

Преобразование орбитального углового момента пучка с оптическим вихрем в астигматической оптической системе

А. Я. Бекшаев, М. В. Васнецов⁺, В. Г. Денисенко⁺, М. С. Соскин⁺

Одесский Национальный Университет, 65026 Одесса, Украина

⁺ Институт физики НАН Украины, 03039 Киев, Украина

Поступила в редакцию 25 декабря 2001 г.

Предсказана и экспериментально обнаружена двукратная инверсия знака топологического заряда оптического вихря при фокусировке пучка цилиндрической линзой. Эволюция пучка после линзы проанализирована с помощью разделения орбитального углового момента пучка на “вихревую” и “механическую” компоненты. Рассмотрены топологические реакции в волновом фронте пучка, приводящие к инверсии знака заряда оптического вихря при пересечении с краевой дислокацией волнового фронта.

PACS: 42.40.Jv, 42.90.+m

Интерес к световым пучкам с оптическими вихрями (ОВ) связан как с их необычными свойствами, так и с возможными приложениями для манипуляции микрообъектами [1]. Структура ОВ определяется циркуляцией фазы вокруг оси вихря, на которой фаза является неопределенной, а амплитуда обращается в нуль. Фундаментальным свойством пучка с ОВ является наличие орбитального углового момента (ОУМ) [2, 3]. Для аксиально-симметричного пучка с “продольным” ОВ (например, лаггер-гауссовой (ЛГ) моды лазерного резонатора) ОУМ обусловлен геликоидальной формой волнового фронта, а величина ОУМ однозначно определяется величиной топологического заряда ОВ. При нарушении симметрии вихревого пучка (например, после прохождения астигматической оптической системы) структура ОВ может заметно меняться, хотя ОУМ пучка в свободном пространстве сохраняется. Возможна даже инверсия знака вихря в топологической реакции пересечения оси ОВ с краевой дислокацией волнового фронта [4, 5] (на этом принципе основана работа π -конвертора ЛГ мод [2, 3]). В настоящее время не существует общепринятого подхода к описанию таких “переменных” ОВ. Употребляемые иногда понятия “неканонической силы” ОВ [5] или “анизотропной дислокации” [6] полезны в ряде ситуаций, но характеризуют лишь локальные особенности геометрической структуры пучка и не связаны явно с его физическими параметрами. Целью настоящего сообщения является анализ преобразования орбитального углового момента пучка ОВ в астигматической системе с помощью введения концепции “вихревого” ОУМ и экспериментальное наблюдение предсказанных эффектов.

В общем случае ОУМ светового пучка содержит также невихревую (“механическую”) составляющую, которая возникает из-за рассогласования осей симметрии поперечных распределений интенсивности и фазы (примером невихревого пучка с ОУМ является вращающийся гауссов пучок [7]). Принципиальное различие указанных составляющих заключается в том, что механический ОУМ может быть изменен при прохождении соответствующего фазового корректора, тогда как вихревой – нет.

Для иллюстрации ограничимся простейшим случаем фокусировки циркулярной ЛГ моды LG_0^1 цилиндрической линзой. При этом на входе линзы распределение комплексной амплитуды имеет вид

$$u(x, y) = \frac{2}{b^2} \sqrt{\frac{2\Phi}{c}} (x + iy) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2b^2}\right) = \frac{2}{b^2} \sqrt{\frac{2\Phi}{c}} \rho \exp\left(-\frac{\rho^2}{2b^2} + i\varphi\right). \quad (1)$$

Здесь x , y и ρ , φ – декартовы и полярные координаты в поперечной плоскости, Φ – полный поток энергии, переносимый пучком, c – скорость света и b – параметр поперечного размера пучка. Удобный путь анализа эволюции пучка состоит в использовании свойств матрицы вторых моментов [7, 8]:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \widetilde{\mathbf{M}}_{12} & \mathbf{M}_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{\Phi} \int \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} (\widetilde{\mathbf{r}} \widetilde{\mathbf{p}}) I(\mathbf{r}, \mathbf{p}, z) dx dy dp_x dp_y, \quad (2)$$

где $I(\mathbf{r}, \mathbf{p}, z)$ – функция Вигнера светового пучка [8, 9] (в работе [8] использовалась эквивалентная (2) матрица моментов $\mathbf{Q} = 2k\mathbf{M}$). В выражении (2)

$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ – поперечный радиус-вектор ($|\mathbf{r}| = \rho$)

$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix}$, а знак \sim обозначает транспонирование.

Как показано в [7], ОУМ, приходящийся на единицу длины пучка, определяется соотношением

$$\Lambda = -\frac{\Phi}{c^2} \text{Sp} \mathbf{M}_{12} \mathbf{J}, \quad (3)$$

где \mathbf{M}_{12} – правый верхний блок матрицы моментов (2), $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, Sp – символ следа матрицы. В частности, для исходного пучка (1) матрица моментов (2) имеет вид

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \widetilde{\mathbf{M}}_{12} & \mathbf{M}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b^2 \mathbf{I} & \frac{1}{2k} \mathbf{J} \\ -\frac{1}{2k} \mathbf{J} & \frac{1}{k^2 b^2} \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (4)$$

(\mathbf{I} – единичная 2×2 матрица, k – волновое число излучения), и из (3) следует $\Lambda = \Phi/c^2 k$ в соответствии с известными результатами [1].

С помощью (4) и формул, описывающих преобразование матрицы моментов в произвольной оптической системе [8], находим, что после прохождения астигматической линзы с фокусными расстояниями $f_y, f_x = \infty$ и свободного промежутка длиной z блоки матрицы моментов пучка станут равны

$$\mathbf{M}_{11}(z) = \frac{b^2}{2\eta^2} \begin{pmatrix} 2\eta^2(1 + \sigma^2) & \sigma^2 \eta \\ \sigma^2 \eta & 2(\sigma - \eta)^2 + 2\sigma^2 \eta^2 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{M}_{12}(z) = \frac{1}{2k\eta^2} \begin{pmatrix} 2\sigma\eta^2 & \eta(\sigma + \eta) \\ \eta(\sigma - \eta) & 2(\sigma - \eta) + 2\sigma\eta^2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $\sigma = z/z_R$, $\eta = f_y/z_R$, $z_R = kb^2$ – длина Рэлея исходного пучка.

Из выражений (6) и (3) видно, что полный ОУМ пучка сохраняет значение, которое было на входе системы. Для выделения его вихревой части рассмотрим возможности преобразования ОУМ с помощью “гладкого” фазового корректора. Изменение матрицы \mathbf{M}_{12} при таком преобразовании описывается равенством

$$\mathbf{M}_{12}^{out} = \mathbf{M}_{12} - \mathbf{M}_{11} \Omega, \quad (7)$$

где Ω – матрица астигматической коррекции волнового фронта [8]. Тот факт, что матрица коррекции

всегда симметрична, налагает ограничения на возможные изменения ОУМ; например, для пучка (1) с матрицей моментов (4) из (7) следует $\mathbf{M}_{12}^{out} = \mathbf{M}_{12}$, то есть вихревой ОУМ этого пучка сохраняется. Для выделения вихревого ОУМ произвольного пучка нужно подвергнуть его такому преобразованию вида (7), при котором весь механический ОУМ “вычтется”; то есть волновой фронт пучка должен быть сделан настолько близким к плоскому, насколько это возможно. Для этого нужно компенсировать эффективную кривизну волнового фронта \mathbf{K} (см. [8], стр. 630) и матрица коррекции должна иметь вид

$$\Omega = \mathbf{K} = \mathbf{M}_{11}^{-1} \left[\mathbf{M}_{12} + \mathbf{J} \frac{\text{Sp}(\mathbf{M}_{12} \mathbf{M}_{11} \mathbf{J})}{\text{Sp} \mathbf{M}_{11}} \right]. \quad (8)$$

При этом матрица \mathbf{M}_{12}^{out} становится антисимметричной, а ОУМ пучка, согласно (7) и (3), оказывается равным

$$\Lambda_\nu = -\frac{2\Phi}{c^2} \frac{\text{Sp}(\mathbf{M}_{12} \mathbf{M}_{11} \mathbf{J})}{\text{Sp} \mathbf{M}_{11}}. \quad (9)$$

Величина (9) сохраняется при преобразованиях типа (7), то есть она не может быть изменена путем квадратичной коррекции фазы; кроме того, в случае осесимметричного вихря (например, для ЛГ моды с матрицей моментов (4)) она совпадает с полным ОУМ (3). Это дает право считать (9) определением вихревой составляющей ОУМ асимметричного пучка с ОВ. Для пучка, образованного в результате фокусировки LG_0^1 -моды цилиндрической линзой, подстановка в (9) текущих значений матриц (5) и (6) позволяет описать эволюцию вихревой части ОУМ в пространстве за линзой:

$$\Lambda_\nu(z) = \frac{\Phi}{kc^2} \frac{1 - (\sigma/\eta) + \sigma^2}{1 - (\sigma/\eta) + \sigma^2 + (\sigma^2/2\eta^2)}. \quad (10)$$

Эта формула дает количественную характеристику вихревого ОУМ пучка. В частности, обращение Λ_ν в нуль соответствует “исчезновению” ОВ, а изменение знака Λ_ν означает инверсию знака вихря. Из (10) видно, что это происходит при $\sigma = (1 \pm \sqrt{1 - 4\eta^2})/2\eta$, то есть в тех точках оси Z , где

$$z = \frac{z_R}{2f_y} (z_R \pm \sqrt{z_R^2 - 4f_y^2}). \quad (11)$$

При $f_y < z_R/2$ существуют две такие “точки инверсии”, а при $f_y > z_R/2$ – ни одной (рис.1а). Критическое соотношение между фокусным расстоянием линзы и длиной Рэлея исходного пучка $f_y = z_R/2$ разделяет эти области; при его выполнении Λ_ν обращается в нуль только один раз на расстоянии $z_0 = z_R$. (рис.1б).

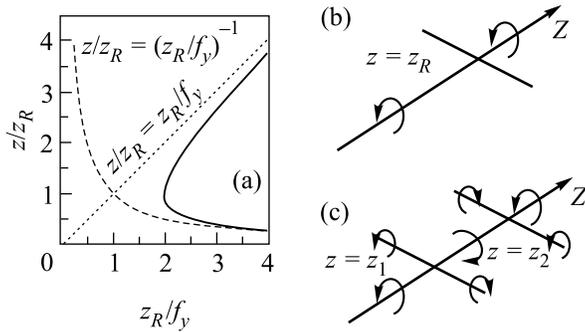


Рис.1. (а) Положение нулей Λ_ν (вихревая компонента ОУМ) в зависимости от соотношения z_R/f_y (непрерывная линия). Асимптоты показаны штриховыми линиями. (b) Диаграмма топологической реакции пересечения продольного ОВ с краевой дислокацией, вырожденный случай, знак вихря не меняется. (с) То же, случай двукратной инверсии, знак вихря меняется при каждом пересечении. Стрелки указывают направление циркуляции вектора Пойнтинга вокруг оси вихря

В определенных по формуле (11) плоскостях инверсии в поперечной структуре пучка возникает узловая линия, на которой амплитуда равна нулю. Это значит, что инверсия вихря имеет место в результате топологической реакции пересечения осевого ОВ с краевой дислокацией волнового фронта, представляющей собой “поперечный” ОВ [10] (рис.1с). При недостаточной оптической силе линзы краевые дислокации в пучке не возникают и инверсия знака ОВ не происходит. В любом случае в дальней зоне знак осевого ОВ совпадает со знаком исходного ОВ, что подтверждается расчетом фурье-преобразования пучка.

Каждое из пересечений приводит к инверсии как осевого, так и поперечного ОВ. Топология дислокаций однозначно определяет знаки зарядов вихрей (диаграмма на рис.1с). Подчеркнем, что изменение вихревой составляющей ОУМ компенсируется механической частью, величина которой при инверсии знака вихря может становиться больше исходной величины ОУМ пучка.

В экспериментах использовался пучок с осевым ОВ, сформированный при дифракции гауссова пучка He-Ne-лазера на специально синтезированной дифракционной решетке [11], дающей в первом порядке дифракции LG_0^1 -моду. С помощью сферической линзы пучок фокусировался в плоскость цилиндрической линзы. Диаметр пучка в перетяжке составлял 0.8 мм, что соответствует $z_R = 80$ см. Фокусное расстояние цилиндрической линзы составляло 33 см. Ось линзы была ориентирована вертикально. Распределения интенсивности и интерферограммы пучка на различ-

Рис.2. Распределения интенсивности и интерферограммы пучка с осевым ОВ: (а) исходный пучок; (b,c) пучок на расстоянии 29 см после линзы, интерферограмма пучка показывает присутствие анизотропного ОВ; (d,e) расстояние от линзы 67 см, знак вихря инвертирован; (f,g) расстояние 155 см, произошла вторичная инверсия знака

ных расстояниях представлены на рис.2. Положение ОВ регистрируется как расщепление интерференционной полосы [1]. Непосредственно после линзы осевой ОВ имеет тот же знак, что у исходного пучка, хотя становится анизотропным (рис.2b,c). Первая инверсия наблюдается за фокальной плоскостью

линзы (рис.2d,e). На интерферограмме расщепление интерференционной полосы направлено в противоположную сторону. Отметим общий поворот картины (по часовой стрелке), отражающий вклад механической части ОУМ. Вторая инверсия знака заряда вихря зарегистрирована на расстоянии 155 см (рис.2f,g). Затем вид распределения интенсивности существенно не меняется и знак заряда ОВ сохраняется.

Положения плоскостей инверсии ($z_1 \approx 40$ см и $z_2 \approx 144$ см) оказались близки к расчетным (42 см и 155 см соответственно). Отметим, что в реальном эксперименте точно определить положения плоскостей инверсии затруднительно, однако сам факт двукратной инверсии знака вихря и зависимость условий его наблюдения от поперечного размера исходного пучка и фокусного расстояния линзы был продемонстрирован достаточно отчетливо. Таким образом, концепция разделения ОУМ пучка на вихревую и механическую компоненты получила свое подтверждение. Предложенный подход может быть использован для анализа более сложных ситуаций, например дифракции пучков с ОВ [12].

В заключение отметим, что в общем случае астигматической линзы возможна также однократная инверсия знака ОВ. Для этого необходимыми условиями являются различные знаки f_x и f_y при соотношении с длиной Рэлея

$$|f_x f_y| < z_R^2. \quad (12)$$

Авторы благодарят И. В. Басистого за помощь в изготовлении синтезированной решетки и В. А. Пасько за выполнение расчетов.

1. M. Vasnetsov and K. Staliunas (eds.), *Optical Vortices*, Nova Science, NY, 1999.
2. M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen, and J. P. Woerdman, *Optics Commun.* **96**, 123 (1993).
3. L. Allen, M. J. Padgett, and M. Babiker, *Progress in Optics* **39**, 291 (1999).
4. M. S. Soskin and M. V. Vasnetsov, *Progress in Optics* **42**, 219 (2001).
5. G. Molina-Terriza, J. Recolons, J. P. Torres, and L. Torner, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 023902 (2001).
6. I. Freund, N. Shvartsman, V. Freilikher, *Optics Commun.* **101**, 247 (1993).
7. A. Ya. Bekshaev, *Mechanical properties of the light wave with phase singularity*, *Fourth Intern. Conf. on Correlation Optics*, SPIE Proc. **3904**, 131 (1999).
8. Ю. А. Ананьев, А. Я. Бекшаев, *Оптика и спектроскопия* **76**, 624 (1994).
9. M. J. Bastiaans, *J. Opt. Soc. Am.* **69**, 1710 (1979).
10. V. A. Pas'ko, M. S. Soskin, and M. V. Vasnetsov, *Optics Commun.* **198**, 49 (2001).
11. В. Ю. Баженов, М. В. Васнецов, М. С. Соскин, *Письма в ЖЭТФ* **52**, 1037 (1990).
12. М. В. Васнецов, И. Г. Мариенко, М. С. Соскин, *Письма в ЖЭТФ* **71**, 192 (2000).