

Неустойчивость фронта перемагничивания в сверхпроводниках с нелинейной анизотропной вольт-амперной характеристикой

А. Л. Рахманов, Л. М. Фишер⁺¹⁾, А. А. Левченко*, В. А. Ямпольский*, М. Базилевич^{□2)}, Т. Йохансен^{□2)}

Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН 127412 Москва, Россия

+ ГНЦ ГУП “Всероссийский электротехнический институт”, 111250 Москва, Россия

* Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины, 61085 Харьков, Украина

□ Физический факультет Университета Осло, 0316 Осло, Норвегия

Поступила в редакцию 11 июля 2002 г.

Теоретически исследована неустойчивость течения магнитного потока в системе вихрей и антивихрей в сверхпроводниках с анизотропной степенной вольт-амперной характеристикой с показателем m . Показано, что в случае $m \gg 1$ неустойчивость возникает даже при сравнительно слабой анизотропии токнесущей способности сверхпроводника. Получено и проанализировано дисперсионное уравнение, определяющее зависимость инкремента нарастания неустойчивости от волнового числа.

PACS: 74.25.Na, 74.60.Es, 74.60.Ge

Одним из наиболее ярких эффектов в динамике вихревой системы сверхпроводников второго рода, обнаруженных около десяти лет назад, явилось наблюдение макротурбулентного поведения магнитного потока на границе фронта перемагничивания, разделяющего области, в которых абрикосовские вихри имеют противоположные направления [1–3]. В некотором интервале магнитных полей и температур стационарная картина распределения вихрей и антивихрей становится неустойчивой. На фронте перемагничивания возникает неупорядоченное движение магнитного потока. Этот процесс быстро развивается во времени и сопровождается появлением каналов проникновения антивихрей в область, занятую вихрями. На фронте происходит аннигиляция вихрей и антивихрей, и процесс макротурбулентности вскоре завершается полным исчезновением вихрей. Это явление имеет очевидную аналогию с турбулентностью в гидродинамике, и поэтому его интерпретация представляет общефизический интерес.

Попытка объяснить природу макротурбулентности была предпринята в работе [4]. Неустойчивость связывалась с тепловой волной, которая генерируется на фронте перемагничивания за счет выделения энергии в процессе аннигиляции вихрей и антивихрей. К сожалению, маловероятно, что этот механизм может быть ответственен за макротурбулентность [5], поскольку энергия, выделяющаяся при аннигиляции

вихрей в ВТСП слишком мала для заметного разогрева сверхпроводника.

В работе [5] был предложен другой механизм неустойчивости, связывающий ее природу с ярко выраженной анизотропией токнесущей способности образцов в \mathbf{ab} плоскости. Дело состоит в том, что макротурбулентность наблюдается только в монокристаллах $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ и других системах 1–2–3, в которых всегда присутствуют границы двойникования. Именно здесь, на наш взгляд, содержится ключ к разгадке природы макротурбулентности. Благодаря границам двойникования движение вихрей и антивихрей под действием силы Лоренца происходит преимущественно вдоль этих “направляющих” границ (так называемый *guiding effect*) навстречу друг другу под углом примерно 45° к фронту перемагничивания. В результате на интерфейсе происходит разрыв тангенциальной составляющей скорости вихрей. Как известно из классической гидродинамики, наличие тангенциальных разрывов скорости приводит к неустойчивости течения жидкости. Такой подход позволил объяснить некоторые особенности макротурбулентности, наблюдающиеся в эксперименте.

Гидродинамическое приближение с учетом анизотропии вязкого течения вихрей, как было показано в [5], дает основу для понимания макротурбулентности. Однако в этой работе рассмотрение проводилось в простейшем приближении линейной связи между силой Лоренца, действующей на вихри, и вихревой скоростью. Такое приближение соответствует линейной вольт-амперной характеристике (ВАХ) образца, кото-

¹⁾ e-mail: fisher@vei.ru

²⁾ M. Baziljevich, T. H. Johansen

рая существует в сверхпроводниках только в области больших токов. В результате оказалось, что неустойчивость возникает только при очень сильной анизотропии коэффициента вязкости. Ясно, что для более адекватного описания неустойчивости необходимо использовать более реалистичную модель вязкого течения вихрей, основанную на нелинейной ВАХ. В настоящей работе проведено теоретическое исследование неустойчивости фронта перемангничивания в предположении, что ВАХ является степенной функцией с показателем $m \geq 1$. Показано, что даже при относительно малой анизотропии ВАХ течение системы вихрей и антивихрей в сверхпроводнике становится неустойчивым.

Рассмотрим бесконечную сверхпроводящую пластину толщиной $2d$, помещенную во внешнее магнитное поле \mathbf{H} , ориентированное параллельно поверхности образца вдоль оси z . Ось x направлена перпендикулярно пластине, начало координат $x = 0$ находится в центре пластины. Пусть магнитное поле H сначала увеличивается так, что магнитный поток в виде вихрей полностью заполняет образец, а затем уменьшается, проходит через нуль и принимает некоторое отрицательное значение. В таком случае в приповерхностную область пластины с обеих ее сторон проникают вихри с противоположным направлением магнитного потока (антивихри). Из симметрии задачи ясно, что достаточно рассматривать только одну (например, правую, $0 < x < d$) половину образца. Геометрия задачи схематически представлена на рис.1.

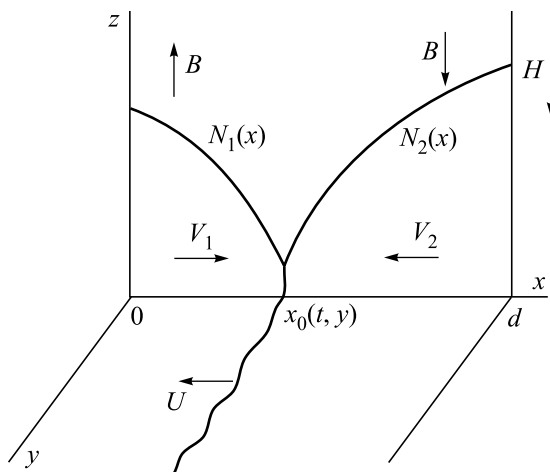


Рис.1. Распределения плотности вихрей ($N_1(x)$) и антивихрей ($N_2(x)$) в правой половине ($0 < x \leq d$) пластины

Благодаря процессу термоактивации, в образце происходит медленное течение магнитного потока.

Аннигиляция вихрей и антивихрей, происходящая на границе $x = x_0$, разделяющей области их существования (см. рис.1), приводит к дополнительному входу антивихрей с поверхности пластины в неизменном внешнем магнитном поле H . В результате общее число вихрей в центральной части образца уменьшается, а граница раздела $x = x_0$ медленно движется со скоростью \mathbf{U} в глубь образца (рис.1).

Обозначим плотности вихрей и антивихрей $N_1(x)$ и $N_2(x)$, соответственно. Связь между вихревой плотностью $N_\alpha(x, y)$ ($\alpha = 1, 2$) и магнитной индукцией $B(x, y)$ в соответствующей области сверхпроводника очевидна, $N_\alpha(x, y) = s_\alpha B(x, y) / \Phi_0$, где $s_1 = 1$, $s_2 = -1$. Плотности вихрей и антивихрей должны удовлетворять уравнению непрерывности

$$\partial N_\alpha / \partial t + \text{div}(N_\alpha \mathbf{V}_\alpha) = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{V}_α — гидродинамические скорости вихрей и антивихрей. Второе уравнение на вихревую плотность N_α и скорость \mathbf{V}_α находим с помощью ВАХ образца, которую запишем в следующем виде:

$$J_X = \frac{1}{\varepsilon} J_c \left(\left| \frac{E_X}{E_0} \right| \right)^{1/m} \text{sign} \left(\frac{E_X}{E_0} \right), \quad (2)$$

$$J_Y = J_c \left(\left| \frac{E_Y}{E_0} \right| \right)^{1/m} \text{sign} \left(\frac{E_Y}{E_0} \right).$$

Здесь \mathbf{J} — плотность тока, \mathbf{E} — электрическое поле, J_c — критическая плотность тока, которая определяется как значение J_Y при $E_Y = E_0$ (обычно выбирается $E_0 = 1$ мкВ/см), $\varepsilon < 1$ — параметр анизотропии, оси X и Y соответствуют направлениям вдоль и поперек границ двойникования (в дальнейшем будем считать, что они ориентированы под углом 45° к осям x и y). Учтем магнитополевою зависимость критической плотности тока в простейшем виде: $J_c = A/N_\alpha$. Плотность тока и электрическое поле связаны с N_α и \mathbf{V}_α известными соотношениями:

$$\mathbf{J} = \frac{cs_\alpha}{4\pi} \text{rot} N_\alpha, \quad (3)$$

$$E_x = -\frac{N_\alpha s_\alpha \Phi_0}{c} V_{\alpha y}, \quad E_y = \frac{N_\alpha s_\alpha \Phi_0}{c} V_{\alpha x}. \quad (4)$$

Сформулируем граничные условия на движущемся со скоростью \mathbf{U} фронте перемангничивания. Первое из них состоит в том, что в системе отсчета, движущейся вместе с фронтом, нормальные к границе потоки вихрей и антивихрей равны по модулю и противоположны по знаку:

$$N_1(\mathbf{V}_1 - \mathbf{U})_n + N_2(\mathbf{V}_2 - \mathbf{U})_n = 0. \quad (5)$$

Второе условие учитывает аннигиляцию вихрей и антивихрей. Будем считать, что скорость аннигиляции пропорциональна произведению вихревых плотностей:

$$N_1(\mathbf{V}_1 - \mathbf{U})_n = RN_1N_2. \quad (6)$$

Наконец, примем, что среднее значение магнитной индукции в окрестности интерфейса равно нулю,

$$N_1 = N_2. \quad (7)$$

Это равенство непосредственно следует из уравнения (1) и того факта, что условие (7) выполнялось в начальный момент входа антивихрей в образец (в тот момент $N_1 = N_2 = 0$).

Для исследования неустойчивости рассматриваемой системы, прежде всего, необходимо найти невозмущенные (базовые) профили распределений $N_1(x)$ и $N_2(x)$. Простой анализ показывает, что, к сожалению, задача не имеет автомодельных решений, соответствующих движению плоского фронта $x = x_0(t)$ с постоянной скоростью $U = \text{const} \neq 0$. Как первый шаг, найдем стационарное решение, соответствующее нулевой скорости $U = 0$. Полагая в (1) $\partial N_\alpha / \partial t = 0$, с помощью граничных условий (5)–(7) находим:

$$N_\alpha(x) = N_0 \sqrt{1 + s_\alpha C(x_0 - x)/d}, \quad (8)$$

$$C = \frac{8\pi\sqrt{2}dA}{c\Phi_0 N_0^2} \cdot \left[\frac{\sqrt{2}\Phi_0 RN_0^2}{cE_0(1 + \varepsilon^m)} \right]^{1/m}.$$

В дальнейшем будем считать константу C много больше единицы, так чтобы значение вихревой плотности N_0 на фронте было много меньше, чем на границе образца. Пренебрегая единицей в подкоренном выражении в (8) и используя граничное условие для индукции на границе образца, $N_2(d) = H/\Phi_0$, получаем следующую оценку для вихревой плотности N_0 :

$$N_0 = N_\alpha(x = x_0) \sim \left(\frac{H}{H_p} \right) \left(\frac{cE_0}{2^{(m+1)/2}\Phi_0 R} \right)^{1/2},$$

$$H_p = (8\pi dA\Phi_0 R/c)^{1/2}. \quad (9)$$

Базовый профиль (9) реализуется, если фронт перемангничивания неподвижен. В интересующем нас случае происходит движение границы раздела. Учет этого движения приводит к изменению базового профиля. Однако в дальнейшем будем считать, что скорость фронта достаточно мала, $U \ll V_\alpha$, и полагать, что базовый профиль мало отличается от (9).

Для анализа устойчивости фронта удобно использовать безразмерные переменные:

$$n_\alpha = N_\alpha/N_0, \quad \tau = t/t_0, \quad t_0 = \frac{\Phi_0^2 N_0^3}{8\pi A E_0}, \quad (10)$$

$$\xi = x/L, \quad \zeta = y/L, \quad L = \frac{c\Phi_0 N_0^2}{4\pi\sqrt{2}A}, \quad r = \frac{RN_0^2\Phi_0}{\sqrt{2}cE_0}.$$

Нормировка на зависящую от времени величину $N_0 = N_\alpha(x_0(t))$ допустима, поскольку мы считаем время развития неустойчивости малым по сравнению с характерным временем изменения базового профиля.

Будем искать возмущенную вихревую плотность в виде

$$n_\alpha = n_\alpha^{(0)} + f_\alpha \exp[\lambda\tau + ik\zeta + p_\alpha(\xi - \xi_0(\tau))]. \quad (11)$$

Линеаризованные граничные условия записываем на возмущенном фронте,

$$\xi = \xi_0(\zeta, \tau) = \xi_0(\tau) + \delta\xi \exp(ik\zeta + \lambda\tau), \quad (12)$$

с единичным вектором нормали $\nu = (1, -ik\delta\xi(\zeta, \tau))$. Из граничного условия (7) следует, что $\delta\xi = (f_1 - f_2)/2$.

Уравнение (1) дает выражения для параметров p_1 и p_2 . Подставляя их и выражение (11) в (5) и (6), получаем систему двух линейных однородных алгебраических уравнений для амплитуд флуктуаций f_1 и f_2 . Приравнявая детерминант системы нулю и пренебрегая квадратичными по скорости U слагаемыми, получаем дисперсионное уравнение для нахождения зависимости инкремента λ от волнового числа k :

$$\lambda = m\rho(\Omega^2 + 2i\kappa - 2 - \epsilon\kappa^2),$$

$$\kappa = k|u|/2m\rho, \quad u = Ut_0/L, \quad (13)$$

$$\rho = (2r)^{1/m}, \quad \epsilon = \varepsilon^m(4mr/u)^2.$$

Величина Ω представляет корень с $\text{Re}\Omega > 0$ следующего алгебраического уравнения:

$$\Omega^4 + \frac{m+2}{m}\Omega^3 - 2\frac{m-1}{m}\Omega^2 - \frac{4}{m}\Omega +$$

$$+ i\kappa \left(\frac{m-1}{m}\Omega^2 + \Omega + 2 \right) -$$

$$- \epsilon\kappa^2 \left(\Omega^2 + \frac{2}{m}\Omega - i\kappa\frac{m-1}{m} \right) = 0. \quad (14)$$

Дисперсионное уравнение записано в пределе $\varepsilon \ll 1$. Видно, что параметр анизотропии ε входит в (13) и (14) только в степени m . Для ВТСП образцов системы 1–2–3 вдали от T_c типичными являются значения $\varepsilon \sim 0.1$ – 0.2 и $m \sim 10$.

Проанализируем решение дисперсионного уравнения. При $m = 1$ мы приходим к результату, полученному в [5]: если $\epsilon < \epsilon_c(m = 1) \approx 0.0045$, то среди решений задачи (13), (14) появляются $\lambda(\kappa)$ такие, что $\text{Re}\lambda > 0$. При этом инкремент нарастания неустойчивости $\text{Re}\lambda$ достигает максимума при конечных значениях волнового числа k , что очевидно соответствует изламыванию фронта перемагничивания с характерным пространственным масштабом $\sim k^{-1}$. При $m > 1$ поведение инкремента нарастания качественно такое же. Для иллюстрации на рис.2 представлена зависимость $\text{Re}\lambda$ от κ при различных m и харак-

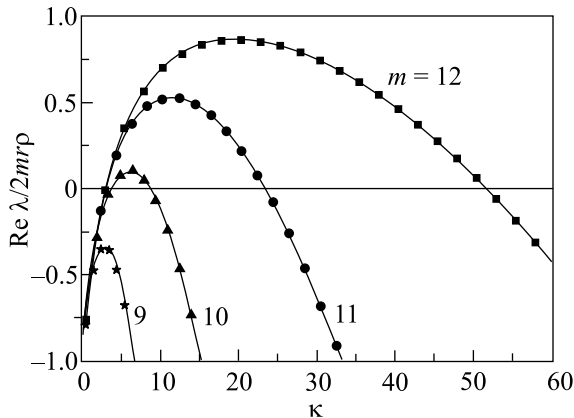


Рис.2. Зависимость $\text{Re}\lambda(\kappa)$ при $\epsilon = 0.2$, $(u/r)^2 = 0.02$ и различных значениях параметра m

терном значении параметра анизотропии $\epsilon = 0.2$. Для определенности отношение $(u/r)^2$ (которое согласно сделанным выше предположениям должно быть мало) мы положили равным 0.02. Как видно из рисунка, спектр возмущений сильно зависит от показателя степени ВАХ. Неустойчивость появляется при

$m \sim 10$, то есть, при достаточно больших m существуют решения с $\text{Re}\lambda > 0$, достигающие максимума при конечных k .

Таким образом, в отличие от результатов [5], которые были получены на основе не слишком реалистичной модели линейной анизотропной вязкости, где неустойчивость начинает развиваться только при выполнении весьма жестких требований к величине параметра анизотропии, из более реалистичной модели следует, что нестабильность развивается практически независимо от параметра анизотропии ϵ , если ВАХ сверхпроводника достаточно крута, то есть $m \gg 1$. Использование данной модели должно позволить провести количественное сопоставление теории с результатами магнитооптических наблюдений и измерений ВАХ образцов.

Работа выполнена в рамках Российской Федеральной целевой программы по сверхпроводимости (контракт 40.012.1.1.11.46) и поддерживалась грантом ИНТАС (проект # 01-2282), грантами Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 00-02-17145 и # 00-02-18032) и Исследовательским Советом Норвегии.

1. V. K. Vlasko-Vlasov, V. I. Nikitenko, A. A. Polyanskii et al., *Physica* **C222**, 361 (1994).
2. M. V. Indenbom, Th. Schuster, M. R. Koblischka et al., *Physica* **C209**, 259 (1993).
3. T. Frello, M. Baziljevich, T. H. Johansen et al., *Phys. Rev.* **B59**, R6639 (1999).
4. F. Bass, B. Ya. Shapiro, I. Shapiro, and M. Shvartsner, *Phys. Rev.* **B58**, 2878 (1998).
5. L. M. Fisher, P. E. Goa, M. Baziljevich et al., *Phys. Rev. Lett.* **87**, 247005-1 (2001).