

Фриделевские осцилляции проникновения магнитного поля в нормальный металл и размерно-квантованную систему

Л. И. Магарилл, М. М. Махмудиан, М. В. Энтин¹⁾

Институт физики полупроводников СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 27 марта 2002 г.

После переработки 8 апреля 2002 г.

Магнитное поле, приложенное к размерно-квантованной системе, создает равновесные незатухающие токи, неоднородно распределенные поперек системы. Найдено распределение диа- и парамагнитных токов и магнитного поля в квантовой пленке и двумерной полосе. Обсуждается возможность наблюдения распределения поля с помощью ЯМР.

PACS: 73.21.Nb, 73.63.Nm, 71.70.Ej

Намагничивание нормального металла в магнитном поле связано с диа- и парамагнитными токами, текущими по его поверхности. Эти токи распределены в приповерхностном слое, в котором магнитное поле неоднородно. Из-за слабости диамагнетизма поправки к магнитному полю невелики, поэтому ими обычно пренебрегают при рассмотрении кинетических явлений.

Между тем даже такое слабое изменение магнитного поля может быть существенно в квантовых системах. Так, магнитное поле, действующее на ядро атома, частично экранируется электронными оболочками [1], в результате чего частота ЯМР сдвигается и начинает зависеть от химического окружения атома. Этот сдвиг вполне измерим, так как линия ЯМР имеет весьма маленькую ширину по сравнению с типичным обратным временем релаксации электрона.

В искусственной размерно-квантованной системе электронные диамагнитные токи также создают экранировку внешнего магнитного поля и приводят к изменению магнитного поля, действующего на ядра. Состояние электронной подсистемы влияет на величину магнитного поля. В частности, при электрической модуляции электронов полевым электродом появляется возможность электрически воздействовать на ядра. Масштаб неоднородности распределения диамагнитных токов и магнитного поля может сравниваться с поперечным размером системы. Поэтому разные ядра оказываются находящимися в различном по величине магнитном поле.

Целью настоящей работы является нахождение магнитного поля в различных размерно-квантованных системах, в частности, в квантовой пленке и квантовой полосе.

Орбитальный магнетизм в системах с пространственным квантованием изучен в ряде работ (см., например, [2–4]). В этих работах рассматривается полная намагниченность малых систем. В отличие от предшествующих работ, нас интересует пространственное распределение магнитного поля.

Диамагнитный вклад. Рассмотрим электронный газ, заключенный в пленке, $0 < x < L_x$, $0 < y < L_y$, $0 < z < d$, $d \ll L_x, L_y$. Пусть магнитное поле \mathbf{B} направлено вдоль оси x в плоскости пленки (x, y) . Оно определяется уравнением Максвелла

$$\partial \mathbf{B} / \partial z = 4\pi \mathbf{j}(z) / c.$$

Плотность диамагнитного тока \mathbf{j} имеет только y -компоненту. Так как диамагнетизм слабый, мы будем пренебрегать поправками к однородному внешнему полю в выражении для диамагнитного тока. Равновесная плотность тока может быть получена из выражения

$$j_y(z) = \text{Sp}(\hat{j}_y(z) f(\hat{\mathcal{H}})) = \int_{-\infty}^{\infty} dE f(E) \text{Sp}(\hat{j}_y(z) \delta(E - \hat{\mathcal{H}})), \quad (1)$$

где $\hat{\mathcal{H}} = (\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}/c)^2/2m + U(z)$ – гамильтониан электрона в магнитном поле, $\mathbf{A} = (0, -B_0 z, 0)$ – вектор-потенциал внешнего магнитного поля \mathbf{B}_0 , $U(z)$ – ограничивающий потенциал, $\hat{j}_y(z) = -e\{\hat{v}_y, \delta(z - \hat{z})\}/S$ – оператор орбитальной плотности тока, $\hat{v} = (\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}/c)/m$ – оператор скорости электрона, {...} представляют операцию симметризации, $f(E) = (\exp((E - \mu)/T) + 1)^{-1}$ – функция распределения Ферми (μ , T – химический потенциал и температура), $S = L_x L_y$ – площадь системы. Здесь и ниже $\hbar = 1$.

¹⁾e-mail: entin@isp.nsc.ru

Ток будет рассматриваться в линейном по внешнему полю приближении. Разлагая по магнитному полю, находим

$$j_y(z) = \frac{e}{mS} \text{Sp} \left[\delta(z - \hat{z}) \left(\frac{e}{c} B_0 z f(\hat{H}_0) - \int_{-\infty}^{\infty} dE f(E) \hat{p}_y (\delta(E - \hat{H}) - \delta(E - \hat{H}_0)) \right) \right]. \quad (2)$$

Здесь $\hat{H}_0 = \hat{\mathbf{p}}^2/2m + U(z)$ – гамильтониан в отсутствие магнитного поля. Для величины $\delta(E - \hat{H})$ справедливо разложение

$$\delta(E - \hat{H}_0 - \hat{V}) = \delta(E - \hat{H}_0) + \frac{1}{2\pi i} \left[\hat{R}^- \hat{V} \hat{R}^- - \hat{R}^+ \hat{V} \hat{R}^+ \right] + \dots, \quad (3)$$

где $\hat{R}^{\pm} = (E - \hat{H}_0 \pm i\eta)^{-1}$, $\eta \rightarrow +0$. Используя возмущение гамильтониана в магнитном поле $\hat{V} = -(e/mc)B_0 z \hat{p}_y$ и вычисляя след в формуле (2) в представлении состояний в отсутствие магнитного поля, находим с помощью (3)

$$j_y(z) = \frac{2e^2 B_0}{mcS} \sum_{n, \mathbf{p}} \left[(z - z_{n\mathbf{p}}) \varphi_n(z)^2 f(E_{n, \mathbf{p}}) + \sum_{n' \neq n} \frac{p_y^2}{m} \varphi_n(z) \varphi_{n'}(z) z_{n\mathbf{p}} \frac{f_{n, \mathbf{p}} - f_{n', \mathbf{p}}}{E_{n, \mathbf{p}} - E_{n', \mathbf{p}}} \right]. \quad (4)$$

Здесь $\varphi_n(z)$ – поперечные волновые функции в отсутствие магнитного поля, \mathbf{p} – продольный импульс, $E_{n, \mathbf{p}} = E_n + p^2/2m$ – энергия электрона в n -й подзоне поперечного квантования, $f_{n, \mathbf{p}} \equiv f(E_{n, \mathbf{p}})$.

В модели прямоугольной квантовой ямы (потенциал с бесконечными стенками: $U(z) = 0$ при $0 < z < d$, $U(z) = \infty$ для $z < 0$ и $z > d$) выражение (4) может быть упрощено для $T = 0$:

$$j_y(E_F, 0; z) = \frac{e^2 B_0}{4\pi c d^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_F - E_n}{E_n} \theta(E_F - E_n) \times \left[(E_F + 3E_n) d(2z - d) \sin^2(\pi n z/d) - (E_F - E_n) n\pi z(z - d) \sin(2\pi n z/d) \right]. \quad (5)$$

Здесь $E_F = k_F^2/2m = \mu(T = 0)$ – энергия Ферми, $E_n = \pi^2 n^2/2md^2$.

Формула для тока при конечной температуре может быть получена из (5) с помощью соотношения

$$j_y(\mu, T; z) = \int dE j_y(E, 0; z) \left(-\frac{\partial f(E)}{\partial E} \right). \quad (6)$$

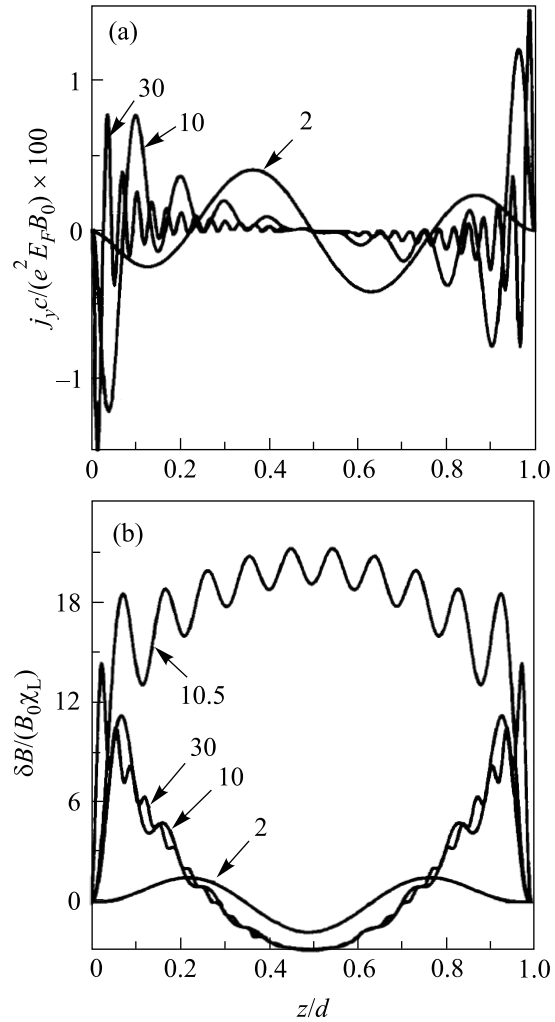


Рис.1. Эволюция плотности тока (а) и магнитного поля (б) для $T = 0$ с толщиной квантовой пленки. Величина $k_F d/\pi$ обозначена на кривых (целая часть $k_F d/\pi$ дает число заселенных подзон). Для $k_F d/\pi = 2, 10, 30$ энергия Ферми совпадает с дном подзоны, для $k_F d/\pi = 10.5$ она лежит между 10-й и 11-й подзонами

На рис.1а изображено распределение тока в пленке с бесконечными стенками. Плотность тока антисимметрична относительно середины ямы и осциллирующим образом убывает по мере удаления от границ. Осцилляции отражают явление Фриделя, а именно, особенность восприимчивости на волновом векторе $2k_F$. Плотность тока меняет знак, так что термин “диамагнитный”, строго говоря, относится только к полному поверхностному току.

В пределе низких температур затухание тока в глубь ямы медленное. Асимптотика плотности поверхностного тока в пределе $k_F d/\pi \gg 1$ при $z \ll d$ может быть найдена заменой суммы по n в (5) интег-

ралом с помощью формулы суммирования Эйлера-Маклорена

$$\sum_{j=m}^n f(j) = \int_m^n dx f(x) + \frac{1}{2} [f(n) + f(m)] + \dots \quad (7)$$

В результате получаем

$$j_y = 3\chi_L ck_F B_0 \left(-\frac{\cos x}{x} + 3x^2 \int_x^\infty \frac{\sin t}{t^5} dt \right), \quad (8)$$

$$\frac{\delta B}{B_0} = 4\pi\chi_L \left(1 - \frac{3 \sin x}{2x} + \frac{3x^3}{2} \int_x^\infty \frac{\sin t}{t^5} dt \right).$$

Здесь $\chi_L = -e^2 k_F / 12\pi^2 m c^2$ – магнитная восприимчивость Ландау при $T = 0$, $x = 2k_F z$. Первые слагаемые в (8) представляют асимптотики в области $z \gg \pi/k_F$. В частности, постоянный вклад в $\delta B/B_0$ в точности дает магнитную восприимчивость Ландау. Аналогичное поведение j_y и $\delta B/B_0$ имеют при $d - z \ll d$.

При конечной температуре для $k_F z \gg 1$ находим

$$\frac{\delta B}{B_0} = 4\pi\chi_L \left[1 - \frac{3\pi T \sin(2k_F z)}{4E_F \sinh(z/l_T)} \right], \quad (9)$$

где $l_T = k_F / 2\pi m T$ – характерная длина затухания. Заметим, что примесное рассеяние также приводит к затуханию $\delta B(z)$ на расстоянии длины свободного пробега от поверхности.

Выражения для приповерхностного тока и магнитного поля (8) и (9) справедливы и в пределе нормального массивного металла, когда $d \rightarrow \infty$. При этом соотношение длины пробега и толщины образца не играет роли. Отметим, что поскольку рассмотрение ведется в пределе слабого магнитного поля, мы неявно используем малые параметры – отношения характерных длин в задаче и циклотронного радиуса. Для конечного магнитного поля в пределе нормального массивного металла формулы (8) и (9) остаются справедливыми вплоть до расстояний порядка циклотронного радиуса от границы.

Кроме осциллирующего с координатой поверхностного тока на рис.1а можно увидеть малую регулярную компоненту в плотности тока, которая линейно зависит от поперечной координаты. Асимптотически при $k_F d / \pi \gg 1$ этот вклад имеет вид

$$-\frac{e^2 B_0 k_F}{12mcd^2} (z - d/2) (1 + 6\zeta(\zeta - 1)), \quad (10)$$

$$\zeta = k_F d / \pi - [k_F d / \pi].$$

Здесь квадратные скобки обозначают целую часть числа. Линейная компонента меньше, чем поверхностный ток в $k_F d$ раз. Коэффициент $(1 + 6\zeta(\zeta - 1))$ при линейном слагаемом осциллирует с химическим потенциалом, причем среднее от него по k_F или толщине обращается в нуль. (В пределе массивного металла такое усреднение может соответствовать усреднению по ансамблю образцов с неизбежным разбросом толщин.)

При конечной температуре линейное слагаемое равно

$$-\frac{e^2 T B_0}{\pi c d} (z - d/2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2nk_F d)}{n \sinh(nT/\theta)}, \quad (11)$$

где $\theta = E_F (\pi k_F d)^{-1}$ – характеристическая температура, выше которой линейное слагаемое экспоненциально убывает.

Поправки к магнитному полю показаны на рис.1б. Линейная зависимость j_y от координаты создает параболический по координате вклад в магнитное поле, чувствительный к параметру ζ .

Отметим, что линейное слагаемое в плотности тока и параболический вклад в магнитное поле связаны с орбитальным магнетизмом. В квантовой пленке орбитальный вклад в магнитную восприимчивость флуктуационно растет с шириной как $k_F d$, что соответствует росту параболического вклада в магнитное поле.

Двумерная полоса. Рассмотрим двумерные (2D) электроны, движение которых ограничено полосой $0 < y < L_y$, $0 < z < d$, $d \ll L_y$. Этому соответствует исключение x -й координаты из формул предыдущего раздела. Пусть магнитное поле \mathbf{B} также направлено вдоль оси x . Выражение для плотности тока (4) остается справедливым, если оставить суммирование только по n и импульсу p_y . В линейном приближении по B_0 для модели прямоугольной ямы при нулевой температуре получаем вместо (5)

$$j_y(E_F, 0; z) =$$

$$= \frac{2e^2 B_0 k_F}{3mcd^2} \sum_{n=1}^{\infty} (1 - E_n/E_F)^{1/2} \theta (E_F - E_n) \times$$

$$\times \left[(E_F/E_n + 2) d(2z - d) \sin^2(\pi n z/d) - \right.$$

$$\left. - (E_F/E_n - 1) \pi n z(z - d) \sin(2\pi n z/d) \right]. \quad (12)$$

На рис.2 приведена зависимость плотности тока в полосе при $T = 0$. Аналогично (8), находим для по-

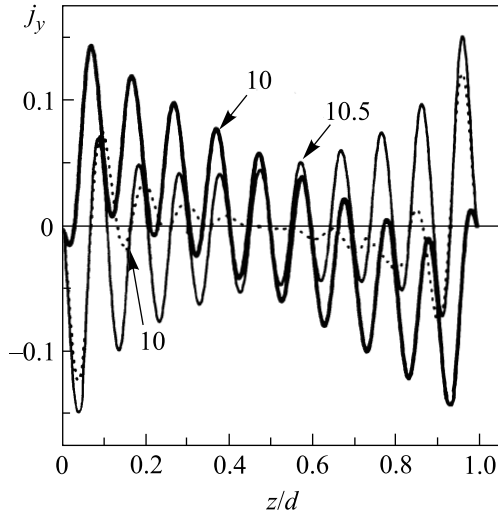


Рис.2. Плотность тока в 2D полосе при $T = 0$, $k_F d / \pi = 10, 10.5$ в единицах $e^2 B_0 k_F / m c$. Пунктирная кривая, приведенная для сравнения, соответствует безразмерной плотности тока в квантовой пленке при $k_F d / \pi = 10$. Видно, что осцилляции плотности тока в 2D случае затухают значительно медленнее, чем в случае 3D

верхностной плотности тока при $k_F d / \pi \gg 1$, $z \ll d$:

$$j_y = 3\pi\chi_L^{2D} c k_F B_0 x^2 \left(\int_0^x \frac{J_2(t) dt}{t^2} - \frac{1}{3} \right) = 3\pi\chi_L^{2D} c k_F B_0 x^2 \int_x^\infty \frac{J_2(t) dt}{t^2}. \quad (13)$$

Здесь $\chi_L^{2D} = -e^2 / 12\pi m c^2$ – магнитная восприимчивость Ландау для 2D электронного газа при $T = 0$, $J_2(t)$ – функция Бесселя.

Выражение для плотности тока (13) имеет следующие асимптотики:

$$j_y = 3\pi\chi_L^{2D} c k_F B_0 \begin{cases} \frac{x^2}{3} & \text{при } x \ll 1, \\ \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin(x - \pi/4) & \text{при } x \gg 1. \end{cases} \quad (14)$$

Затухание фриделевских осцилляций на большом расстоянии от границы оказывается более медленным, чем в 3D случае.

При конечной температуре для $k_F z \gg 1$ находим

$$j_y = 3\pi\chi_L^{2D} c k_F B_0 \frac{\sin(2k_F z - \pi/4)}{\sqrt{\pi k_F z}} \frac{z/l_T}{\sinh(z/l_T)}. \quad (15)$$

Парамагнитный ток. Помимо диамагнитного тока, имеется также парамагнитный ток, обусловленный электронным спином. Этот вклад может

быть найден из (1) с учетом спиновой части гамильтониана $-g\mu_B B_0 \sigma_x / 2$ и связанных со спином компонент оператора плотности тока $\hat{j}^{(sp)} = c g \mu_B \nabla \times (\sigma \delta(z - \hat{z})) / S$. Здесь g – электронный g -фактор, μ_B – магнетон Бора, σ_i – матрицы Паули. В линейном приближении по B_0 после элементарных вычислений находим для плотности парамагнитного тока

$$j_y^{(sp)} = \frac{g^2 \mu_B^2 c B_0}{2S} \sum_{n, \mathbf{p}} \left(-\frac{\partial f(E_{n\mathbf{p}})}{\partial E} \right) \frac{\partial \varphi_n^2(z)}{\partial z} \equiv \frac{g^2 \mu_B^2 c B_0}{4} \frac{\partial}{\partial \mu} \frac{\partial}{\partial z} n(z), \quad (16)$$

где $n(z)$ – локальная 2D или 3D концентрация электронов. Этот ток и соответствующее магнитное поле должны быть добавлены к диамагнитным вкладам, рассмотренным в предыдущих разделах. Отношение диамагнитного и парамагнитного вкладов зависит от g -фактора и, в принципе, может сильно меняться в различных материалах.

В частном случае 3D квантовой пленки с бесконечными стенками при $T = 0$

$$j_y^{(sp)} = -\frac{g^2 \mu_B^2 m k_F^2 c B_0}{2\pi^2} \left(\frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2} \right), \quad (17)$$

$$\delta B = \frac{g^2 \mu_B^2 m k_F B_0}{\pi} \left(1 - \frac{\sin x}{x} \right).$$

Для 2D полосы плотность парамагнитного тока имеет вид

$$j_y^{(sp)} = g^2 \mu_B^2 m k_F c B_0 J_1(x) / 2. \quad (18)$$

Рассмотрим мысленный эксперимент по возбуждению ядерных спиновых переходов с помощью переменного затворного напряжения. Пусть квантовая пленка с вертикальным затвором помещена в магнитное поле с z - и x -компонентами. В бесконечной пленке нормальная компонента поля остается незранированной. Продольная компонента магнитного поля зависит от числа электронов и их состояний и, таким образом, может управляться путем воздействия на электронную подсистему. В частности, переменное напряжение, приложенное к затвору, будет модулировать магнитное поле и возбуждать ЯМР переходы. Резонанс может быть обнаружен по частотной (или магнито-полевой) зависимости затворного импеданса.

Помимо возбуждения ядерных переходов за счет переменного магнитного поля, на ядра, обладающие квадрупольным моментом, действует также неоднородное электрическое поле, создаваемое полевым электродом. Это воздействие, однако, отсутствует для ядер со спином $1/2$, для которых единственным эффектом оказывается ЯМР.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований # 00-02-17658, # 02-02-16377 и Программами Миннауки РФ “Физика твердотельных наноструктур” и “Квантовая макрофизика”.

1. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. 1, М.: Наука, 1995.
2. M. Ya. Azbel, *Phys. Rev.* **B48**, 4592 (1993).
3. K. Richter, D. Ullmo, and R. A. Jalabert, *Phys. Rep.* **276**, 1 (1996).
4. E. Gurevich and B. Shapiro, *J. Phys. I France* **7**, 807 (1997).