

# Формирование светового поля с подавленными фотонными флуктуациями нелинейно-оптическим методом

А. В. Никандров<sup>1)</sup>, А. С. Чиркин<sup>1)</sup>

Московский Государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 июля 2002 г.

Развита квантовая теория процесса оптического параметрического усиления при низкочастотной накачке, который реализуется в нелинейных фотонных кристаллах при последовательных взаимодействиях световых волн с кратными частотами. Прослежено пространственное изменение среднего числа фотонов и фактора Фано на сигнальной и дополнительной частотах. Показано, что на частоте сигнала, которая в 1.5 раза выше частоты накачки, можно сформировать поле с субпуассоновской статистикой фотонов.

PACS: 42.50.Dv, 42.65.Ky

Основная цель настоящего письма – обратить внимание на возможность создания нелинейно-оптическими методами полей с уровнем фотонных флуктуаций меньше, чем для когерентного излучения. Причем это достигается без использования обратной связи и имеет место в световом поле на выходе нелинейно-оптического кристалла. Речь идет о последовательных трехчастотных взаимодействиях световых волн с кратными частотами  $\omega$ ,  $2\omega$  и  $3\omega$  в нелинейных фотонных кристаллах (НФК), то есть в оптических кристаллах с периодической модуляцией лишь нелинейной восприимчивости (см. обзор [1]). Такая нелинейная решетка создается, например, в нелинейно-оптических кристаллах с регулярной доменной структурой или периодически поляризованных кристаллах.

Хорошо известно [2, 3], что ослабление интенсивности света, а также усиление света (в лазере или в оптическом параметрическом усилителе при низкочастотной накачке) происходит либо с сохранением статистики фотонов, либо с ростом уровня фотонных флуктуаций. В рассмотренном ниже нелинейно-оптическом способе, использующем фазовую чувствительность параметрического процесса при низкочастотной накачке, уменьшение числа фотонов сигнальной волны сопровождается подавлением фотонных флуктуаций сигнала. Это обстоятельство радикально отличает рассматриваемый параметрический процесс от традиционного параметрического процесса при высокочастотной накачке.

Рассмотрим в НФК последовательное взаимодействие световых волн с кратными частотами  $\omega$ ,  $2\omega$  и  $3\omega$ . Будем считать, что интенсивная волна накачки имеет частоту  $2\omega$ , а сигнальная волна – частоту  $3\omega$

(рис.1). Пусть один из нелинейно-оптических про-

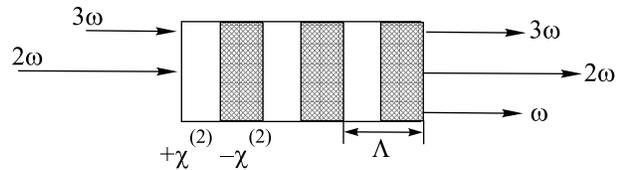


Рис.1. Схема оптического параметрического усиления при низкочастотной накачке в НФК. Волна накачки имеет частоту  $2\omega$ , волна сигнала – частоту  $3\omega$  ( $\chi^{(2)}$  – квадратичная нелинейность). На выходе кристалла, помимо волн накачки и сигнала, появляется дополнительная волна с частотой  $\omega$

цессов есть процесс параметрического преобразования частоты вниз

$$2\omega \rightarrow \omega + \omega, \tag{1}$$

а другой – процесс смешения оптических частот

$$\omega + 2\omega \rightarrow 3\omega. \tag{2}$$

Фазовые расстройки для процессов (1), (2)

$$\Delta k_2 = k_2 - 2k_1, \quad \Delta k_3 = k_3 - k_2 - k_1 \tag{3}$$

в НФК, например в ниобате лития [1], могут быть скомпенсированы вектором обратной нелинейной “решетки” (условия коллинеарного квазисинхронизма)

$$\Delta k_2 = 2\pi m_2 / \Lambda, \quad \Delta k_3 = 2\pi m_3 / \Lambda, \tag{4}$$

где  $k_j = k(j\omega)$  – волновое число на частоте  $j\omega$ ; числа  $m_j = \pm 1, \pm 3, \dots$  характеризуют порядок квазисинхронизма,  $\Lambda$  – период модуляции нелинейной восприимчивости. При выполнении условий (4) в рассмотренных последовательных взаимодействиях реализуется параметрический процесс при низкочастотной

<sup>1)</sup>e-mail: avn@squeeze.phys.msu.su; chirkin@squeeze.phys.msu.su

накачке [4]. Отметим, что последовательные взаимодействия к настоящему времени реализованы в кристаллах КТР и  $\text{LiNbO}_3$  [1].

Покажем, что если на вход НФК подать когерентный сигнал с частотой  $3\omega$ , то на выходе можно получить сигнал с субпуассоновской статистикой фотонов. Для квантового описания протекающих нелинейно-оптических процессов в пространстве следует пользоваться оператором импульса поля [5]. Оператор импульса, связанный с процессами (1), (2), в приближении заданного поля классической накачки имеет вид [6]

$$G_I = \hbar[\beta_2 a_1^{+2} + \beta_2^* a_1^2 + \beta_3 a_3^+ a_1 + \beta_3^* a_3 a_1^+], \quad (5)$$

где  $a_j, a_j^+$  – операторы уничтожения и рождения фотонов с коммутационными соотношениями  $[a_j, a_k^+] = \delta_{jk}$ ,  $[a_j, a_k] = 0$ ;  $\beta_j$  – эффективный нелинейный коэффициент связи волн ( $j = 1, 3$ ). Выражение (5) для НФК справедливо при условии малого усиления на длине  $\Lambda$ ,  $\beta_2 \Lambda \approx \beta_3 \Lambda \ll 1$ .

В представлении взаимодействия динамика операторов  $a_j$  дается уравнением Гейзенберга

$$i\hbar \frac{da_j}{dz} = [G_I, a_j] \quad (j = 1, 3). \quad (6)$$

Поскольку основной интерес представляет волна с частотой  $3\omega$ , то рассмотрим случай  $|\beta_3| > |\beta_2|$ , для которого решение уравнений (6) имеет вид

$$\begin{aligned} a_3(z) &= u_-(z)a_{30} - ie^{3i\varphi} F_-(z)a_{30}^+ - \\ &\quad - ie^{i\varphi} G_+(z)a_{10} - e^{2i\varphi} G_-(z)a_{10}^+, \\ a_1(z) &= -e^{-i\varphi} G_+(z)a_{30} + e^{2i\varphi} G_-(z)a_{30}^+ + \\ &\quad + u_+(z)a_{10} - ie^{i\varphi} F_+(z)a_{10}^+. \end{aligned} \quad (7)$$

Значения операторов  $a_{j0}$  и  $a_{j0}^+$  соответствуют входу нелинейной среды,  $\varphi = \arg\beta_2 = \arg\beta_3$  – фаза накачки, а функции в (7) определяются выражениями

$$\begin{aligned} u_{\pm}(z) &= \cosh(|\beta_2|z) \cos(\gamma z) \pm \kappa \varepsilon \sinh(|\beta_2|z) \sin(\gamma z), \\ F_{\pm}(z) &= \pm \sinh(|\beta_2|z) \cos(\gamma z) + \\ &\quad + \kappa \varepsilon \cosh(|\beta_2|z) \sin(\gamma z), \\ G_{\pm}(z) &= 0.5\kappa[e^{(|\beta_2|z)} \pm e^{-(|\beta_2|z)}] \sin(\gamma z), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\kappa = 1/\sqrt{1 - \varepsilon^2}$ ,  $\varepsilon = |\beta_2/\beta_3|$ ,  $\gamma = \sqrt{|\beta_3|^2 - |\beta_2|^2}$ .

Для нашей задачи начальным условием является: поле на частоте  $\omega$  в вакуумном состоянии  $|0\rangle_1$  и поле на частоте  $3\omega$  в когерентном состоянии  $|\alpha\rangle_3$ , то есть квантовое состояние поля на входе НФК имеет

вид  $|\psi(0)\rangle = |0\rangle_1 |\alpha\rangle_3$ ,  $\alpha = |\alpha| e^{i\varphi_{30}}$ ,  $|\alpha| = \sqrt{\langle n_{30} \rangle}$ , где  $\langle n_{30} \rangle$  – среднее число фотонов сигнала,  $\varphi_{30}$  – фаза сигнальной волны.

Динамика среднего числа фотонов в НФК определяется выражениями

$$\begin{aligned} \langle n_1 \rangle &= \langle n_{30} \rangle (G_+^2 + G_-^2 - 2G_+ G_- \sin(3\varphi - 2\varphi_{30})) + \\ &\quad + G_-^2 + F_+^2, \\ \langle n_3 \rangle &= \langle n_{30} \rangle (u_-^2 + F_-^2 + 2u_- F_- \sin(3\varphi - 2\varphi_{30})) + \\ &\quad + G_+^2 + F_-^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Члены, не входящие в круглые скобки в (9), связаны с вакуумными флуктуациями, и их вклад уменьшается с ростом  $\langle n_{30} \rangle$ . Из выражений (9) видно, что средние числа фотонов зависят от соотношения фаз накачки  $\varphi$  и сигнала  $\varphi_{30}$ , то есть рассматриваемый процесс обладает фазовой чувствительностью. Если произведения  $G_+ G_-$  и  $u_- F_-$  имеют одинаковые знаки, то среднее число фотонов на частотах  $\omega$  и  $3\omega$  меняется в противофазе в зависимости от фазового соотношения  $(3\varphi - 2\varphi_{30})$ , то есть максимум  $\langle n_1 \rangle$  соответствует минимуму  $\langle n_3 \rangle$  и наоборот. Поскольку всегда  $G_+ G_- > 0$ , то рассмотренное поведение среднего числа фотонов зависит от знака  $u_- F_-$ . Согласно (8),  $u_- F_- > 0$  при небольших значениях параметра  $|\beta_2|z$ .

Рис.2 иллюстрирует немонотонную зависимость средних чисел фотонов  $\langle n_1 \rangle$  и  $\langle n_3 \rangle$  от длины взаимодействия при фазовом соотношении  $(3\varphi - 2\varphi_{30}) = \pi/2$ , для которого значения  $\langle n_1 \rangle$  и  $\langle n_3 \rangle$  экстремальны. Из рис.2б следует, что среднее число фотонов на частоте  $3\omega$  сначала уменьшается с ростом длины взаимодействия, а затем, при значении  $|\beta_2|z \gtrsim 1.5$ , нарастает. Поведение среднего числа фотонов на частоте  $\omega$  более сложное (рис.2а). Здесь в случае кривых 1 и 2 сначала наблюдается рост среднего числа фотонов, затем его спад после значения  $|\beta_2|z \gtrsim 0.5$  и потом снова происходит рост.

Таким образом, при небольших длинах взаимодействия  $|\beta_2|z \lesssim 1.5$  в обсуждаемом процессе имеет место не усиление сигнала, а его "затухание", связанное с преобразованием сигнальных фотонов в фотоны с частотой  $\omega$ , то есть происходит генерация разностной частоты ( $3\omega - 2\omega \rightarrow \omega$ ). Усиление сигнала на этой частоте реализуется, когда становится существенным процесс параметрического преобразования частоты вниз (1), который сопровождается процессом смещения оптических частот (2). Конкуренция этих двух процессов может приводить, по видимому, к некоторому уменьшению уровня флуктуаций фотонов на частоте  $3\omega$  (см. ниже).

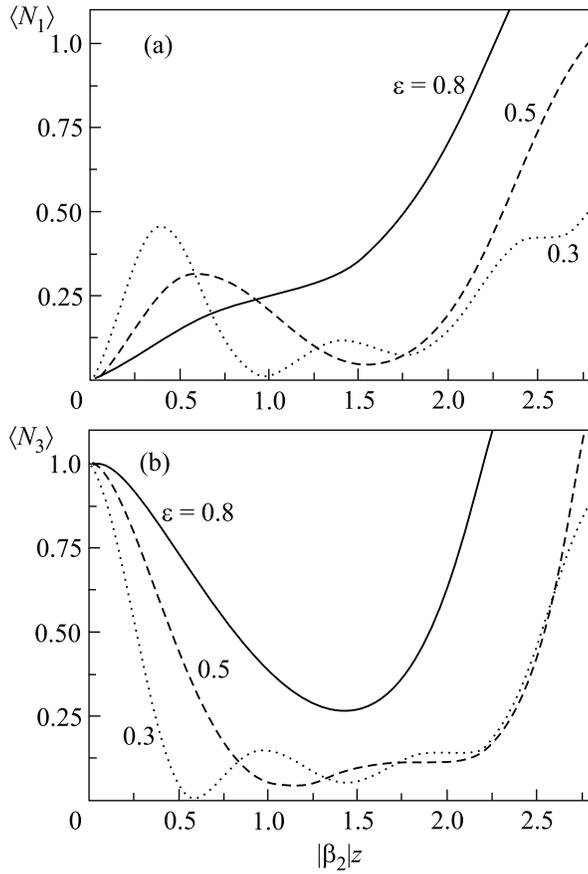


Рис.2. Зависимость нормированного среднего числа фотонов  $\langle N_1 \rangle$  (а) и  $\langle N_3 \rangle$  (б) на частотах  $\omega$  и  $3\omega$ , соответственно, от приведенной длины взаимодействия  $|\beta_2|z$  для разных значений  $\varepsilon = |\beta_2/\beta_3|$ . Расчеты кривых и нормировка средних чисел фотонов произведены для начального среднего числа сигнальных фотонов  $\langle n_{30} \rangle = 100$ ,  $\langle N_j \rangle = \langle n_j \rangle / \langle n_{30} \rangle$

Фазовое соотношение  $(3\varphi - 2\varphi_{30}) = \pi/2$  примечательно также тем, что в этом случае на частоте  $3\omega$  имеет место максимальное подавление флуктуаций фотонов. При этом фактор Фано принимает вид

$$\mathcal{F}_3 = \frac{1}{\langle n_3 \rangle} \{ \langle n_{30} \rangle (u_- + F_-)^2 [(G_+ - G_-)^2 + (u_- - F_-)^2] + 4u_- F_- + 2u_-^2 F_-^2 + 2G_-^2 G_+^2 + (F_- G_+ - u_- G_-)^2 \}. \quad (10)$$

Графики зависимостей фактора Фано (10) представлены на рис.3. Видно, что имеется область значений  $|\beta_2|z$ , зависящая от отношения нелинейных коэффициентов связи  $\varepsilon = |\beta_2/\beta_3|$ , где статистика флуктуаций фотонов субпуассоновская (значение  $\mathcal{F}_3 < 1$ ), причем для рассмотренных параметров задачи минимальное значение фактора Фано  $\mathcal{F}_3 \approx 0,6$ . Анализ показал, что статистика фотонов на частоте  $\omega$  при этом оказывается суперпуассоновской (значение

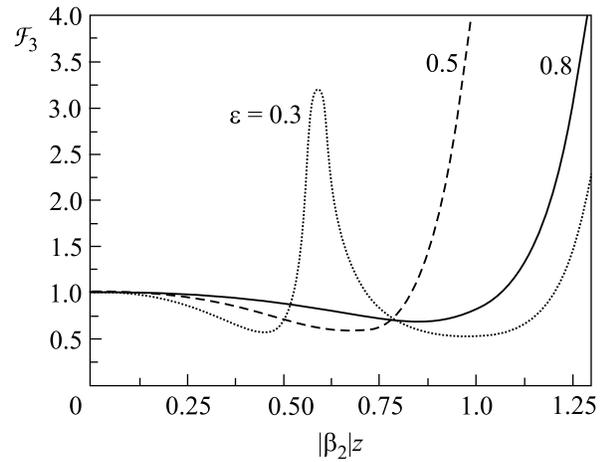


Рис.3. Зависимость фактора Фано  $\mathcal{F}_3$  на частоте  $3\omega$  от приведенной длины взаимодействия  $|\beta_2|z$  для разных значений  $\varepsilon = |\beta_2/\beta_3|$ . Кривые построены для  $\langle n_{30} \rangle = 100$

$\mathcal{F}_1 > 1$ ) при любом фазовом соотношении  $(3\varphi - 2\varphi_{30})$ . Следует заметить, что если на вход НФК сигнальная волна не подается ( $\langle n_{30} \rangle = 0$ ), то на выходе статистика фотонов на частотах  $\omega$  и  $3\omega$  суперпуассоновская [7].

Основным результатом настоящей работы является разработка квантовой теории процесса, реализуемого при последовательных волновых взаимодействиях, в котором интенсивная волна накачки параметрическим образом взаимодействует с сигнальной волной, имеющей частоту в 1.5 раза больше частоты накачки. При этом в режиме уменьшения интенсивности сигнала на выходе НФК можно получить излучение с субпуассоновской статистикой фотонов.

Согласно развитой теории, поля с субпуассоновской статистикой фотонов могут формироваться при  $|\beta_2|z \approx 1$  (см. рис.3). Оценим интенсивность накачки, для которой это условие выполняется, например, для НФК  $\text{LiNbO}_3$ , когда все взаимодействующие волны являются необыкновенными. В этом случае нелинейный коэффициент  $\beta_2 = 8\pi\chi^{(2)}|A_2|/\lambda n m_2$ , где  $\chi^{(2)} = d_{33} = 34$  пм/В – тензор квадратичной восприимчивости,  $A_2$  и  $\lambda$  – амплитуда и длина волны накачки,  $n$  – показатель преломления на этой длине волны. Пусть  $\lambda = 0.5$  мкм,  $m_2 = 3$  и  $z = 1$  см. Тогда  $|A_2| \approx 3 \cdot 10^3$  В/см и интенсивность накачки  $I_2 \approx 10^4$  Вт/см<sup>2</sup>, что вполне достижимо в эксперименте. Что касается отношения нелинейных коэффициентов связи  $\varepsilon = |\beta_2/\beta_3|$ , то оно практически определяется отношением порядков квазисинхронизма  $\varepsilon \approx m_2/m_3$ .

Проведенный анализ показывает, таким образом, что предложенный нелинейно-оптический метод фор-

мирования полей с субпуассоновской статистикой фотонов может быть реализован экспериментально.

В заключение отметим, что рассмотренный метод дополняет лазерный метод генерации излучения с субпуассоновской статистикой фотонов (см. [8, 9] и цитируемую там литературу). Предлагаемый источник неклассического света может представить интерес для высокоточных измерений и квантовой связи.

Авторы благодарят за полезное обсуждение работы Г. Д. Лаптева и А. А. Новикова. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # 01-02-16311, # 02-02-06418) и INTAS (грант # 2001-2097).

---

1. А. С. Чиркин, В. В. Волков, Г. Д. Лаптев, Е. Ю. Моро-

зов, *Квантовая электроника* **30**, 847 (2000).

2. D. F. Walls and G. J. Milburn, *Quantum Optics*, Springer, 1995.
3. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, М.: Физматлит, 2000.
4. В. В. Волков, А. С. Чиркин, *Квантовая электроника* **25**, 101 (1998).
5. J. Fiurasek and J. Perina, in: *Coherence and Statistics Photons and Atoms*, Ed. J. Perina, John Wiley and Sons, N.-Y., 2001, p. 65.
6. А. С. Чиркин, *Оптика и спектроскопия* **87**, 627 (1999).
7. А. С. Чиркин, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **4**, S91 (2002).
8. Я. А. Фофанов, И. В. Соколов, *Оптика и спектроскопия* **91**, 550 (2001).
9. J.-P. Hermier, M. I. Kolobov, I. Maurin, and E. Giacobino, *Phys. Rev.* **A65**, 053825 (2002).