_V^2} = 0.93$ и $\overline{C_A^2} = 0.75$ есть результат суммирования по всем каналам рождения нейтрино типов ν_e, ν_μ, ν_τ .

Результат численного вычисления интеграла (20) представлен на рис.2. Видно, что учет влияния сильного магнитного поля на дисперсию фотона принци-

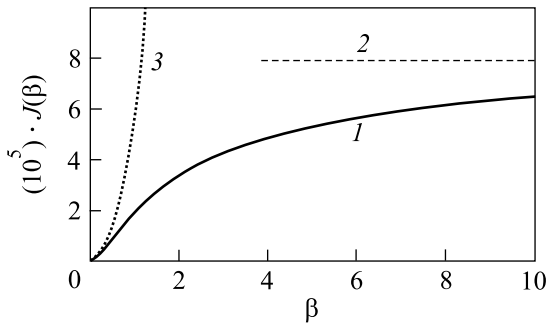


Рис.2. Зависимость функции $J(\beta)$ от полевого параметра β (кривая 1). Линией 2 показана асимптотика функции при больших значениях β , $J(\beta) \rightarrow 8 \cdot 10^{-5}$. Кривая 3 изображает зависимость $\sim \beta^2$, которая имела бы место без учета влияния магнитного поля на дисперсию фотонов

пиально изменяет зависимость мощности нейтринных потерь энергии от величины поля, а именно, вместо квадратичной зависимости происходит выход на константу. С учетом этого, для величины Q_ν находим верхнюю границу в асимптотически сильном поле

$$Q_\nu \lesssim 2.3 \cdot 10^{27} \left(\frac{T}{m_e} \right)^{14} \left\langle \frac{Z^2}{A} \right\rangle \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \text{ эрг/см}^3\text{с}, \quad (22)$$

где Z, A – зарядовое и массовое числа ядра, усреднение производится по всем ядрам, $\rho_0 = 2.8 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ – характерная ядерная плотность, ρ – средняя плотность звезды. Анализ формулы (22) показывает, что вывод работы [7] о конкуренции рас-

сматриваемого процесса (1) с URCA-процессами при значениях магнитного поля $B \sim 10^3 B_e - 10^4 B_e$ является неверным. Дело в том, что возникший в формуле (19) и в аналогичных формулах работы [7] большой числовой множитель происходит от интеграла по энергиям начального фотона ω_1 ($x = \omega_1/T$):

$$\int_0^\infty \frac{x^{13} dx}{e^x - 1} = 13! \zeta(14) = \frac{(2\pi)^{14}}{24} \simeq 6.2 \cdot 10^9. \quad (23)$$

Очевидно, однако, что интеграл (23) набирает свою величину в области значений аргумента $x \sim 10 \div 20$ ($\omega_1 \sim (10 \div 20) T$). Следовательно, поскольку амплитуда (17) процесса получена в приближении $\omega \lesssim m_e$, следующее из нее выражение для мощности нейтринных потерь энергии может быть справедливым при температурах фотонного газа $T \lesssim (1/10) m_e$, но оно заведомо неприменимо при температурах $T \sim m_e$. Таким образом, предположение, сделанное в работе [7], что фактор $(T/m_e)^{14}$ можно брать порядка единицы, является ошибочным. С учетом указанной области применимости получаем, что $(T/m_e)^{14} \lesssim 10^{-14}$.

Таким образом, фоторождение нейтрино на ядрах не может конкурировать с URCA - процессами в сколь угодно сильном магнитном поле.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант # 01-02-17334, и Министерства образования Российской Федерации, грант # E00-11.0-5.

1. С. Kouveliotou et al., *Astrophys. J.* **510**, L115 (1999).
2. К. Hurley et al., *Nature* **397**, 41 (1999).
3. Г.С. Бисноватый-Коган, *Астрон. журн.* **47**, 813 (1970).
4. R. C. Duncan and C. Thompson, *Astrophys. J.* **392**, L9 (1992).
5. P. Vocquet et al., *Astron. Astrophys.* **301**, 757 (1995).
6. C. Y. Cardall, M. Prakash, and J. M. Lattimer, *Astrophys. J.* **554**, 322 (2001).
7. В. В. Скобелев, *ЖЭТФ* **120**, 786 (2001).
8. Ю. М. Лоскутов, В. В. Скобелев, *ТМФ* **70**, 303 (1987).
9. А. В. Кузнецов, Н. В. Михеев, Д. А. Румянцев, *ЯФ* **65**, 2002 (в печати).
10. S. L. Adler, *Ann. Phys. N.Y.* **67**, 599 (1971).
11. А. Е. Шабат, *Тр. ФИАН СССР* **192**, 5 (1988).