Письма в ЖЭТФ, том 75, вып. 9, с. 547 – 550 © 2002 г. 10 мая

Влияние стрикционных эффектов на мультикритическое поведение однородных систем

С. В. Белим[1)]

Омский государственный университет, 644077 Омск, Россия

Поступила в редакцию 20 марта 2002 г.

Осуществлено теоретико-полевое описание поведения однородных упруго-изотропных сжимаемых систем, задаваемых двумя параметрами порядка в бикритической и тетракритической точках. Для трехмерных изингоподобных систем в двухпетлевом приближении проведено такое же описание непосредственно в трехмерном пространстве с применением техники суммирования Паде–Бореля. Проведен анализ ренормгрупповых уравнений и выделены фиксированные точки, соответствующие различным типам мультикритического поведения. Показано, что влияние упругих деформаций приводит к смене бикритического поведения тетракритическим, а также возникновению широкого ряда мультикритических точек.

PACS: 64.60.–i

Как было показано в работах [1], упругие деформации за счет стрикционных эффектов приводят к появлению на фазовых диаграммах мультикритических точек, отсутствующих на фазовых диаграммах соответствующих несжимаемых веществ.

Предметом данной статьи является исследование влияния стрикционных эффектов на системы, фазовые диаграммы которых уже содержат мультикритические точки, носящие бикритический или тетракритический характер. В первом случае в мультикритической точке пересекаются две линии фазовых переходов второго рода и одна линия фазовых переходов первого рода, во втором – четыре линии фазовых переходов второго рода. В непосредственной окрестности мультикритической точки система демонстрирует специфическое критическое поведение, характеризующееся конкуренцией типов упорядочения. При этом в бикритической точке происходит вытеснение одного критического параметра другим, тетракритическая же точка допускает существование смешанной фазы с сосуществующими типами упорядочения. Такие системы [2] могут быть описаны путем введения двух параметров порядка, преобразующимся по различным неприводимым представлениям.

При структурных фазовых переходах с отсутствием пьезоэффекта в парафазе упругие деформации играют роль вторичного параметра порядка, флуктуации которого в большинстве случаев не являются критическими [3]. В связи с тем, что в критической области основной вклад в стрикционные эффекты дает зависимость обменного интеграла от расстояния, рассматриваются лишь упруго-изотропные системы.

Модельный гамильтониан системы имеет вид

$$\begin{aligned}H_0 = \int d^Dx\Big[&\frac{1}{2}(\tau_1+\nabla^2)\Phi(x)^2+\frac{1}{2}(\tau_1+\nabla^2)\Psi(x)^2+\\&+\frac{u_{10}}{4!}(\Phi(x)^2)^2+\frac{u_{20}}{4!}(\Psi(x)^2)^2+\frac{2u_{30}}{4!}(\Phi(x)\Psi(x))^2+\\&+g_1y(x)\Phi(x)^2+g_2y(x)\Psi(x)^2+\beta y(x)^2\Big],\end{aligned} \tag{1}$$

где $\Phi(x)$ и $\Psi(x)$ – флуктуирующие параметры порядка, u_{01} и u_{02} – положительные константы, $\tau_1 \sim |T-T_{c1}|/T_{c1}$, $\tau_2 \sim |T-T_{c2}|/T_{c2}$, T_{c1} и T_{c2} – температуры фазового перехода для первого и второго параметров порядка, соответственно, $y(x) = \sum_{\alpha=1}^{3} u_{\alpha\alpha}(x)$, где $u_{\alpha\beta}$ – тензор деформаций, g_1 и g_2 – параметры квадратичной стрикции, β – постоянная, характеризующая упругие свойства кристалла, D – размерность пространства. В данном гамильтониане уже проведено интегрирование по слагаемым, зависящим от нефлуктуирующих переменных, не взаимодействующих с параметром порядка.

Переходя в (1) к фурье-образам переменных, получим гамильтониан системы в следующем виде:

$$\begin{aligned}H_0 = &\frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_1+q^2)\Phi_q\Phi_{-q}+\\&+\frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_2+q^2)\Psi_q\Psi_{-q}+\\&+\frac{u_{01}}{4!}\int d^Dq_i(\Phi_{q1}\Phi_{q2})(\Phi_{q3}\Phi_{-q1-q2-q3})+\\&+\frac{u_{02}}{4!}\int d^Dq_i(\Psi_{q1}\Psi_{q2})(\Psi_{q3}\Psi_{-q1-q2-q3})+\end{aligned}$$

[1)] e-mail: belim@univer.omsk.su

$$+\frac{2u_{03}}{4!}\int d^D q_i(\Phi_{q1}\Phi_{q2})(\Psi_{q3}\Psi_{-q1-q2-q3})+$$
$$+g_1\int d^D q y_{q1}\Phi_{q2}\Phi_{-q1-q2}+$$
$$+g_2\int d^D q y_{q1}\Psi_{q2}\Psi_{-q1-q2}+\frac{g_1^0}{\Omega}y_0\int d^D q\Phi_q\Phi_{-q}+$$
$$+\frac{g_2^0}{\Omega}y_0\int d^D q\Psi_q\Psi_{-q}+2\beta\int d^D q y_q y_{-q}+2\frac{\beta_0}{\Omega}y_0^2. \quad (2)$$

Здесь выделены слагаемые y_0, описывающие однородные деформации. Как показано в работе [1], такое разделение необходимо, так как неоднородные деформации y_q отвечают за обмен акустическими фононами и приводят к эффектам дальнодействия, которые отсутствуют при однородных деформациях.

Определим эффективный гамильтониан системы, зависящий только от сильно флуктуирующих параметров порядка Φ и Ψ, следующим образом:

$$\exp\{-H[\Phi,\Psi]\}=B\int\exp\{-H_0[\Phi,\Psi,y]\}\prod dy_q. \quad (3)$$

Если эксперимент осуществляется при постоянном объеме, то y_0 является константой, интегрирование в (3) проводится только по неоднородным деформациям и однородные деформации вклада в эффективный гамильтониан не вносят. При постоянном давлении в гамильтониан добавляется слагаемое $P\Omega$, объем представляется в терминах компонент тензора деформации в виде

$$\Omega=\Omega_0[1+\sum_{\alpha=1}u_{\alpha\alpha}+\sum_{\alpha\neq\beta}u_{\alpha\alpha}u_{\beta\beta}+O(u^3)] \quad (4)$$

и интегрирование в (3) осуществляется также и по однородным деформациям. Как отмечено в [4], учет в (4) квадратичных слагаемых может оказаться важным в случае высоких давлений и кристаллов с большими стрикционными эффектами. В результате

$$H=\frac{1}{2}\int d^D q(\tau_1+q^2)\Phi_q\Phi_{-q}+$$
$$+\frac{1}{2}\int d^D q(\tau_2+q^2)\Psi_q\Psi_{-q}+$$
$$+\frac{v_{01}}{4!}\int d^D q_i(\Phi_{q1}\Phi_{q2})(\Phi_{q3}\Phi_{-q1-q2-q3})+$$
$$+\frac{v_{02}}{4!}\int d^D q_i(\Psi_{q1}\Psi_{q2})(\Psi_{q3}\Psi_{-q1-q2-q3})+$$
$$+\frac{2v_{03}}{4!}\int d^D q_i(\Phi_{q1}\Phi_{q2})(\Psi_{q3}\Psi_{-q1-q2-q3})+$$
$$+\frac{z_1^2-w_1^2}{2}\int d^D q_i(\Phi_{q1}\Phi_{-q1})(\Phi_{q2}\Phi_{-q2})+$$
$$+\frac{z_2^2-w_2^2}{2}\int d^D q_i(\Psi_{q1}\Psi_{-q1})(\Psi_{q2}\Psi_{-q2})+$$
$$+(z_1z_2-w_1w_2)\int d^D q_i(\Phi_{q1}\Phi_{-q1})(\Psi_{q2}\Psi_{-q2}), \quad (5)$$
$$v_{01}=u_{01}-12z_1^2,\ v_{02}=u_{02}-12z_2^2,$$
$$v_{03}=u_{03}-12z_1z_2,$$
$$z_1=\frac{g_1}{\sqrt{\beta}},\ z_2=\frac{g_2}{\sqrt{\beta}},\ w_1=\frac{g_1^0}{\sqrt{\beta_0}},\ w_2=\frac{g_2^0}{\sqrt{\beta_0}}.$$

Данный гамильтониан приводит к широкому разнообразию мультикритических точек. Как и для несжимаемых систем, возможно тетракритическое

$$(v_3+12(z_1z_2-w_1w_2))^2<$$
$$<(v_1+12(z_1^2-w_1^2))(v_2+12(z_2^2-w_2^2))$$

и бикритическое

$$(v_3+12(z_1z_2-w_1w_2))^2\geq$$
$$\geq(v_1+12(z_1^2-w_1^2))(v_2+12(z_2^2-w_2^2))$$

поведение. Кроме того, стрикционные эффекты могут приводить к мультикритическим точкам более высокого порядка.

В рамках теоретико-полевого подхода [5] асимптотическое критическое поведение и структура фазовых диаграмм во флуктуационной области определяется ренорм-групповым уравнением Каллана–Симанчика для вершинных частей неприводимых функций Грина. Для вычисления β- и γ-функций как функций, входящих в уравнение Каллана–Симанчика перенормированных вершин взаимодействия $u_1,u_2,u_3,g_1,g_2,g_1^{(0)},g_2^{(0)}$ или более удобных для определения мультикритического поведения модели комплексных вершин z_1, z_2, w_1, w_2, v_1, v_2, v_3, был применен стандартный метод, основанный на диаграммной технике Фейнмана и процедуре перенормировки [6]. В результате, в рамках двухпетлевого приближения были получены следующие выражения для β-функций:

$$\beta_{v1}=-v_1+\frac{n+8}{6}v_1^2+\frac{m}{6}v_3^2-$$
$$-\frac{41n+190}{243}v_1^3-\frac{23m}{243}v_1v_3^2-\frac{2m}{27}v_3^3,$$

$$\beta_{v2}=-v_2+\frac{m+8}{6}v_2^2+\frac{n}{6}v_3^2-$$
$$-\frac{41m+190}{243}v_2^3-\frac{23n}{243}v_2v_3^2-\frac{2n}{27}v_3^3,$$

$$\beta_{v3}=-v_1+\frac{2}{3}v_3^2+\frac{(n+2)}{6}v_1v_3+\frac{m+2}{6}v_2v_3-$$
$$-\frac{5(n+m)+72}{486}v_3^3-\frac{23(n+2)}{486}v_1^2v_3-$$

$$- \frac{23(m+2)}{486} v_2^2 v_3 - \frac{n+2}{9} v_1 v_3^2 - \frac{m+2}{9} v_2 v_3^2,$$

$$\beta_{z1} = -z_1 + \frac{n+2}{3} v_1 z_1 + 2nz_1^3 + 2mz_1 z_2^2 + \frac{m}{3} v_3 z_2 - \\ - \frac{23(n+2)}{243} v_1^2 z_1 - \frac{7m}{243} v_3^2 z_1 - \frac{2m}{27} v_3^2 z_2, \qquad (6)$$

$$\beta_{z2} = -z_2 + \frac{m+2}{3} v_2 z_2 + 2mz_2^3 + 2nz_1^2 z_2 + \frac{n}{3} v_3 z_1 - \\ - \frac{23(m+2)}{243} v_2^2 z_2 - \frac{7n}{243} v_3^2 z_2 - \frac{2n}{27} v_3^2 z_1,$$

$$\beta_{w1} = -w_1 + \frac{n+2}{3} v_1 w_1 + 4nz_1^2 w_1 - 2mw_1^3 + \\ + 4mz_1 z_2 w_2 - 2mw_1 w_2^2 + \frac{m}{3} v_3 w_2 - \\ - \frac{23(n+2)}{243} v_1^2 w_1 - \frac{7m}{243} v_3^2 w_1 - \frac{2m}{27} v_3^2 w_2,$$

$$\beta_{w2} = -w_2 + \frac{m+2}{3} v_2 w_2 + 4mz_2^2 w_2 - 2nw_2^3 + \\ + 4nz_1 z_2 w_1 - 2nw_1^2 w_2 + \frac{n}{3} v_3 w_1 - \\ - \frac{23(m+2)}{243} v_2^2 w_2 - \frac{7n}{243} v_3^2 w_2 - \frac{2n}{27} v_3^2 w_1.$$

Известно, что ряды теории возмущений являются асимптотическими, а вершины взаимодействия флуктуаций параметров порядка во флуктуационной области достаточно велики, чтобы можно было непосредственно применять выражения (6). Поэтому с целью извлечения из полученных выражений нужной физической информации был применен обобщенный на многопараметрический случай метод Паде–Бореля. При этом прямое и обратное преобразования Бореля имеют вид

$$f(v1, v2, v3, z1, z2, w1, w2) = \\ = \sum_{i_1,\ldots,i_7} c_{i_1\ldots i_7} v_1^{i_1} v_2^{i_2} v_3^{i_3} z_1^{i_4} z_2^{i_5} w_1^{i_6} w_2^{i_7} = \\ = \int\limits_0^\infty e^{-t} F(v_1 t, v_2 t, v_3 t, z_1 t, z_2 t, w_1 t, w_2 t) dt, \qquad (7)$$

$$F(v1, v2, v3, z1, z2, w1, w2) = \\ = \sum_{i_1,\ldots,i_7} \frac{c_{i_1,\ldots,i_7}}{(i_1+\ldots+i_7)!} v_1^{i_1} v_2^{i_2} v_3^{i_3} z_1^{i_4} z_2^{i_5} w_1^{i_6} w_2^{i_7}. \qquad (8)$$

Для аналитического продолжения борелевского образа функции вводится ряд по вспомогательной переменной θ:

$$\tilde{F}(v_1, v_2, v_3, z_1, z_2, w_1, w_2, \theta) = \\ = \sum_{k=0}^\infty \theta^k \sum_{i_1,\ldots,i_7} \frac{c_{i_1\ldots i_7}}{k!} v_1^{i_1} v_2^{i_2} v_3^{i_3} z_1^{i_4} z_2^{i_5} w_1^{i_6} w_2^{i_7} \delta_{i_1+\ldots+i_7,k}, \qquad (9)$$

к которому применяется аппроксимация Паде [L/M] в точке $\theta = 1$. Данная методика была предложена и апробирована в работах [7] для описания критического поведения ряда систем, характеризующихся несколькими вершинами взаимодействия флуктуаций параметра порядка. Выявленное в [7] свойство сохранения симметрии системы в процессе применения паде-аппроксимант по переменной θ становится существенным при описании многовершинных моделей.

В двухпетлевом приближении для вычисления β-функций был использован аппроксимант [2/1]. Природа критического поведения определяется существованием устойчивой фиксированной точки, удовлетворяющей системе уравнений

$$\beta_i(v_1^*, v_2^*, v_3^*, z_1^*, z_2^*, w_1^*, w_2^*) = 0 \quad (i = 1, \ldots, 7). \qquad (10)$$

Требование устойчивости фиксированной точки сводится к условию, чтобы собственные значения b_i матрицы

$$B_{i,j} = \frac{\partial \beta_i(v_1^*, v_2^*, v_3^*, z_1^*, z_2^*, w_1^*, w_2^*)}{\partial v_j} \\ (v_i, v_j \equiv v_1^*, v_2^*, v_3^*, z_1^*, z_2^*, w_1^*, w_2^*) \qquad (11)$$

лежали в правой комплексной полуплоскости.

Полученная система просуммированных β-функций содержит широкое разнообразие фиксированных точек, лежащих в физической области значений вершин с $v_i \geq 0$.

Полный анализ фиксированных точек, соответствующих критическому поведению только одного параметра порядка, приведен в работе [8]. Рассмотрим совместное критическое поведение обоих параметров порядка.

Анализ значений фиксированных точек и их устойчивости позволяет сделать ряд выводов. Бикритическая фиксированная точка несжимаемых систем ($v_1 = 0.934982$, $v_2 = 0.934982$, $v_3 = 0.934982$, $z_1 = 0$, $z_2 = 0$, $w_1 = 0$, $w_2 = 0$) неустойчива относительно влияния однородных деформаций ($b_1 = 0.090$, $b_2 = 0.523$, $b_3 = 0.667$, $b_4 = 0.521$, $b_5 = 0.002$, $b_6 = 0.521$, $b_7 = 0.002$). Стрикционные эффекты приводят к стабилизации тетракритической фиксированной точки сжимаемых систем ($v_1 = 0.934982$, $v_2 = 0.934982$, $v_3 = 0.934982$, $z_1 = 0$, $z_2 = 0$, $w_1 = 0$, $w_2 = 0$, $b_1 = 0.090$, $b_2 = 0.523$, $b_3 = 0.667$, $b_4 = 2.144$, $b_5 = 0.267$, $b_6 = 5.223$, $b_7 = 0.882$).

Вопрос устойчивости других мультикритических точек не может быть разрешен в рамках описанной модели в силу того, что вычисления приводят к вырожденной системе уравнений. Вырождение снимается при учете в гамильтониане слагаемых более высокого порядка по компонентам тензора деформаций и флуктуирующим параметрам порядка.

Таким образом, стрикционное взаимодействие флуктуирующих параметров порядка с упругими деформациями приводит как к смене бикритического поведения на тетракритическое, так и к появлению на фазовой диаграмме вещества новых мультикритических точек со своим режимом критического поведения.

1. А. И. Ларкин, С. А. Пикин, ЖЭТФ **56**, 1664 (1969).
2. В. В. Прудников, П. В. Прудников, А. А. Федоренко, ФТТ **42**, 158 (2000).
3. Y. Imry, Phys. Rev. Lett. **33**, 21, 1304 (1974).
4. D. J. Bergman and B. I. Halperin, Phys. Rev. **B13**, 2145 (1976).
5. D. Amit, *Field theory the renormalization group and critical phenomena*, New York, McGraw-Hill, 1976.
6. J. Zinn-Justin, *Quantum field theory and critical phenomena*, Clarendon Press, Oxford 1989.
7. S. A. Antonenko and A. I. Sokolov, Phys. Rev. **B49**, 15901 (1994); К. Б. Варнашев, А. И. Соколов, ФТТ **38**, 3665 (1996); A. I. Sokolov, K. B. Varnashev, and A. I. Mudrov, Int. J. Mod. Phys. **B12**, 12/13, 1365 (1998); A. I. Sokolov and K. B. Varnashev, Phys. Rev. **B59**, 13, 8363 (1999).
8. С. В. Белим, В. В. Прудников, ФТТ, **45**, 1299 (2001).