

Наблюдение ротационного эффекта Доплера у оптических пучков с геликоидальным волновым фронтом при помощи спиральной зонной пластинки

И. В. Басистый, А. Я. Бекшаев*, М. В. Васнецов, В. В. Слюсар, М. С. Соскин

Институт физики НАН Украины, 03039 Киев, Украина

* Одесский Национальный университет им. И. И. Мечникова, 65026 Одесса, Украина

Поступила в редакцию 12 сентября 2002 г.

После переработки 26 сентября 2002 г.

С помощью вращающейся спиральной зонной пластинки в оптическом диапазоне реализован и измерен ротационный эффект Доплера для плоско-поляризованных световых пучков с геликоидальной формой волнового фронта (оптических вихрей). Проведен анализ сдвига частоты как результата обмена энергией между пучками и движущимися оптическими элементами.

PACS: 32.70.Jz, 42.25.Fx, 42.79.Nv

Световые пучки с геликоидальной формой волнового фронта обладают рядом фундаментальных свойств, изучение которых позволило по-новому взглянуть на широкий круг явлений не только оптики, но и физики волн в целом. Связанные с ними сингулярности волнового фронта стали предметом многочисленных исследований [1–4]. Особенно важно, что такие пучки являются макроскопическими объектами, в поведении которых наглядно проявляются некоторые специфические свойства квантовых систем. В частности, эти пучки обладают орбитальным угловым моментом [5, 6], с чем связаны особенности преобразования фазы и частоты при вращении пучка.

Рассмотрим эти особенности на примере лаггергауссовых (LG) мод устойчивого лазерного резонатора, которые традиционно служат полезными моделями при исследовании сингулярностей волнового фронта [1–3, 5, 7]. Если ось пучка принять за ось z , то распределение электрического поля моды LG_p^l можно представить в виде [8]

$$E_{pl}(\mathbf{r}, z, t) \sim \left(\frac{r}{b}\right)^{|l|} L_p^{|l|} \left(\frac{r^2}{b^2}\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{r^2}{2b^2} + ik\frac{r^2}{2R}\right) \exp[i(kz + l\phi - \omega t)], \quad (1)$$

где k и ω – волновое число и частота света; p, l – радиальный и азимутальный индексы моды; \mathbf{r} – радиус-вектор; r и ϕ – полярные координаты в поперечном сечении пучка; $L_p^{|l|}$ – обозначение полинома Лагерра. В уравнении (1) b – радиус по уровню e^{-1} от

максимальной интенсивности и R – радиус кривизны фронта наименьшей моды (гауссов пучок, $p = l = 0$). Основной интерес для данного сообщения представляет вид последнего экспоненциального множителя (1), описывающего геликоидальную форму волнового фронта. С этим множителем связан циркулярный поток энергии в пучке, или оптический вихрь (ОВ) [1–3], мерой которого является орбитальный угловой момент, равный $l\hbar$ “на фотон” [3, 5], а также явление ротационного эффекта Доплера (РЭД), состоящее в зависимости измеряемой приемником частоты света от относительного вращательного движения пучка и наблюдателя [7, 9–11]. Вращению и продольному смещению пучка соответствует в (1) преобразование координат

$$\phi \rightarrow \phi - \Omega t, \quad z \rightarrow z - vt \quad (2)$$

(положительные направления угловой скорости Ω и скорости продольного движения v совпадают с направлением оси z). В результате наблюдаемая скорость изменения фазы, то есть частота пучка (1), составит $\omega = \omega + \Delta\omega$, где

$$\Delta\omega = kv + l\Omega, \quad (3)$$

то есть наряду с трансляционным эффектом Доплера (первое слагаемое) возможен также сдвиг частоты, обусловленный вращением и выражаемый вторым слагаемым. Этот сдвиг частоты может быть также объяснен на основе представлений об обмене энергией между электромагнитным полем пучка с ОВ и оптическими элементами [7, 12, 13].

Первоначально РЭД был установлен у пучков со “спиновым” угловым моментом, обусловленным циркулярной поляризацией [9, 12]. В применении к LG модам он был предсказан в [7, 10] и измерен в работах [14, 15] с использованием электромагнитных волн миллиметрового диапазона.

В данной работе представлены результаты демонстрации РЭД для пучков с орбитальным угловым моментом в чисто оптических экспериментах, что стало возможным благодаря использованию вращающихся спиральных зонных пластинок (СЗП).

СЗП представляет собой запись интерференционной картины соосных LG пучка и плоской волны. Соответствующие синтезированные голограммы предлагалось использовать для преобразования пучков с “гладким” фронтом в “вихревые” пучки около 10 лет назад [16], но они не нашли широкого применения из-за того, что у них различные дифракционные порядки пространственно не разделены. В случае изучения РЭД этот недостаток превращается в достоинство, поскольку для интерферометрического наблюдения частотных сдвигов важно, чтобы при вращении оптического элемента направления распространения пучков сохранялись.

Центральный фрагмент СЗП изображен на рис.1а. Она представляет собой транспарант с пространственной зависимостью пропускания

$$T(\mathbf{r}) \sim 1 + \operatorname{sgn} \left[\cos \left(\frac{kr^2}{2f} + m\phi \right) \right] = \sum_N \frac{2}{N\pi} \sin \left(\frac{N\pi}{2} \right) \exp \left[iN \left(\frac{kr^2}{2f} + m\phi \right) \right], \quad (4)$$

где m – топологический заряд “встроенной” в пластинку фазовой сингулярности (на рис.2а $|m| = 1$), f – фокальный параметр пластинки, N – целое число (порядок дифракции). При освещении СЗП волной с плоским фронтом образуются сходящиеся (при $N > 0$) и расходящиеся (при $N < 0$) сферические волны (рис.1б), причем для волны порядка N фокальная плоскость расположена на расстоянии $f_N = f/N$ за пластинкой.

Сразу за пластинкой световое поле дифрагированного пучка N -го порядка описывается соотношением

$$E_N(\mathbf{r}, t) = u(r) \exp(iN m \phi - i\omega t), \quad (5)$$

где $u(r)$ – функция, определяемая комплексной амплитудой падающего (исходного) пучка и фокусирующей способностью СЗП для данного порядка. В отличие от обычной зонной пластинки, этот пучок несет ОВ с топологическим зарядом $l = mN$, определяющим его орбитальный угловой момент. Отметим,

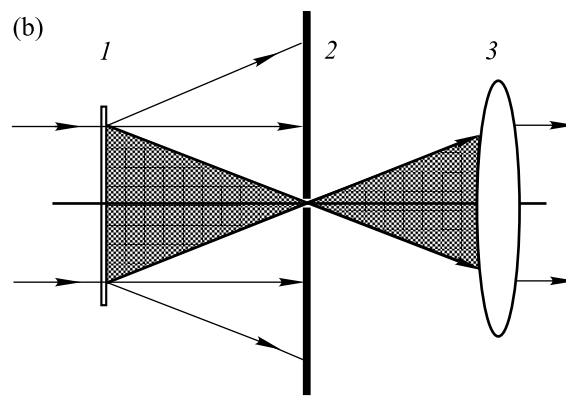
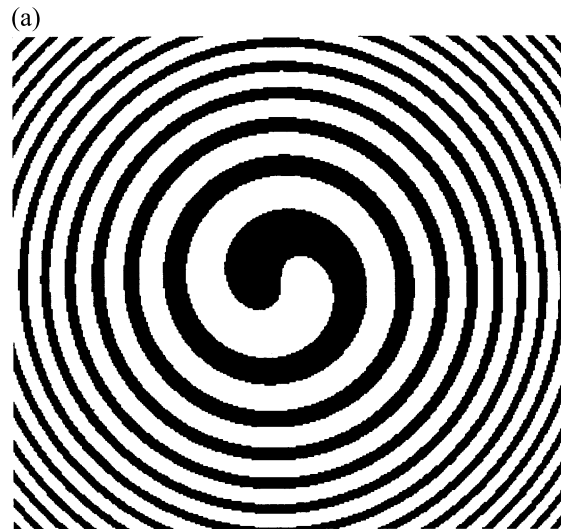


Рис.1. Центральный участок спиральной зонной пластинки (а) и схема выделения дифрагированного пучка первого порядка дифракции (б): 1 – СЗП, 2 – точечная апертура, 3 – коллимирующая линза; выделяемый пучок затенен серым фоном

что в соответствии с (4) возможно наблюдение лишь нечетных порядков.

В экспериментальной установке использовалась СЗП, полученная путем фотографирования картины, рассчитанной на компьютере и распечатанной на принтере с высоким разрешением. Слайд монтировался во внутреннем кольце поворотного устройства, которое позволяло вращать СЗП с помощью электромотора. Исходный плоско-поляризованный гауссов пучок от He-Ne-лазера (длина волны 0.63 мкм) формировался так, что его ось совпадала с осью вращения, а перетяжка ($b \approx 0.7$ мм) располагалась в плоскости СЗП. Поперечный размер изображения на слайде (5 мм) исключал влияние апертурных эффектов, вызванных краевой дифракцией.

Выделение требуемого (первого) дифракционного порядка с единичным зарядом ОВ производилось с помощью точечной апертуры, установлен-

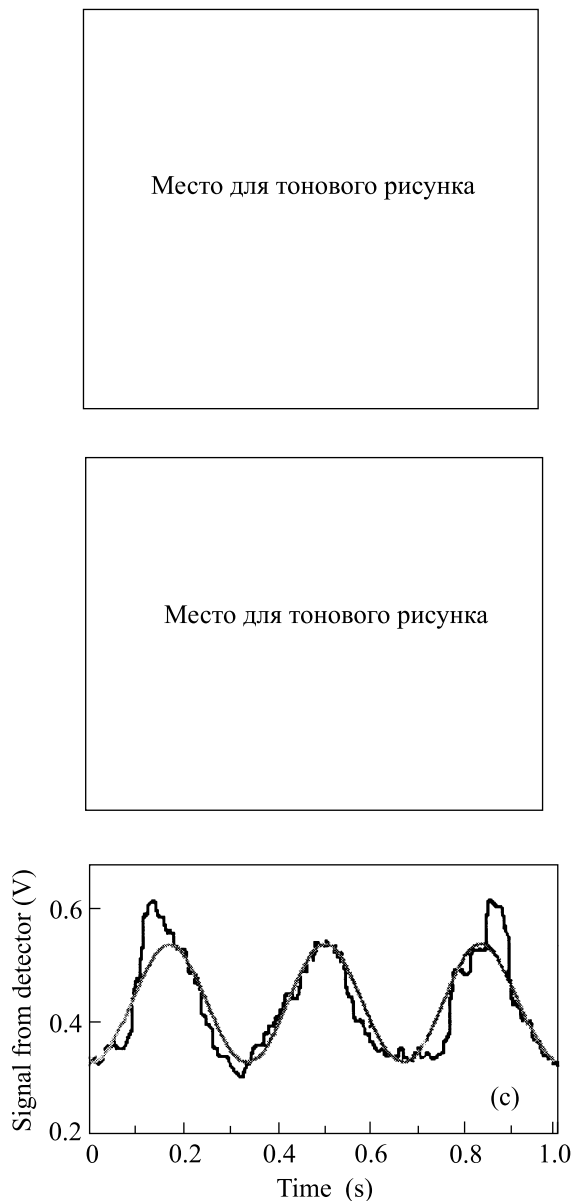


Рис. 2. Поперечное распределение интенсивности в выделенном пучке первого порядка дифракции (а), картина его интерференции с опорным пучком (б) и осциллограмма сигнала детектора при вращении СЗП (с). Синусоида соответствует основной частоте биений

ной в фокальной плоскости СЗП, соответствующей $N = 1$ (рис.1б); для использованной СЗП $f_1 = f = 7.5$ см. Полученный в результате пучок коллимировался линзой; его поперечное распределение интенсивности содержало характерный для фазовой сингулярности провал вблизи оси (рис.2а). Для исследования этот пучок направлялся в измерительное плечо интерферометра Маха–Цендера, в котором опорная волна создавалась путем отщепления части исходно-

го пучка и его последующей коллимации. Юстировка выходного делителя пучков обеспечивала удобный для наблюдений масштаб интерференционной картины в плоскости анализа. Изображение этой картины, которое содержит характерную для ОВ единичного заряда “вилочку” (рис.2б), подтверждает наличие ОВ в дифрагированном пучке. Отсюда следует также, что в излучении, прошедшем через точечную апертуру, не обнаруживалось ощутимого присутствия нулевого и остальных “паразитных” порядков дифракции. Наблюдалась незначительная деполаризация пучка, вызванная двулучепреломлением материала фотопленки.

Таким образом, устройство, изображенное на рис.1б, может рассматриваться как источник светового пучка с геликоидальным волновым фронтом. Если теперь вращать СЗП вокруг оси системы с постоянной угловой скоростью Ω , это приведет к соответствующему вращению всех дифрагированных пучков. Вращение СЗП равносильно преобразованию координат (2), вследствие чего пучок N -го порядка за вращающейся пластинкой описывается, вместо (5), выражением

$$E_N(\mathbf{r}, t, \Omega) = u(r) \exp(iNm\phi - iNm\Omega t - i\omega t) = u(r) \exp[iNm\phi - i(Nm\Omega + \omega)t]. \quad (6)$$

Это означает изменение наблюдаемой частоты пучка на величину $\Delta\omega = Nm\Omega$, в чем и состоит проявление РЭД в системе с вращающейся СЗП (для конкретной экспериментальной ситуации $\Delta\omega = \Omega$).

Вследствие возникающей между дифрагированным и опорным пучками разности частот система полос на интерференционной картине начинает двигаться. Это движение регистрировалось с помощью фотодетектора, снабженного апертурой с размером менее периода интерференционной картины. Осциллограмма сигнала фотодетектора, пропорционального световому потоку через апертуру, приведена на рис.2с (после фильтрации сетевой модуляции мощности лазера). Период наблюдаемых биений в точности соответствовал угловой скорости вращения СЗП (3 c^{-1}).

Для исключения возможных систематических ошибок был выполнен аналогичный эксперимент с пучком нулевого порядка дифракции. Для его получения использовалась линза с фокусным расстоянием 1 м, установленная непосредственно перед СЗП; на расстояниях свыше f_1 за СЗП все дифрагированные пучки сильно расходятся, тогда как пучок нулевого порядка собирается в фокусе линзы и может быть выделен посредством диафрагмы. В этом случае на

интерферограмме ни “вилочки”, ни движения полос при вращении СЗП не обнаруживалось.

Если использовалась СЗП с топологическим зарядом $m = 2$, то, в соответствии с (6), в дифрагированном пучке первого порядка наблюдался ОВ заряда 2, а при вращении СЗП биения сигнала детектора происходили с удвоенной частотой.

Представляет интерес также ситуация, когда исходный пучок сам содержит ОВ с некоторым топологическим зарядом n , так что его комплексная амплитуда пропорциональна $\exp(in\phi)$. В этом случае вместо (6) будем иметь

$$E_N^n(\mathbf{r}, t, \Omega) = u_n(r) \exp[i(Nm + n)\phi - i(Nm\Omega + \omega)t],$$

и тогда оказывается, что при вращении пучка с $l = Nm + n$ сдвиг частоты составляет $Nm\Omega$, то есть нарушается соотношение $\Delta\omega = l\Omega$, определяемое вторым членом в правой части (3). В частности, при $n = -Nm$ сдвиг частоты может наблюдаться даже в безвихревом пучке. Именно этот случай (при $N = m = -n = 1$) исследовался в эксперименте. Хотя пространственное распределение интенсивности дифрагированного пучка имеет центральный провал (рис.3а), интерферограмма на рис.3б говорит об отсутствии сингулярности, а осциллограмма сигнала детектора (рис.3с) однозначно свидетельствует о присутствии РЭД.

Ситуация проясняется с учетом преобразований ОВ в СЗП. С исходным пучком на пластинку поступают фотоны с орбитальным угловым моментом $n\hbar$; за нею в N -ом порядке угловой момент фотонов равен $(Nm + n)\hbar$. Значит, каждому фотону передан угловой момент $Nm\hbar$, а к пластинке приложен крутящий момент отдачи. Работа против этого момента при вращении СЗП приводит к изменению энергии фотонов на величину $\Delta\varepsilon = Nm\hbar\Omega$ [7, 13], откуда, согласно соотношению $\Delta\varepsilon = \hbar\Delta\omega$, $\Delta\omega = Nm\Omega$ независимо от заряда ОВ дифрагированного пучка.

В заключение отметим важность полученных результатов для задач кодировки информации с помощью управления орбитальным угловым моментом световых пучков [17].

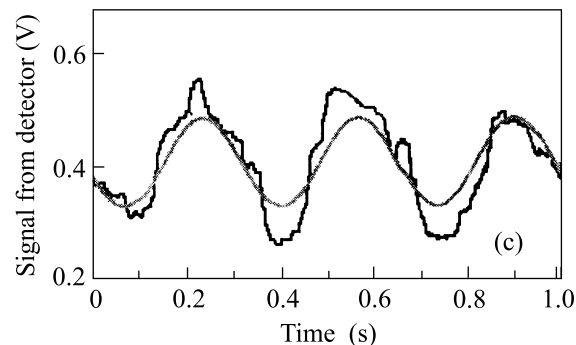
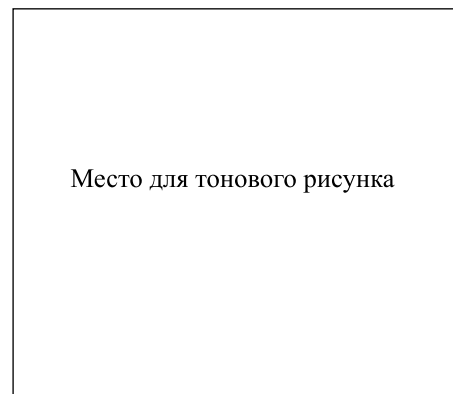
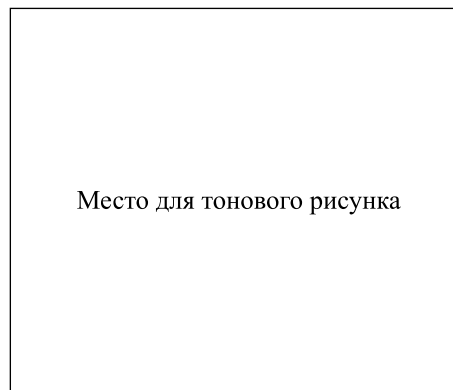


Рис.3. Преобразование пучка с зарядом ОВ-1 в безвихревой пучок на вращающейся СЗП: распределение интенсивности в дифрагированном пучке 1-го порядка (а), картина его интерференции с опорным пучком (б) и осциллограмма сигнала детектора при вращении СЗП (с)

1. *Horizons in World Physics*, Vol. **228**: *Optical Vortices*, Eds. M. Vasnetsov and K. Staliunas, Nova Science, Huntington, 1999.
2. M. S. Soskin and M. V. Vasnetsov, *Prog. Opt.* **42**, 219 (2001).
3. L. Allen, M. J. Padgett, and M. Babiker, *Prog. Opt.* **39**, 291 (1999).
4. M. V. Berry, *Nature* **403**, 21 (2000).

5. L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, *Phys. Rev.* **A45**, 8185 (1992).
6. J. Leach, M. J. Padgett, S. M. Barnett et al., *Phys. Rev. Lett.* **88**, 257901 (2002).
7. G. Nienhuis, *Optics Comm.* **132**, 8 (1996).
8. Yu. A. Anan'ev, *Laser Resonators and the Beam Divergence Problem*, Adam Hilger, Bristol, Philadelphia & New York, 1992.

9. B. A. Garetz, *J. Opt. Soc. Am.* **71**, 609 (1981).
10. L. Allen, M. Babiker, and W. L. Power, *Opt. Commun.* **112**, 141 (1994).
11. I. Bialynicki-Birula and Z. Bialynicka-Birula, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2539 (1997).
12. F. Bretenaker and A. Le Floch, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2316 (1990).
13. А. Я. Бекшаев, *Опт. и спектр.* **88**, 993 (2000).
14. J. Courtial, K. Dholakia, D. A. Robertson et al., *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3217 (1998).
15. J. Courtial, D. A. Robertson, K. Dholakia et al., *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4828 (1998).
16. N.R. Heckenberg, R. McDuff, C.P. Smith, and A. G. White, *Opt. Lett.* **17**, 221 (1992).
17. G. Molina-Terriza, J. P. Torres, and L. Torner, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 013601 (2002).