

# Индукционная кинетика в 2D электронных системах на холловских плато

В. Б. Шикин

Институт физики твердого тела РАН 142432 Черногловка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 18 марта 2002 г.

После переработки 28 марта 2002 г.

Обсуждаются детали индукционного возбуждения 2D электронных систем на холловских плато. Показано, что в этой кинетике существует несколько частотных режимов. В области  $\omega \gg \omega_D$ , где  $\omega_D$  – характерная для кинетики на холловских плато частота, индукционное изменение электронной плотности следует за меняющимся во времени магнитным полем. Для частот  $\omega \leq \omega_D$ , возникает существенная релаксация электронного возмущения, и индукционная поляризация 2D образцов на холловских плато заметно падает по сравнению с максимально возможной. Наконец, в пределе  $\omega \leq \omega_{\text{slow}}$ , где  $\omega_{\text{slow}}$  – еще одно типичное для квантового эффекта Холла время, имеет место так называемое адиабатическое приближение, когда 2D система реагирует не на текущее значение магнитного поля  $H(t)$ , а на его производную  $dH/dt$ . Результаты расчетов сравниваются с имеющимися экспериментами.

PACS: 73.20.Dx, 73.40.Hm

Индукционные эффекты в переменном магнитном поле, нормальном плоскости 2D электронной системы, являются, как правило, паразитными, требуя заметных (не всегда успешных) усилий для их нейтрализации. В последнее время, однако, индукционные возможности оказались полезными для проверки ряда фундаментальных утверждений в теории квантового эффекта Холла (ниже КЭХ). Показано [1–3], что КЭХ существует и без участия краевых состояний. Здесь же отмечено, что, как и для сопротивления в условиях КЭХ, магнитная зависимость тензора проводимости имеет характерные квантовые плато. Осуществлена проверка [4] гипотезы адиабатичности Лафлина [5] и т.д. Проблема индукционных состояний на холловских плато интересна и сама по себе, так как практически все измерения, связанные с определением поведения 2D системы в магнитном поле, имеют дело с индукционным возбуждением 2D системы, детальное описание следствий которого пока отсутствует. Ниже эта задача рассматривается для отдельной бесконечной полоски шириной  $2w$  в магнитном поле. Кроме персонального интереса, такая модель дает представление о свойствах кольца Корбино в условиях

$$R_2 - R_1 / (R_2 + R_1) \ll 1, \quad R_2 - R_1 = 2w, \quad (1)$$

где  $R_2, R_1$  – внешний и внутренний радиусы кольца.

1. Рассмотрим вначале вспомогательную задачу о 2D гетероструктуре в виде полоски шириной  $2w$  с расстоянием  $2d$  между проводящей системой и сло-

ем доноров плотности  $n_d$  без магнитного поля. Электронная плотность в такой системе имеет структуру

$$n(x) = n_d + \delta n(x), \quad (2)$$

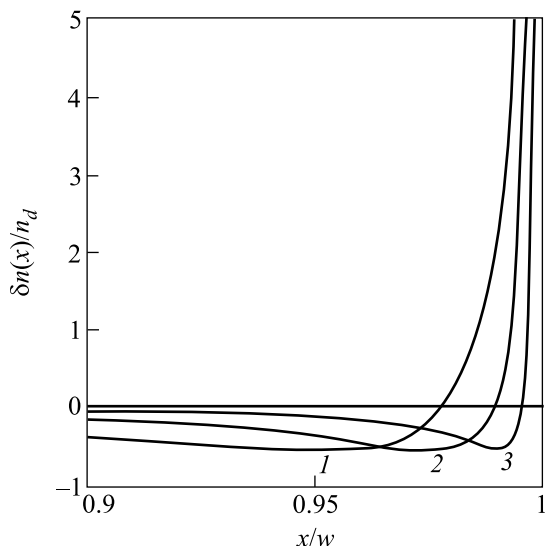
$$\delta n(x) = \frac{n_d}{\sqrt{w^2 - x^2}} \int_{-w}^{+w} \frac{\sqrt{w^2 - s^2}}{x - s} \Phi(s) ds + \frac{C}{\sqrt{w^2 - x^2}}, \quad (3)$$

$$\Phi(x) = \ln \frac{w + x}{w - x} - \ln \sqrt{\frac{(w + x)^2 + 4d^2}{(w - x)^2 + 4d^2}},$$

$$\int_{-w}^{+w} \delta n(s) ds = 0. \quad (4)$$

Константа  $C$  определяется из требования (4). Общий вид  $\delta n(x)$  представлен на рисунке.

Профиль  $\delta n(x)$  меняется в функции от магнитного поля, нормального плоскости гетероструктуры, оставаясь симметричным относительно центра пластины, если использовать предположение о равновесности средней плотности 2D системы. Чувствительность к магнитному полю растет с уменьшением отношения  $T/\hbar\omega_c$  ( $T$  – температура,  $\omega_c$  – циклотронная частота), но параллельно экспоненциально падает диагональная проводимость вдоль 2D системы. В результате деформация электронной плотности индукционного происхождения (всегда присутствующего в проводящих системах с меняющимся во времени магнитным полем) перестает компенсироваться диагональной частью тока и предположение о симметричности 2D электронной системы оказывается нарушенным. На практике стараются избежать разны-



Распределение  $\delta n(x)$  (2) вблизи одного из краев гетероструктуры. Кривые 1–3 отвечают отношениям  $d/w$ : 0.05, 0.025, 0.01, соответственно

ми способами такого “паразитного” эффекта, уменьшая, например, размеры 2D образцов (см. [6]) либо используя дополнительный туннельный канал для релаксации возмущенной плотности к равновесному значению [7, 8]. В последнее время, однако, наметилась тенденция к специальному изучению индукционных явлений на холловских плато [1–4, 9].

**2.** Обратимся для определенности к интересной работе [9], где слабое периодическое, индукционное возмущение незранированного кольца Корбино вместе с постоянной магнитной составляющей, позволяющей готовить квантовые состояния, ведет к появлению на холловских плато осциллирующего, доступного для измерений, заряда между берегами кольца. Его наличие не является неожиданным. Известны, к примеру, успешные попытки возбуждения индукционными силами поперечных магнетоплазмов в системе параллельных полосок [10]. Тем не менее, эксперимент [9] заслуживает специального внимания по нескольким причинам. Прежде всего, в широком диапазоне низких (по сравнению с плазменными) частот измеряемая между берегами кольца разность потенциалов не зависит от частоты индукционного возбуждения. Кроме того, в области  $\omega \leq \omega_D$  ( $\omega_D \sim 100$  Гц, формальное определение  $\omega_D$  приведено ниже, см. формулу (13)) это напряжение монотонно падает с уменьшением частоты возмущения. Оба факта нуждаются в самосогласованной интерпретации.

Первый эффект находит свое объяснение в феноменологической трактовке авторов [9], если предпо-

ложить, что разность потенциалов между берегами кольца пропорциональна степени его зарядовой поляризации (кулоновскому дипольному моменту) под действием индукционных сил (см. формулу (3) в [9]). Авторы правильно полагают (вслед за [1–5]), что дипольный момент кольца на плато формируется индукционной составляющей радиального тока, возбуждаемого переменным магнитным полем, и не содержит ее диссипативной компоненты, частично восстанавливающей однородность 2D системы. Учитывая явный вид изменения электронной плотности  $\delta n_i(t)$  вдоль целочисленной части пластинки под действием переменного магнитного поля в условиях  $\sigma_{xx} \rightarrow 0$  (см. [1–4]):

$$\delta n_i(t) = -\sigma_{xy} \delta H(t) / ec = -el \delta H(t) / hc, \quad l = 1, 2, 3, \dots, \quad (5)$$

и необходимость сохранения полного числа “перемещаемых” электронов (см. условие (4)), полному распределению  $\delta n_o$  следует придать в нашей модели  $\Gamma$ -образную форму:

$$\delta n_o(x) = \begin{cases} -\delta n_i, & -w < x < +w - a \\ +\delta n_i(w - a)/a, & +w - a < x < +w \end{cases}, \quad (6)$$

где краевая ширина  $a$  имеет масштаб  $d$ , варьируясь в небольших пределах вокруг своего геометрического значения (см. рисунок). Для определенности максимум  $\delta n_o$  расположен на правом конце пластины. В формуле (5)  $l$  – целое число,  $\delta H(t)$  — изменение магнитного поля, отсчитанное от начала возникновения запорной ситуации  $\sigma_{xx} \rightarrow 0$ . Полагается также, что проводимость  $\sigma_{xy}$ , явный вид которой использован при записи (5), остается постоянной на всем интервале изменения магнитного поля в пределах существования холловского плато.

Очевидно, распределение заряда вида (6) (а с ним и измеряемое напряжение на берегах кольца) обладает дипольным моментом, не зависящим от частоты возбуждающего сигнала. Это свойство (6) и объясняет отсутствие чувствительности к частоте измеряемого сигнала [9] в широком диапазоне частот (между  $10^2 - 10^4$  Гц).

Важно отметить, что изменение плотности (5) не ведет к возмущению фактора заполнения  $\nu$  в основной части кольца (пластины). В самом деле, по определению

$$\begin{aligned} \nu &= \pi(n_o + \delta n_i) l_H^2, \quad l_H^2 = 2c\hbar/e(H_o + \delta H), \\ \nu &= \nu_l(1 + \delta H/H_o)(1 + \delta H/H_o)^{-1} \equiv \nu_l, \quad (7) \\ \nu_l &= \frac{n_o c \hbar}{e H_o} = l \quad (l = 1, 2, 3). \end{aligned}$$

Таким образом, индукционное возмущение 2D системы не меняет ее целочисленного состояния (в основной, далекой от границ части).

**3.** В построенном “вручную” индукционном возмущении плотности (6) неизбежна пространственная неоднородность, 2D система стремится сгладить ее различными доступными средствами. Одна из таких возможностей связана с вихревыми токами, генерирующими свое магнитное поле. Зная вихревое электрическое поле, порожденное полем  $\dot{H}$ , величину  $\sigma_{xy}$  и индуктивность кольца, нетрудно оценить масштаб дополнительного магнитного потока  $\Phi_J$  через отверстие в диске. Отнесенный к исходному  $\Phi_o$ , этот поток имеет масштаб

$$\Phi_s/\Phi_o = \alpha \frac{i\omega w}{2\pi c} \ll 1, \quad \alpha = e^2/(\hbar c) = 1/137.$$

Ясно, что этот канал “смягчения” градиентов плотности несуществен, во всяком случае для параметров  $2w \leq 1$  см и  $\omega \leq 10^4$  Гц, использованных в [9].

Электродопотенциал  $\varphi(x)$  отсутствует в построении (6). Для оценки его роли в поведении  $\delta n(x)$  необходим анализ уравнения неразрывности с граничными условиями непротекания тока через границы полоски.

В самом уравнении удобно выделить вихревую часть

$$e\delta n/\partial t - \sigma_{xy}c^{-1}\partial H/\partial t + \partial j_x/\partial x = 0, \quad e j_x = \sigma_{xx}\partial\mu/\partial x, \quad (8)$$

$$\sigma_{xx} \simeq \sigma_{xx}^{\text{peak}} \exp(-\hbar\omega_c/2T), \quad \sigma_{xx}^{\text{peak}} = e^2/2\pi\hbar.$$

Здесь  $\mu$  – электрохимический потенциал 2D электронного газа в магнитном поле

$$\mu(x) = e\varphi(x) - T \ln S(H, T, \nu(x)), \quad (9)$$

где

$$2S(H, T, \nu) = \left(\frac{1}{\nu} - 1\right) + \left[\left(\frac{1}{\nu} - 1\right)^2 + 4\epsilon\left(\frac{2}{\nu} - 1\right)\right]^{1/2},$$

$$\epsilon = \exp(-\hbar\omega_c/T) \ll 1, \quad (10)$$

$$\nu < 2, \quad \nu(x) = \pi l_H^2 n(x), \quad l_H^2 = 2c\hbar/eH$$

и  $\varphi(x)$  – электродопотенциал. Выражения (9), (10) возникают из обычной связи между электронной плотностью и электрохимическим потенциалом  $\mu$  (см., например, [11]) для безспиновой, идеальной 2D электронной системы в магнитном поле при конечных температурах (во избежание проблем с дробным КЭХ). Если при этом в общей формуле, содержащей

суммирование по всем уровням Ландау, ограничиться двумя слагаемыми (основной и первый возбужденный уровни), то появляется возможность обратиться к выражению вида

$$\nu(x) = \sum_{l=0}^{+\infty} f(\epsilon_l + e\varphi(x) - \mu(x))$$

( $f(z)$  – функция Ферми) относительно  $\mu(x)$ , что и проделано в определениях (9), (10). Выражение  $-T \ln S(H, T, \nu)$  как функция  $\nu$  содержит в окрестности  $\nu = 1$  скачок  $\hbar\omega_c$ , резкость которого растет с понижением температуры.

Учитывая сказанное, нетрудно видеть, что вблизи целочисленных заполнений (в частности, вблизи  $\nu = 1$ ) основной вклад в  $\nabla\mu$  следует из “химической части”  $T \ln S(\nu)$ . В самом деле,

$$\frac{\partial\mu}{\partial x} = e \frac{\partial\varphi}{\partial x} - \frac{T}{S} \frac{\partial S}{\partial\nu} \frac{\partial\nu}{\partial x}. \quad (11)$$

В окрестности  $\nu \rightarrow 1$ , с учетом (10), выражение (11) упрощается до

$$\frac{\partial\mu}{\partial x} = e \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{T}{2\epsilon^{1/2}} \frac{\partial\nu}{\partial x}. \quad (11a)$$

Согласно (11a), на холловских плато второе (диффузионное) слагаемое экспоненциально (в меру  $\epsilon \rightarrow 0$ ) преобладает над первым. Используя это замечание, перепишем (8) следующим образом:

$$e\delta n/\partial t - \sigma_{xy}c^{-1}\partial H/\partial t = +eD\partial^2 n/\partial x^2, \quad (12)$$

$$D = \pi l_H^2 T \sigma_{xx}^{\text{peak}}/e^2, \quad \sigma_{xx}^{\text{peak}} \simeq e^2/2\pi\hbar$$

или

$$D \simeq l_H^2 T/\hbar. \quad (12a)$$

Кроме пренебрежения (на основании (11a)) полевым членом, в уравнении (12) имеет место сокращение экспонент, одна из которых,  $\exp(-\hbar\omega_c/2T)$ , входит в определение  $\sigma_{xx}$  на холловских плато, а вторая возникает при вычислениях (11), (11a) производной  $\partial \ln S/\partial\nu$ . В результате экспоненциальной компенсации коэффициент диффузии (12a) зависит от  $T$  лишь степенным образом.

Для полоски шириной  $2w \sim 0.1$  см и температуры  $T \leq 0.3$  К в магнитном поле  $\sim 10$  Тл характерное время

$$\tau_D \sim w^2/D \simeq 0.1 \text{ с}. \quad (13)$$

Это время коррелирует с масштабами наблюдаемой в [9] переходной области (см. дискуссию ниже).

Анализ уравнения (12) вместе с граничным условием непротекания на границах полоски позволяет

уточнить картину происходящего вблизи границы с повышенной плотностью электронов. Претендуя в дальнейшем лишь на качественные утверждения, ограничимся рассмотрением вблизи одного (допустим, правого) из краев кольца. Удобно также выделить в общем решении неоднородную часть  $\delta n_i(t)$ :

$$n(x, t) - n_d = \delta n_i(t) + \delta n(x, t). \quad (14)$$

Оставшаяся задача сводится к определению  $\delta n(x, t)$  из

$$i\omega\delta n = eDd^2\delta n/dx^2, \quad \delta n(x, t) = \delta n(x) \exp(i\omega t) \quad (15)$$

с граничными условиями

$$\delta n(-\infty, t) \rightarrow 0, \quad (16)$$

$$\sigma_{xy}E_y - D\delta n'(0, t) = 0, \quad E_y = 2i\omega Hw/c.$$

Решение (15), (16) имеет вид

$$\delta n(x) = \delta n_o \exp(x/\lambda), \quad \lambda^2 = i\omega/D, \quad (17)$$

$$\delta n_o = \sigma_{xy}E_y/(\lambda D) \simeq \delta n_i\lambda w, \quad (18)$$

где  $\delta n_i$  – из (5),  $-\infty < x \leq 0$ .

Выражение (18) определяет уровень кулоновской поляризации образца в переходной области. С повышением частоты, когда  $\lambda^{-1} \leq a$ , асимптотика (18) переходит в (6).

4. Определения (18), (13), (12а) не исчерпывают деталей кинетики 2D системы на холловских плато. При стремлении  $\omega \rightarrow 0$  возникает еще одна переходная область с характерным временем  $\tau_{\text{slow}}$ , когда реакция 2D системы пропорциональна не  $H(t)$ , а  $\partial H/\partial t$ . Ее наличие легко обнаруживается в индукционной кинетике нормального 2D состояния и по аналогии переносится затем на ситуацию с КЭХ.

В “нормальной” области уравнение (8) при наличии индукционного возмущения принимает вид

$$e\partial n/\partial t - \sigma_{xy}c^{-1}\partial H/\partial t = +\sigma_{xx}^{\text{peak}}\partial^2\varphi(x)/\partial x^2. \quad (19)$$

Допустим сначала, что индукционное возмущение стационарно ( $\partial H/\partial t = \text{const}$ , этот способ возбуждения использован в [1–4]). При этом уравнение (19) обладает стационарным решением, следующим из

$$\sigma_{xy}c^{-1}\partial H/\partial t = -\sigma_{xx}^{\text{peak}}\partial^2\varphi(x)/\partial x^2, \quad \partial n/\partial t = 0, \quad (20)$$

и означающим, что 2D система, деформируясь, полностью шунтирует влияние индукции ( $\text{div}\mathbf{j} = 0$ ).

Соотношение (20) является (с учетом уравнения Пуассона) интегральным относительно распределения  $\delta n_{\text{stat}}$ , обеспечивающего стационарность задачи. Ясно, что это распределение пропорционально  $\partial H/\partial t \equiv \dot{H}$ , а не  $H(t)$ :

$$\delta n_{\text{stat}} = \frac{\kappa w}{2\pi e c \sigma_{xx}} \frac{\dot{H}}{\sqrt{1-\xi^2}} [\xi^2 - (\xi+1)/2], \quad \xi = x/w. \quad (21)$$

На конечных, достаточно низких частотах  $\omega \ll \omega_{\text{fast}}$  распределение  $\delta n_{\text{stat}}$  адиабатически сохраняет свой смысл в качестве основного возмущения плотности. В самом деле, полагая

$$\delta n = \delta n_{\text{stat}} + \delta n_1 + \dots \quad (22)$$

и подставляя этот ряд в уравнение (19), находим для  $\delta n_1$ :

$$\frac{e\delta n_{\text{stat}}}{\partial t} = +\frac{\sigma_{xx}^{\text{peak}}}{\sigma_{xx}} \frac{\partial \varphi_1'(x)}{\partial x}, \quad \varphi_1'(x) = \frac{2e}{\kappa} \int_{-w}^{+w} \frac{\delta n_1(s) ds}{s-x}. \quad (23)$$

Добавка  $\delta n_1 \ll \delta n_{\text{stat}}$ , если

$$\omega \ll \omega_{\text{fast}}, \quad \omega_{\text{fast}} \sim \tau_{\text{fast}}^{-1}, \quad (24)$$

$$\tau_{\text{fast}} \sim w/\sigma_{xx}^{\text{peak}}, \quad \sigma_{xx}^{\text{peak}} = e^2/(2\pi\hbar).$$

Аналогичные соображения “работают” и на холловских плато. Здесь стационарное адиабатическое решение определено уравнением

$$\sigma_{xy}c^{-1}\dot{H} = \sigma_{xx}[\partial^2\varphi(x)/\partial x^2 - T\partial^2 \ln S/\partial x^2], \quad (25)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx} \exp(-\hbar\omega_c/2T).$$

Оно устанавливается на частотах

$$\omega \ll \omega_{\text{slow}}, \quad \omega_{\text{slow}} \sim \tau_{\text{slow}}^{-1}, \quad (26)$$

$$\tau_{\text{slow}} \sim \tau_{\text{fast}} \exp(+\hbar\omega_c/2T).$$

Это время, отвечающее трактовке низкочастотной границы из [9], имеет масштаб  $\tau_{\text{slow}} \sim w/\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{xx} \simeq \sigma_{xx}^{\text{peak}} \exp(-\hbar\omega_c/2T)$ . При  $\hbar\omega_c/2T \leq 100$ ,  $\tau_{\text{slow}} \gg \tau_D$ .

Таким образом, индукционная динамика 2D систем на холловских плато в условиях  $\sigma_{xx} \rightarrow 0$  сопровождается релаксационными процессами, сглаживающими пространственную неоднородность 2D системы индукционного происхождения. Специфическая диффузионная кинетика на частотах  $\omega_{\text{slow}} \ll \omega \leq \omega_D$ , когда осциллирующий заряд  $\propto H(t)$ , характеризуется специальным временем релаксации  $\tau_D$  (13), зависящим от  $T$  степенным образом. Масштаб этого

времени качественно правильно определяет переходную область частот в экспериментах [9]. В области  $\omega \leq \omega_{\text{slow}}$  реализуется адиабатический сценарий в поведении 2D электронной системы, возмущенной индукционными силами. Здесь измеряемый сигнал  $\propto \dot{H}$ , а величина  $\omega_{\text{slow}}$ , обратно пропорциональная времени релаксации (26), экспоненциально мала. Такой режим на холловских плато пока не наблюдался. Но соответствующая адиабатическая индукционная кинетика для нормальной 2D системы с участием времени  $\tau_{\text{fast}}$  (24) присутствует в экспериментах [1–4].

Автор благодарен В. Долгополову и В. Гантмахеру за обсуждение результатов работы и полезные замечания. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант # 02-02-17082.

---

1. В. Долгополов, Н. Житенев, А. Шашкин, Письма в ЖЭТФ **52**, 826 (1990).

2. V. Dolgoplov, N. Zhitenev, and A. Shashkin, Euro. Phys. Lett. **14**, 255 (1991).
3. V. Dolgoplov, A. Shashkin, N. Zhitenev et al., Phys. Rev. **B46**, 12560 (1992).
4. V. Dolgoplov, A. Shashkin, J. Broto et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 5566 (2001).
5. R. Laughlin, Phys. Rev. **B23**, 5632(1981).
6. F.I.B. Williams, E. Andrei et al., *Springer Series in Solid-State Sciences*, Eds F. Kuchar, H. Heinrich, G. Bauer, Springer-Frelag, 1990, v. 97, p. 192.
7. R. Ashori, J. Lebens, N. Bigelow, and R. Silsbee, Phys. Rev. **B48**, 4614 (1993).
8. V. Dolgoplov, H. Drexler, W. Hanzen et al., Phys. Rev. **B51**, 7958 (1995).
9. B. Jeanneret, B. Hall, H. Buhlmann et al., Phys. Rev. **B51**, 9752 (1995).
10. T. Demel, D. Heitmann, P. Grambow, and K. Ploog, Phys. Rev. **B38**, 12732 (1988).
11. Л. Ландау, Е. Лифшиц, *Статистическая физика*, М.: Наука, 1964.