Письма в ЖЭТФ, том 76, вып. 5, с. 328 – 332

Удержание атомов с невырожденным основным состоянием в трехмерной диссипативной оптической сверхрешетке

И. В. Краснов[1)], *С. П. Полютов*

Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения РАН, 660036 Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 15 июля 2002 г.

В рамках развитой кинетической теории выпрямленных радиационных сил найдены достаточные условия реализации метода чисто оптического (немагнитного) трехмерного (3D) конфаймента и охлаждения атомов с квантовым переходом $J = 0 \to J = 1$ в слабом поле взаимно-ортогональных бихроматических стоячих волн. Показано, что эффект глубокой устойчивой локализации атомов в ячейках эффективной световой сверхрешетки (с периодом, значительно большим длины волны света) достигается посредством контроля фазовых сдвигов (time-difference phase) временных осцилляций компонент поля с ортогональными направлениями поляризации и специального выбора параметров полей. Предложенная схема чисто оптического конфаймента может быть непосредственно использована для большой группы атомов типа изотопов Yb и щелочно-земельных элементов с четно-четными ядрами.

PACS: 32.80.–t, 42.50.Vk

Благодаря уникальным физическим приложениям, оптическая локализация атомов – важнейшее направление современных исследований явления резонансного светового давления [1 – 3].

Одно из самых успешных и плодотворных решений этой проблемы – удержание атомов в магнитооптической ловушке – МОЛ[2)] [4]. Неоднородное магнитное поле – неотъемлемый элемент МОЛ, так как именно оно позволяет “обойти” оптическую теорему Ирншоу (ОТИ) [5], утверждающую о невозможности устойчивой локализации атомов силами спонтанного светового давления в слабом (не насыщающем квантовый переход) резонансном поле. В работе [6] было продемонстрировано, каким образом можно обойти ОТИ чисто оптическими (немагнитными) методами, используя оптическую накачку атомов с вырожденным основным состоянием. Для атомов с угловым моментом основного состояния $J_g = 0$ данная схема не работает.

Между тем теорема ОТИ доказана [5] (обсуждение см. также в [6]) именно для атомов со *скалярной* линейной поляризуемостью, каковыми являются атомы с квантовым переходом $J_g = 0 \to J_e = 1$. На принципиальную возможность преодоления фундаментальных ограничений ОТИ (без наложения магнитного поля) для подобных атомов с помощью так называемых выпрямленных радиационных сил (ВС) в слабых[3)] бихроматических полях было указано в работе [7] (2D локализация) и работе [8] (3D локализация). Однако окончательное решение проблемы и выяснение конкретных практических условий достижения диссипативного оптического конфаймента этим способом требует обязательного учета квантовых флуктуаций ВС и влияния на ее пространственную структуру фаз полей.

В настоящей работе указанные факторы совместно учтены в рамках формализма атомной вигнеровской матрицы плотности для случая простейшей модели поля в виде взаимно-ортогональных бихроматических стоячих волн. Мы нашли *достаточные* условия (налагаемые на относительные сдвиги начальных фаз и параметры волн), которые обеспечивают глубокую устойчивую 3D локализацию атомов и тем самым гарантируют полное преодоление ограничений ОТИ (то есть подавление вихревой компоненты ВС и долговременное удержание частиц в сверхглубоких светоиндуцированных потенциальных ямах).

Исследуемая задача имеет также интересный научно-прикладной аспект, так как непосредственно связана с проблемой чисто оптического удержания большой группы атомов типа четно-четных изотопов Yb и щелочно-земельных элементов с квантовым переходом $J_g = 0 \to J_e = 1$ (такого типа сильные синглетные ${}^1S_0 - {}^1P_1$ и интеркомбинационные ${}^1S_0 - {}^3P_1$ переходы весьма эффективно использовались в экс-

[1)] e-mail: krasn@icm.krasn.ru

[2)] По своей природе МОЛ является диссипативной оптической ловушкой, так как в ней одновременно происходит охлаждение и удержание частиц.

[3)] Вопрос использования для локализации атомов выпрямленных градиентных (дипольных) сил в сильных бихроматических полях [7,9] мы здесь не рассматриваем.

периментах [10–12] с МОЛ). Эти атомы считаются чрезвычайно перспективными объектами для постановки новых фундаментальных экспериментов с холодными частицами (см. [10–13] и содержащиеся там ссылки). Подчеркнем, что для ряда важных физических приложений оптического конфайнмента атомов наличие магнитного поля (как в МОЛ) нежелательно [6, 9].

Рассмотрим ансамбль атомов в бихроматическом поле с комплексной амплитудой

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(\mathbf{r})e^{-i\Delta_0 t} + \mathbf{E}_1(\mathbf{r})e^{-i\Delta_1 t}, \qquad (1)$$

где Δ_0, Δ_1 – отстройки частот полей $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{E}_1$ от частоты $\omega_0 \gg |\Delta_0|, |\Delta_1|$ квантового перехода между основным (с угловым моментом $J_g = 0$) и возбужденным (с угловым моментом $J_e = 1$) состояниями атома.

Как показано в работах [7,8], *необходимым* условием устойчивого удержания атомов с рассматриваемым типом перехода в слабых бигармонических полях (предопределяющим подавление главной, квадратичной по полю вихревой составляющей ВС) является равенство нулю суммарных плотностей потоков излучения для каждой частоты моды поля:

$$\sum_j \langle \mathbf{J}_{j\alpha} \rangle = 0, \quad j = x, y, z, \quad \alpha = 0, 1,$$

где $\mathbf{J}_{j\alpha}$ – плотность потока энергии компонент поля в суперпозиции (1), поляризованных вдоль орта $\mathbf{e}_j$ декартовой системы координат и имеющих частотную расстройку, равную Δ_α, угловые скобки означают усреднение по микроскопическим пространственным осцилляциям с периодом порядка длины волны света. Этому условию удовлетворяет модель поля в виде суперпозиции взаимно ортогональных стоячих волн:

$$\begin{aligned} V_{x\alpha}(\mathbf{r}) &= V_\alpha e^{i\xi_{z\alpha}} \cos(k_\alpha z + \varphi_z), \\ V_{y\alpha}(\mathbf{r}) &= V_\alpha e^{i\xi_{x\alpha}} \cos(k_\alpha x + \varphi_x), \\ V_{z\alpha}(\mathbf{r}) &= V_\alpha e^{i\xi_{y\alpha}} \cos(k_\alpha y + \varphi_y), \end{aligned} \qquad (2)$$

где $V_{j\alpha}(\mathbf{r}) = d(\mathbf{e}_j \mathbf{E}_\alpha(\mathbf{r}))/\hbar$ – локальные частоты Раби, $d = ||d||/\sqrt{3}$, $||d||$ – приведенный матричный элемент дипольного момента перехода, $k_\alpha = (\omega_0 + \Delta_\alpha)/c$ – волновые числа, $\xi_{j\alpha}$ и φ_j – фазы временных и пространственных осцилляций компонент полей, V_α – их вещественные амплитуды. Заметим, что посредством подходящего выбора системы координат фазовые сдвиги пространственных осцилляций комплексных амплитуд полей, имеющих одинаковую поляризацию, но принадлежащих разным частотным модам, всегда можно сделать одинаковыми, поэтому в выражении (2) фазы φ_j не зависят от индекса α.

Состояние атомов, взаимодействующих с резонансным оптическим полем, будем описывать с помощью вигнеровской матрицы плотности $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ [1–2], которая в квазиклассическом пределе $\hbar k_\alpha \ll \ll mv$ (v, m – характерная скорость и масса атома) и представлении взаимодействия удовлетворяет следующему кинетическому уравнению

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \widehat{\gamma}\right)\widehat{\rho} = -i\left[\widehat{V}\widehat{\rho}\right] + \frac{1}{2m}\left\{\frac{\partial \widehat{V}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \widehat{\rho}}{\partial \mathbf{v}}\right\}, \qquad (3)$$

где $\hbar\widehat{V}$ – оператор дипольного взаимодействия атома с полем, $\widehat{\gamma}$ – оператор релаксации, учитывающий эффект отдачи при спонтанных переходах [1–2], а квадратные и фигурные скобки обозначают коммутатор и антикоммутатор. В дальнейшем удобно для анализа рассматривать $\widehat{\rho}$ в "декартовом" представлении [8], то есть в представлении базисных волновых функций (внутриатомного движения) основного φ^g и возбужденных состояний φ^e_j, в котором матричные элементы дипольного момента $\widehat{\mathbf{d}}$ перехода направлены по ортам декартовой системы координат:

$$\left\langle \varphi^e_j | \widehat{\mathbf{d}} | \varphi^g \right\rangle = \mathbf{e}_j d.$$

Тогда в резонансном приближении система уравнений (3) может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} &i\left(\frac{d}{dt} + \gamma_\perp\right)\rho_i = \sum_j q_{ij} V_j - \\ &-\frac{\hbar i}{2m}\sum_{j\neq i}\frac{\partial q_{ij}}{\partial \mathbf{v}} \cdot \frac{\partial V_j}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\hbar i}{4m} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial \mathbf{v}} \cdot \frac{\partial V_i}{\partial \mathbf{r}}, \\ &\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}, \quad Q_i = f + q_{ii} - \sum_{l\neq i} q_{ll}, \end{aligned} \qquad (4)$$

$$\begin{aligned} &i\left(\frac{d}{dt} + \gamma\right) q_{ij} = -i\gamma f \delta_{ij} + (\rho_i V_j^* - V_i \rho_j^*) - \\ &-\delta_{ij}\left(\sum_{l=x,y,z}\rho_l^* V_l - \text{c.c.}\right) + \delta_{ij}\frac{\hbar i}{2m}\sum_l\left(\frac{\partial \rho_l}{\partial \mathbf{v}} \cdot \frac{\partial V_l^*}{\partial \mathbf{r}} + \text{c.c.}\right) - \\ &-\frac{\hbar i}{2m}\left(\frac{\partial \rho_i}{\partial \mathbf{v}} \cdot \frac{\partial V_j^*}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial V_i}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \rho_j^*}{\partial \mathbf{v}}\right), \\ &\frac{df}{dt} + \left(\frac{\hbar}{m}\right)\sum_j\left(\frac{\partial \rho_j}{\partial \mathbf{v}} \cdot \frac{\partial V_j^*}{\partial \mathbf{r}} + \text{c.c.}\right) = D(\widehat{\rho}), \end{aligned} \qquad (5)$$

где γ – скорость распада возбужденного состояния, $\gamma_\perp = \gamma/2$, $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \text{Sp}(\widehat{\rho})$ – вигнеровская функция распределения частиц в фазовом пространстве $(\mathbf{r},\mathbf{v})$, $q_{ii}(\mathbf{r},\mathbf{v},t)$ и $\rho_i(\mathbf{r},\mathbf{v},t)$ имеют смысл плотности распределения разности заселенностей и проекций комплексной амплитуды индуцированного дипольного момента на оси декартовой системы координат, функции $q_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{v},t)$ при $i \neq j$ описывают эффекты когерентности между состояниями возбужденного атома, а член $\widehat{D}(\rho)$ в правой части уравнения (5) описывает эффект отдачи при спонтанных переходах в квазиклассическом пределе:

$$\widehat{D}(\widehat{\rho}) = \frac{\hbar^2 k^2}{5m^2}\gamma \sum_{i,j}\left(\delta_{ij}\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{v}^2} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{v}_i \partial \mathbf{v}_j}\right)\rho_{ij},$$

$$\rho_{ij} = q_{ij} + (\delta_{ij}/4)\left(f - \sum_l q_{ll}\right).$$

Пусть резонансные поля являются слабыми, а отстройки частот Δ_0 и Δ_1 не слишком близки друг к другу:

$$\left|\frac{V_{j\alpha}}{\nu_\alpha}\right|^2, \left|\frac{V_{j\alpha}^2}{\nu_1\nu_0}\right|, \left|\frac{V_{j\alpha}^2}{\nu_\alpha\gamma}\right| \le g \ll 1, \tag{6}$$

$$\delta = |\Delta_1 - \Delta_0| \gg g|\nu_\alpha|,$$

где $\nu_\alpha = \Delta_\alpha + i\gamma_\perp$.

Тогда малы заселенности возбужденных состояний и штарковские сдвиги энергетических уровней [8], а функция распределения (ФР) может быть представлена в виде суммы медленно изменяющейся (за характерные времена $t > \tau = (\omega_R g)^{-1}$, $\omega_R = \hbar k^2/2m$, $k = \omega_0/c$) основной компоненты $\bar{f}$ и малой быстроосциллирующей (с характерными частотами $\Omega_1 \gg \tau^{-1}$) малой добавки к ней $\tilde{f}$ (сравни с [14]):

$$f = \bar{f} + \tilde{f},\ \left|\tilde{f}/\bar{f}\right| \ll \frac{\hbar k}{mv} \lesssim \sqrt{\frac{\omega_R}{\gamma}} \ll 1. \tag{7}$$

При этом элементы матрицы плотности, описывающие светоиндуцированные внутренние движения в атоме, могут быть исключены из системы уравнений (4), (5) посредством разложения по степеням поля (фактически по параметру $g \ll 1$) следующей структуры:

$$\rho_j = \rho_j^{(1)}(\mathbf{r},\mathbf{v},t|\bar{f}(\mathbf{r},\mathbf{v},t)) + \rho^{(3)}(\mathbf{r},\mathbf{v},t|\bar{f}(\mathbf{r},\mathbf{v},t)) + \cdots,$$

$$q_{ij} = -\delta_{ij}\bar{f} + \bar{q}_{ij}^{(2)}(\mathbf{r},\mathbf{v},t|\bar{f}(\mathbf{r},\mathbf{v},t)) + \cdots, \tag{8}$$

где $\rho_j^{(\sigma)}$, $q_{ij}^{(\sigma)}$ – линейные дифференциальные операторы, действующие на $\bar{f}$, а верхний индекс обозначает порядок малости соответствующих членов по параметру $g \ll 1$.

Ограничимся в дальнейшем случаем медленных атомов $kv \ll \gamma$ и учтем, что в данной задаче (как мы увидим) температура атомов T (в энергетических единицах), соответствующая допплеровскому пределу охлаждения, всегда значительно превышает глубину микроскопических потенциальных ям, порождаемых действием быстроосциллирующих (с периодом $\sim 1/k$) градиентных сил

$$T \gg U_g \sim \hbar\gamma g, \tag{9}$$

так как $T \gtrsim \hbar\gamma/2$. Используя разложение (8) и дополнительное осреднение ФР по мелкомасштабным пространственным осцилляциям с периодом порядка длины волны света (справедливое при условии (9)), приходим к следующему уравнению Фоккера – Планка для ФР (для осредненной ФР сохраняем исходное обозначение):

$$\frac{df}{dt} + \frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}}\left(\mathbf{F}_{1R} + \mathbf{F}_R\right) f = \sum_{ij} D_{ij}\frac{\partial^2 f}{\partial v_i \partial v_j}, \tag{10}$$

где линейная по скорости сила $\mathbf{F}_{1R}$ и ВС $\mathbf{F}_R$ соответственно, совпадают с общими формулами (11), (12) работы [8], полученными в рамках простой модели заданного движения, а тензор скоростной диффузии D_{ij}, во втором порядке по полю, определяется формулой ($r_i = \mathbf{r}\mathbf{e}_i$)

$$D_{ij} = \frac{\hbar^2\gamma}{5}\left\langle \sum_{\alpha=0}^{1}\left\{\frac{5}{2}\sum_l \frac{1}{|\nu_\alpha|^2}\cdot\frac{\partial V_{l\alpha}^*}{\partial r_i}\cdot\frac{\partial V_{l\alpha}}{\partial r_j} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{k^2}{2}\cdot\frac{V_{i\alpha}V_{j\alpha}^*}{|\nu_\alpha|^2} + \frac{k^2}{2}\delta_{ij}\left(\frac{|V_{i\alpha}|^2}{|\nu_\alpha|^2} + 2\sum_l\frac{|V_{l\alpha}|^2}{|\nu_\alpha|^2}\right)\right\}\right\rangle.$$

Для исследуемого случая полей вида (2) имеем

$$\mathbf{F}_{1R} = -m\kappa\mathbf{v}, \quad \kappa = -\frac{\hbar k^2\gamma}{m}\left[\frac{V_0^2\Delta_0}{|\nu_0|^4} + \frac{V_1^2\Delta_1}{|\nu_1|^4}\right], \tag{11}$$

$$\mathbf{F}_R = -\nabla U + \mathrm{rot}\mathbf{A}, \tag{12}$$

$$D_{ij} = D\delta_{ij},\ D = \left(\frac{\hbar k}{m}\right)^2\frac{\gamma}{2}\left(\frac{V_0^2}{|\nu_0|^2} + \frac{V_1^2}{|\nu_1|^2}\right), \tag{13}$$

где скалярный $U(\mathbf{r})$ и векторный $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ потенциалы ВС определяются выражениями

$$U = -\frac{\hbar k\Gamma_1 V_0^2 V_1^2}{4\delta k\,|\nu_0|^2\,|\nu_1|^2}\left\{\sum_j \cos(2\delta k\mathbf{e}_j\mathbf{r}) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\cos\Psi_{ij}(\cos[\delta k(\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j)\mathbf{r}] + \cos[\delta k(\mathbf{e}_i + \mathbf{e}_j)\mathbf{r}])\right\},$$

$$\mathbf{A} = -\frac{\hbar k \Gamma V_0^2 V_1^2}{2\delta k |\nu_0|^2 |\nu_1|^2} \times$$

$$\times \{\mathbf{e}_y \sin\Psi_{zx}(\cos[\delta k(z-x)] - \cos[\delta k(z+x)]) +$$

$$+\mathbf{e}_x \sin\Psi_{yz}(\cos[\delta k(y-z)] - \cos[\delta k(y+z)]) +$$

$$+\mathbf{e}_z \sin\Psi_{xy}(\cos[\delta k(x-y)] - \cos[\delta k(x+y)])\},$$

$$\delta k = k_1 - k_0, \qquad \Psi_{ji} = (\xi_{j1} - \xi_{i1}) - (\xi_{j0} - \xi_{i0}),$$

$$\Gamma_1 = \gamma\gamma_\perp(\Delta_1 - \Delta_0)\left(\frac{1}{|\nu_1|^2} + \frac{1}{|\nu_1|^2}\right),$$

$$\Gamma = (\Delta_1\Delta_0 + \gamma_\perp^2)\left(\frac{\gamma}{|\nu_1|^2} + \frac{\gamma}{|\nu_0|^2}\right). \qquad (14)$$

Таким образом, квадратичная по полю сила $\mathbf{F}_{1R}$ есть сила трения, а ВС $\mathbf{F}_R$, возникающая в четвертом порядке по полю, имеет в общем случае потенциально-вихревой характер и обусловлена интерференционными эффектами в резонансном световом давлении [7,8], что, в частности, проявляется в зависимости ее пространственной структуры от относительных фазовых сдвигов стоячих волн: $(\xi_{j\alpha} - \xi_{i\alpha})$. При этом вихревая компонента ВС определяется корреляторами (четвертого порядка по полю) смешанных произведений проекций амплитуд полей и их производных, относящихся к стоячим волнам как разных частотных мод, так и разных поляризаций (в обозначениях работы [8] членами в выражении для ВС $\propto \langle \mathbf{J}_\alpha^{jl} I_{\alpha'}^{lj} \rangle$, $\alpha \neq \alpha'$, $j \neq l$).

Даже в режиме передемпфированного движения, когда $\Omega^2/\kappa^2 = \varepsilon \sim \gamma\delta k/\omega_R k \ll 1$ $(\Omega^2 \sim F\delta k/m)$, вихревая компонента ВС $\mathrm{rot}\mathbf{A}$ может приводить к неустойчивому движению (механизм проявления ОТИ!) и препятствовать локализации частиц [7,8]. Покажем, что управление относительными фазовыми сдвигами $\xi_{j\alpha} - \xi_{i\alpha}$ бихроматических полей вида (2) позволяет успешно решить данную проблему. Заметим, что для случая двух пересекающихся монохроматических стоячих волн (поляризованных вдоль одного направления) управление пространственной структурой радиационных сил посредством вариации относительных фазовых сдвигов волн было убедительно продемонстрировано в экспериментах [15].

Пусть фазовые сдвиги компонент бихроматического поля подчинены условию (n_1 и n_2 – произвольные целые числа)

$$\Psi_{zx} = 2\pi n_1, \qquad \Psi_{yz} = 2\pi n_2, \qquad (15)$$

которое, в частности, всегда выполнено, если разности фаз волн с ортогональными направлениями поляризации, $\xi_{j\alpha} - \xi_{i\alpha}$, кратны π: $\xi_{j\alpha} - \xi_{i\alpha} = \pi m_{ij}$, где m_{ij} – произвольные целые числа одинаковой четности. Тогда $\sin\Psi_{ij} = 0$, $\cos\Psi_{ij} = 1$ и как следует из (12), (14), ВС оказывается чисто потенциальной ($\mathbf{A} = 0$) и может порождать при $\kappa > 0$ кубическую объемноцентрированную сверхрешетку (с периодом $L = \pi/\delta k \gg \lambda = 2\pi/k$) атомов, локализованных в потенциальных ямах с характерной глубиной

$$U_0 \cong \frac{\hbar\omega_0}{2}\left(\frac{\gamma^2}{|\nu_1|^2} + \frac{\gamma^2}{|\nu_0|^2}\right)\frac{V_1^2 V_0^2}{|\nu_1|^2\,|\nu_0|^2}. \qquad (16)$$

Действительно, в этом случае при $\kappa > 0$ уравнение Фоккера – Планка (10) допускает стационарное решение больцмановского вида:

$$f(\mathbf{r},\mathbf{v}) \propto e^{-E(\mathbf{r})/T}, \; E(\mathbf{r}) = \frac{m\mathbf{v}^2}{2} + U(\mathbf{r}),$$

$$T = \frac{mD}{\kappa} = -\frac{\hbar}{2}(g_0 + g_1) \bigg/ \left(\frac{g_0\Delta_0}{|\nu_0|^2} + \frac{g_1\Delta_1}{|\nu_1|^2}\right), \qquad (17)$$

$$g_\alpha = V_\alpha^2/|\nu_\alpha|^2.$$

Из уравнений (17) следует критерий глубокой локализации атомов в ячейках сверхрешетки

$$\eta = U_0/T \gg 1,$$

при выполнении которого размеры локализованных сгустков атомов оцениваются величиной $r_0 \sim \sim 1/\delta k\eta^{1/2} \ll 1/\delta k \sim L$. Параметр локализации η является, таким образом сложной функцией амплитуд и частотных расстроек полей: $\eta = \eta(\Delta_1, \Delta_2, V_1, V_2)$. Степень устойчивости глубокой ($\eta \gg 1$) локализации атомов характеризуется средним временем жизни атома в отдельной ячейке сверхрешетки (определяемым временем диффузии частиц из одной ямы в другую), для которого имеет место оценка

$$\tau > \tau_0 \frac{\pi^{5/2}}{8}\left(\frac{1}{\eta}\right)^{3/2} e^{\eta}, \quad \tau_0 = (4D_s\delta k^2)^{-1}, \qquad (18)$$

где $D_s \simeq D/\kappa^2$ – коэффициент пространственной диффузии атомов в поле радиационных сил и τ_0 имеет смысл времени жизни частицы в так называемой вязкой оптической ловушке (“optical molasses”) с размерами $L/2$ (см., например [2]). Оценка (18) получена из(10) в пределе ($\varepsilon \ll 1$) передемпфированности движения частиц (который достигается в большинстве реальных ситуаций [8]) на основе аппроксимации границы области притяжения устойчивого узла ВС поглощающей атомы сферой радиуса $L/2$. Говорить об устойчивой локализации атомов в сверхрешетке, очевидно, имеет смысл, если τ значительно превышает время жизни вязкого конфаймента, то есть при $(1/\eta)^{3/2}e^{\eta} \gg 1$.

Для проведения конкретных оценок, демонстрирующих реальную возможность глубокой локализации атомов, выбор частот и амплитуд полей подчиним следующим условиям

$$\Delta_0 = -\frac{\gamma}{2},\ |\Delta_1| \gg \gamma, \tag{19}$$

$$|V_{j1}|^2/|\nu_1\nu_0| \sim |V_{j0}/\nu_0|^2 \sim g \simeq 2\cdot 10^{-2} \ll 1.$$

Тогда только поле $\mathbf{E}_0$ ответственно за процесс охлаждения (так как $g_1 \ll g_0$), $T \simeq \hbar\gamma/2$, частотная расстройка Δ_1 поля $\mathbf{E}_1$ определяет период сверхрешетки, (так как $\delta k \simeq \Delta_1/c$) и выполнены все условия (6) применения теории возмущений ($|\rho_j^{(3)}/\rho^{(1)}| \sim$ ~ 0.1). Параметр степени локализации атомов η при этом определяется только отношением частоты перехода к отстройке Δ_1:

$$\eta \simeq \frac{\omega_0}{|\Delta_1|}\cdot 6\cdot 10^{-4},$$

а требуемые для локализации частиц интенсивности J_α полей с частотной отстройкой Δ_α связаны с интенсивностью излучения насыщающей квантовый переход J_s простыми формулами: $J_0 = J_s\cdot 10^{-2}$, $J_1 = \sqrt{2}\cdot 10^{-2}(|\Delta_1|/\gamma)J_s$. Например, для синглетного перехода ${}^1S_0 - {}^1P_1$ атома иттербия с $\lambda = 398.8$ нм, $\gamma = 1.8\cdot 10^8\,\text{с}^{-1}$ и расстройке $|\Delta_1| \sim 2\cdot 10^{11}\,\text{с}^{-1}$ имеем следующие оценки: $L \simeq 0.5$ см, $\eta = 14$, $r_0 \sim 0.1$ см, $\tau_0 \simeq 0.01$ с, $\tau \sim 250$ с, $T = 7.2\cdot 10^{-4}$ К, $J_0 \sim 0.6$ мВт/см^2, $J_1 \simeq 0.8$ Вт/см^2. При этой же расстройке квазирезонансного поля Δ_1 и использования интеркомбинационного перехода [11] ${}^1S_0 - {}^3P_1$ с $\lambda = 555.6$ нм и $\gamma \sim 1.2\cdot 10^6\,\text{с}^{-1}$ имеем $L \simeq 0.5$ см, $\eta \sim 10$, $r_0 \sim 0.1$ см, $\tau_0 \sim 1$ с, $\tau \sim 250$ с, $T = 5$ мкК (!), $J_0 = 1.4\cdot 10^{-6}$ Вт/см^2, $J_1 = 280$ мВт/см^2.

Таким образом условия локализации атомов хорошо выполнены для весьма малых интенсивностей. Уменьшение расстройки $|\Delta_1|$ до меньших значений позволяет увеличить параметр локализации η и уменьшить интенсивность J_1 квазирезонансного поля. При этом для реализации конфаймента атомов может оказаться необходимым увеличение поперечных размеров R лазерных пучков в силу условия $R > 1/\delta k$.

Заметим в заключение, что подавить вихревую компоненту ВС атомов в бихроматическом поле вида (2) при произвольных относительных фазовых сдвигах стоячих волн можно посредством целенаправленного выбора расстроек полей (см. выражения (12), (14)): $\Delta_1\Delta_0 = -\gamma_\perp^2$. Однако в подобной ситуации из-за "жесткой" связи расстроек частот полей друг с другом весьма затруднительно удовлетворить условию устойчивости ($\eta \gg 1$) при реалистических параметрах сверхрешеток. В частности, оказывается недостижимым режим удержания атомов, соответствующий условиям (19), при котором охлаждение до предельных температур $\sim \hbar\gamma$ сочетается с устойчивой глубокой локализацией и относительно малым ($L < 1$ см) регулируемым периодом сверхрешетки.

Действие вихревой компоненты ВС подавляется также при некоррелированных флуктуирующих фазах стоячих волн с ортогональными направлениями поляризации (в суперпозиции (2)), получаемых, например, с помощью независимых источников лазерного излучения. Условия локализации при этом ухудшаются из-за уменьшения глубины светоиндуцированных потенциальных ям, а относительные фазовые сдвиги волн полностью теряют свою роль управляющих параметров.

Работа выполнена при финансовой поддержке Красноярского краевого фонда науки (грант # 11F0036C).

1. В. Г. Миногин, В. С. Летохов, *Давление лазерного излучения на атомы*, М: Наука, 1986.
2. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев, *Механическое действие света на атомы*, М: Наука, 1991.
3. V. I. Balykin, V. G. Minogin, and V. S. Letokhov, Rep. Prog. Phys. **63**, 1429 (2000).
4. E. Raab, M. Prentiss, S. Chu, and D. Pritchhard, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
5. A. Ashkin and J. P. Gordon, Opt. Lett. **8**, 511 (1983).
6. P. Bouyer, P. Lemonde, M. Ben Dahan et al., Europhys. Lett. **27**, 569 (1994).
7. A. P. Kazantsev and I. V. Krasnov, JOSA **B6**, 2140 (1989).
8. С. А. Гаврилюк, И. В. Краснов, С. П. Полютов, ЖЭТФ **120**, 1135 (2001).
9. G. Wasik and R. Grimm, Opt. Comm. **137**, 406 (1997).
10. K. Honda, Y.Takahasi , T. Kuwamoto et al., Phys. Rev. **A59**, R934 (1999).
11. T. Kuwamoto, K. Honda et al., Phys. Rev. **A60**, R745 (1999).
12. J. Grunert and A. Hemmerich, Phys. Rev. **A65**, 041401(R) (2002).
13. E. A. Curtis, C. W. Oates, and L. Holberg, Phys. Rev. **A64**, 031403-1 (2001).
14. I. V. Krasnov, Laser Phys. **4**, 906 (1994).
15. A. Hemmerich, D. Schropp, and T. W. Hansh, Phys. Rev. **A44**, 1910 (1991).