Письма в ЖЭТФ, том 76, вып. 10, с. 691 – 695



# Монополи Дирака, погруженные в $SU(N)$-калибровочную теорию с $\theta$-членом

*М. А. Зубков*[1)]

*Институт теоретической и экспериментальной физики, 117259 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 октября 2002 г.

Рассмотрены монополи Дирака, погруженные в $SU(N)$-калибровочную теорию с $\theta$-членом. При $\theta = 4\pi M$ (где $M$ – полуцелое при $N = 2$ и целое при $N > 2$) благодаря $\theta$-члену эти монополи приобретают $SU(N)$-заряд, становясь дионами. Они принадлежат различным (но не любым) неприводимым представлениям группы $SU(N)$. Перечислены допустимые представления. Их минимальная размерность растет с ростом $N$. Основным результатом работы является представление статистической суммы любой $SU(N)$-модели с $\theta$-членом, в которую добавлены сингулярные калибровочные поля, соответствующие указанным монополям, в виде вакуумного среднего от произведения петель Вильсона, рассматриваемых вдоль мировых линий монополей. Это вакуумное среднее должно быть вычислено в соответствующей модели без $\theta$-члена.

PACS: 11.15.−q, 12.10.−g, 14.80.Hv

Понятие монополя, восходящее еще к Дираку (см. [1]), изначально было связано с сингулярными полевыми конфигурациями в электродинамике, несущими благодаря наличию сингулярности магнитный заряд. Собственная энергия монополей Дирака в $U(1)$-калибровочной теории оказывается расходящейся, что несколько затрудняет их физическую интерпретацию.

В неабелевых калибровочных теориях монополи появились впервые как решения классических уравнений движения в модели, содержащей скалярное поле из присоединенного представления калибровочной группы [2]. Эти объекты получили название монополей т'Хофта–Полякова. Они связаны с регулярными конфигурациями калибровочного поля, несущими конечную энергию. Несмотря на это, монополи т'Хофта–Полякова сохранили многие черты монополей Дирака, связанные прежде всего с квантованием магнитного заряда.

Позднее схожие конструкции были обнаружены во многих моделях (см., например, [3]). Квантовыми объектами, соответствующими этим решениям классических уравнений движения, являются топологические дефекты, то есть топологически нетривиальные конфигурации полей. В частном случае топологического дефекта, чье положение не изменяется со временем, решение классических уравнений движения, рассматриваемых в пространстве с "вырезанной" траекторией монополя и топологически нетривиальными граничными условиями, воспроизводит классическое монопольное решение. Так возникают монополи Дирака из топологических дефектов $U(1)$-калибровочной теории [4], а также – монополи т'Хофта–Полякова из топологических дефектов модели Джорджи–Глэшоу. В дальнейшем словом "монополь" мы будем обозначать как решение классических уравнений движения, так и соответствующий топологический дефект. Отметим, что аналогичным образом могут быть рассмотрены и двумерные объекты. Таким образом, например, струны Абрикосова–Нильсена–Ольсена соответствуют квантовым топологическим дефектам абелевой модели Хиггса [5].

Из топологических соображений следует, что в чистой $SU(N)$-калибровочной теории отсутствуют классические монопольные решения. Однако в связи с изучением механизма конфайнмента в абелевых проекциях глюодинамики, а также явлений в модели электрослабых взаимодействий при конечной температуре, в последнее время возник интерес к топологическим объектам других моделей, которые "погружены" в неабелеву калибровочную теорию [6]. Следует отметить, что в отличие от "настоящих", в большинстве случаев "погруженные" монополи оказываются нестабильными (см. [6, 7]). Несмотря на это, их связь с динамикой весьма существенна. Так, в решеточной электрослабой теории при конечной температуре их поведение связано с природой электрослабого фазового перехода [8]. В глюодинамике после фиксации абелевой проекции монополи, соответствующие оставшейся группе симметрии $U(1)^{N-1}$ [9], оказываются ответственными за конфайнмент [10].

[1)]e-mail: zubkov@itep.ru

Здесь следует отметить, что существуют принципиально различные способы погружения абелевых монополей в неабелеву модель. Отличие заключается в том способе, который используется для выделения абелевых переменных из $SU(N)$-полей.

Более 20 лет назад Э. Виттеном было показано, что монополи т'Хофта–Полякова в калибровочной теории с $\theta$-членом становятся дионами. В [11] рассмотрение носило квазиклассический характер и имело отношение к модели с дополнительным скалярным полем.

В настоящей работе мы рассматриваем вопрос о влиянии $\theta$-члена на динамику квантовых монополей для случая чистой $SU(N)$-калибровочной теории. Мы возвращаемся к дираковской конструкции и рассматриваем ее непосредственное обобщение на случай $SU(N)$-калибровочной теории. Возникающие таким образом объекты являются дираковскими монополями, соответствующими факторам группы $U(1)^{N-1}$, определенным образом погруженными в $SU(N)$-калибровочную теорию. При этом мы оставляем в стороне вопрос об их возможной нестабильности, а также о расходимости собственной энергии. (Некоторые замечания по этому вопросу читатель может найти в заключении настоящей работы.)

Показано, что определенные таким образом монополи оказываются заряженными относительно $SU(N)$-группы и принадлежат к различным ее неприводимым представлениям. Замечательным свойством рассматриваемой конструкции является то, что $\theta$-член "виден" лишь в той его части, которая придает монополям $SU(N)$ заряд. Топологическая часть, связанная с поведением полей на бесконечности и пропорциональная целому числу инстантонов исчезает из выражения для статистической суммы как раз для тех значений $\theta$, для которых $\theta$-член придает целый $SU(N)$ заряд монополям. Более конкретно, статистическая сумма любой теории с $\theta$-членом, содержащей конфигурации, соответствующие построенным нами монополям (и не содержащая иных сингулярных калибровочных полей), равна вакуумному среднему в теории без $\theta$-члена от произведения петель Вильсона, соответствующих монопольным линиям. Петли Вильсона рассматриваются в неприводимых представлениях $SU(N)$-группы, чьи схемы Юнга однозначно определяются видом соответствующих сингулярностей поля вдоль мировых линий монополей.

Забегая вперед, упомянем, что используемое в настоящей работе определение погруженных монополей отличается от используемого в [12] определения монополей с четным $Q_m$. Последние могут быть рассмотрены как возникающие при применении определенного рода сингулярных калибровочных преобразований. Как это будет видно из дальнейшего, форма рассматриваемых нами сингулярностей калибровочного поля не допускает его представления в подобном виде.

Монополи Дирака в четырехмерной евклидовой $U(1)$-калибровочной теории (понимаемые как топологические дефекты) определяются следующим образом [4]. Пусть $A_i$ – калибровочное поле, а $F_{ij}$ – его напряженность. При этом допускается, что $A$ имеет сингулярность вдоль поверхности $\Sigma$, чья граница и является мировой линией монополя Дирака. Напряженность поля определяется следующим выражением:

$$i\int_s F_{\mu\nu}(y)dx^\mu dx^\nu = \exp(i\int_{\partial s} A_i dx_i) - 1. \qquad (1)$$

Здесь $s$ – бесконечно малая площадка, а оператор параллельного переноса определен вдоль границы этой площадки($y \in \partial s$). Там, где поле $A$ регулярно, $F_{ij} = \partial_{[i}A_{j]}$, а вдоль поверхности $\Sigma$ это выражение деформируется вычитанием сингулярности, соответствующей струне Дирака. В некоторой калибровке поле, соответствующее мировой линии монополя $j$ и его струне Дирака $\Sigma$, представляется как $A^i = \bar{A}^i + A^i_s[\Sigma]$, где $\bar{A}$ – это регулярная часть калибровочного поля, а $A_s$ имеет вид

$$A^i_s = \frac{1}{2}\epsilon^{ijkl}\Delta^{-1}\partial^j\Omega^{kl}2\pi. \qquad (2)$$

Здесь

$$\Omega^{ij}(x) = \int_\Sigma \epsilon_{\alpha\beta}\frac{\partial z^i(\tau)}{\partial\tau_\alpha}\frac{\partial z^j(\sigma)}{\partial\tau_\beta}\delta(x - z(\tau))d^2\tau,$$

а интегрирование производится по поверхности $\Sigma$. Точки $z$ этой поверхности параметризованы переменной $\tau_\alpha, \alpha = 1,2$: $z = z(\tau)$.

Мы можем выразить напряженность поля, соответствующую такой полевой конфигурации, как $F^{ij} = \partial^{[i}A^{j]} - \pi\epsilon^{ijkl}\Omega^{kl}$. Сингулярность $\partial_{[i}A_{j]}$ вдоль $\Sigma$ сокращается членом, содержащим $\Omega$. Таким образом, напряженность сингулярна только вдоль границы этой поверхности.

Такие сингулярные калибровочные поля удовлетворяют тождеству

$$\partial^i({}^*F)^{ik} = 2\pi\mathcal{J}^k, \qquad (3)$$

где

$$({}^*F)^{ik} = \frac{1}{2}\epsilon^{iklm}F^{lm}, \quad \mathcal{J}^k = \int_j \frac{dz^k}{ds}\delta(x - z(s))ds.$$

(Мы параметризуем точки $z(s)$ монопольной мировой линии $j$ переменной $s$.) Выражение (3) показывает, что указанные сингулярные конфигурации действительно представляют монополи Дирака, поскольку $\mathcal{J}$ – это магнитный ток, а $^*F$ – тензор, дуальный тензору напряженности поля.

Обобщение этой конструкции на случай $SU(N)$-теории мы начнем с попытки обобщить на неабелев случай тождество (3). Мы рассматриваем $SU(N)$-калибровочную теорию в 4-мерном евклидовом пространстве и используем следующее обозначение для калибровочного поля: $A_i = A_i^b T_b \in su(N)$. Здесь $T_b$ $(b = 1, ..., N^2-1)$ – генераторы $su(N)$ алгебры. Эти генераторы нормированы условием $\mathrm{Tr}\, T_b^2 = 1$. Для регулярных полей $A$ напряженность $R_{ij}$ равна $\partial_{[i}A_{j]} + i[A_i, A_j]$. Определение напряженности поля, содержащего сингулярность вдоль некоторой 2-мерной поверхности основывается аналогично абелеву случаю на выражении $i\int_s R_{\mu\nu}(y)dx^\mu dx^\nu = \mathrm{P}\exp(i\int_{\partial s} A_i dx_i) - 1$. Здесь $s$ – снова бесконечно малая площадка, а оператор параллельного переноса определен вдоль границы этой площадки.

В случае регулярных полей имеет место тождество Бьянки $\partial^i(^*R)^{ik} + i[A^i, (^*R)^{ik}] = 0$, где $(^*R)^{ik} = \frac{1}{2}\epsilon^{iklm}R^{lm}$. Это тождество аналогично абелеву тождеству $\partial^i(^*F)^{ik} = 0$. Оно может быть деформировано к виду, содержащему монопольный ток в случае, если поля являются сингулярными и соответствующим образом деформируется определение напряженности калибровочного поля.

Таким образом, наша задача – найти такие конфигурации поля $A$, чтобы их напряженность удовлетворяла аномальному тождеству Бьянки

$$\partial^i(^*R)^{ik} + i[A^i, (^*R)^{ik}] = 2\pi\mathcal{J}^k\mathbf{n}. \tag{4}$$

Здесь матрица $\mathbf{n}$ является элементом алгебры $su(N)$. Калибровочные преобразования $g$ действуют на нее следующим образом: $\mathbf{n} \to g\mathbf{n}g^+$. Если $j$ не имеет самопересечений, мы всегда можем выбрать калибровку, в которой $\mathbf{n}$ является картановским элементом. Так обнаруживается абелева природа определяемых условием (4) монополей. Они должны соответствовать факторам группы $U(1)^{N-1}$, чьими генераторами являются картановские элементы алгебры $su(N)$, и являться, таким образом, монополями Дирака, погруженными в $SU(N)$-калибровочную теорию.

Ниже мы указываем конструкцию таких объектов. Как и в случае $U(1)$-монополей, они возникают из допущения, что калибровочное поле может быть сингулярным вдоль поверхности $\Sigma$, а напряженность поля $R$ может быть сингулярной только вдоль ее границы $j$ (являющейся мировой линией монополя). И $j$, и $\Sigma$ предполагаются гладкими и не имеющими самопересечений.

Пусть $S_1$ – бесконечно-малая окружность радиуса $r$, зацепляющаяся за $\Sigma$. Эта окружность лежит в плоскости, ортогональной $\Sigma$ и пересекающей ее в центре окружности. Калибровочными преобразованиями мы можем привести поля вдоль всех таких окружностей к диагональному виду

$$A^i s^i = \mathbf{A}\mathbf{n}. \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{A} \in R$, а $\mathbf{n}$ – диагональная матрица. Причем и $\mathbf{A}$, и $\mathbf{n}$ независимы от их положения на $S_1$; $s^i$ – единичный вектор, направленный вдоль $S_1$. Регулярность напряженности поля на $\Sigma$ приводит к условию $\mathrm{P}\exp(i\int_{S1} A^i dx^i) = 1$. Поле $A$ удовлетворяет ему, если мы выберем

$$\mathbf{A} \sim 1/r \tag{6}$$

при $r \to 0$. Диагональные элементы $n_i$ матрицы $\mathbf{n}$ при этом должны являться целыми числами.

Мы рассматриваем такие полевые конфигурации, что поле в иных направлениях остается регулярным на $\Sigma$. В общем случае поверхность $\Sigma$ состоит из нескольких частей. Каждая часть поверхности несет собственный $\mathbf{n}$. Мы можем написать в символической форме: $\Sigma = \sum_{\mathbf{n}} \Sigma_{\mathbf{n}}$.

Теперь рассмотрим плоскость (ij) такую, что направление (i) выбрано вдоль $S_1$, а направление (j) – вдоль $\Sigma$. Тогда требование регулярности $R$ приводит к

$$[A_k, \mathbf{n}] = 0 \tag{7}$$

на $\Sigma$. Уравнение (7) показывает, что поля являются эффективно абелевыми вдоль $\Sigma$. Далее мы будем предполагать, что это требование распространяется и на границу $\Sigma$. Это дополнительное требование является весьма сильным. Оно обеспечивает невозможность существования сингулярности в коммутаторе, которая могла бы сократить монопольную сингулярность в абелевой части напряженности поля, соответствующую монополю и приводящую к аномальному тождеству Бьянки (4).

Мы приходим к определению сингулярного калибровочного поля, соответствующего $U(1)^{N-1}$-топологическому дефекту, погруженному в $SU(N)$-теорию. Аналогично $U(1)$-случаю, такое поле может быть представлено в следующем виде:

$$A^i = \bar{A}^i + \sum_{\mathbf{n}} A_s^i[\Sigma_{\mathbf{n}}]\mathbf{n}. \tag{8}$$

Здесь мы предполагаем, что зафиксирована калибровка, в которой имеет место выражение (5). $\bar{A}$ – это регулярная часть калибровочного поля, а $A_s(\Sigma_{\mathbf{n}})$ имеет вид (2).

Рассматриваемые нами монополи определяются формулой (8) и дополнительным условием (7) в той калибровке, в которой являются диагональными поля на всех бесконечно малых окружностях, зацепляющихся за поверхность $\Sigma$. Непосредственная проверка показывает, что подобные конфигурации не могут быть образованы из регулярных полей никакими, в том числе и сингулярными, калибровочными преобразованиями.

Принимая во внимание условие (7), мы можем выразить напряженность поля, соответствующую такой полевой конфигурации, следующим образом:

$$R^{ij} = \partial^{[i}A^{j]} + i[A^i, A^j] - \pi\epsilon^{ijkl}\Omega^{kl}\mathbf{n}. \qquad (9)$$

Как и в абелевом случае, сингулярность $\partial_{[i}A_{j]} + i[A_i, A_j]$ вдоль $\Sigma$ сокращается членом, содержащим $\Omega$. Прямое вычисление показывает, что сингулярные калибровочные поля вида (8) удовлетворяют аномальному тождеству Бьянки (4).

Теперь мы готовы к тому, чтобы рассмотреть влияние $\theta$-члена на динамику построенных нами монополей. Мы имеем:

$$Q = \frac{1}{32\pi^2}\int d^4x\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\mathrm{Tr}R_{\mu\nu}R_{\rho\sigma} = \\ = \frac{1}{16\pi^2}\int d^4x \mathrm{Tr}\, G^*G - \frac{1}{4\pi}\int_\Sigma d^2\tau \mathrm{Tr}\, G_{ij}\mathbf{n}t_{ij}. \quad (10)$$

Здесь

$$G_{ij} = \partial_{[i}A_{j]} + i[A_i, A_j], \quad t^{ij} = \epsilon_{\alpha\beta}\frac{\partial z^i(\tau)}{\partial\tau_\alpha}\frac{\partial z^j(\sigma)}{\partial\tau_\beta}.$$

Используя (7), получаем, что $\mathrm{Tr}\,[A_i, A_j]\mathbf{n} = 0$. Таким образом,

$$Q = \frac{1}{16\pi^2}\int d^4x \mathrm{Tr}\, G^*G - \frac{1}{4\pi}\int_j dx_i \mathrm{Tr}\, A_i\mathbf{n}. \qquad (11)$$

Тщательное рассмотрение регуляризации первого члена в (11) показывает, что он зависит только от значений $A$ на бесконечности. Если предположить, что напряженность поля там зануляется, мы приходим к выводу о том, что этот член – ни что иное, как целое число инстантонов. Таким образом,

$$\exp(4\pi MiQ) = \exp(-i\sum_n\int_{j_\mathbf{n}} dx_i M \mathrm{Tr}\, A_i^{g[A,\Sigma]}\mathbf{n}) \quad (12)$$

для целого или полуцелого $M$. Здесь $g[A,\Sigma]$ – преобразование, приводящее $A$ к форме (5) вдоль $\Sigma$.

Мы рассматриваем произвольную $SU(N)$-модель с регулярными полями и добавляем в нее "руками" указанные выше монопольные сингулярности. Тогда статистическая сумма теории с добавленными в нее монопольными сингулярностями в присутствии $\theta$-члена может быть выражена как вакуумное среднее от $\exp(i\theta Q)$ в соответствующей $SU(N)$-теории без $\theta$-члена. При $\theta = 4\pi M$ мы получаем:

$$Z = <\exp(4\pi MiQ)>= \\ = <\Pi_\mathbf{n}\exp(-i\int_{j_\mathbf{n}} dx_i M \mathrm{Tr}\, A_i^{g[A,\Sigma]}\mathbf{n}))> . \quad (13)$$

Ниже мы используем абелево представление для петли Вильсона, указанное в [13]:

$$\mathbf{W}_{[q]}[j] = \int Dg \exp(i\int_j dx_i \mathrm{Tr}\,[A^g]_i\mathcal{H}^{[q]}). \qquad (14)$$

Петля Вильсона $\mathbf{W}_q[j]$ рассматривается в неприводимом представлении группы $SU(N)$. Пространство этого представления состоит из тензоров $\Psi_{i_1 i_2 \ldots i_r}$. Симметрия $\Psi$ относительно перестановок индексов определяется набором целых чисел (описывающих схему Юнга) $q_i\,(i = 1, ..., N-1)$ $(\sum_i q_i = r,\, q_i \geq 0)$. Здесь $\mathcal{H}^q = \sum_i m_i\mathbf{H_i}$, где числа $m_i$ представляют собой старший вес представления, а $\mathbf{H_i}$ – определенным образом нормированный базис картановских элементов алгебры $su(N)$.

Прямым вычислением нетрудно получить, что ненулевые элементы диагональной матрицы $\mathcal{H}^q$ выражаются следующим образом ($q_N = 0$):

$$\mathcal{H}^q_{ii} = q_i - \frac{1}{N}\sum_k q_k\,(i = 1, ..., N). \qquad (15)$$

Любой матрице $\mathbf{n} = \mathrm{diag}(n_1, ..., n_N)$, живущей на мировой линии монополя, мы можем поставить в соответствие представление $SU(N)$-группы следующим образом. Упорядочим элементы $n_i$ так, что $n_N \geq n_{N-1} \geq ... \geq n_1$. Соответствующее представление группы определяется набором чисел $q_i$:

$$q_i(\mathbf{n}) = M\,(n_N - n_i). \qquad (16)$$

Выбранное представление мы обозначим $[q(\mathbf{n})]$. Тогда $\mathcal{H}^{[q(\mathbf{n})]}$ совпадает с $-M\mathbf{n}$ с точностью до перестановки элементов. Это приводит к следующему результату:

$$Z =< \exp(4\pi iMQ) >=< \Pi_\mathbf{n}\mathbf{W}_{[q(\mathbf{n})]}[j_\mathbf{n}] >, \qquad (17)$$

где $j_\mathbf{n}$ – мировая линия монополя, несущая матрицу $\mathbf{n}$. В общем случае, чтобы получить целые значения $q$, $M$ должно быть целым. Однако для случая группы $SU(2)$ $\sigma_3$ – единственный картановский элемент. Следовательно, $q = M\,\mathrm{Tr}\,(\mathbf{n}\sigma_3)$ – целое для любого полуцелого $M$. Поэтому в настоящей работе мы рассматриваем $\theta = 4\pi M$, где $M$ – полуцелое для $N = 2$ и целое для $N > 2$.

(17) показывает, что монополи становятся дионами. Интересная особенность этого выражения заключается в том, что топологический член исчезает из выражения для статистической суммы. Его единственное значение в данном случае – то, что монополи становятся заряженными относительно калибровочной группы.

Следует заметить, что не все представления могут появиться в (17). Мы можем перечислить все допустимые представления. Они определяются наборами $(q_1, ..., q_{N-1})$ такими, что $\sum_i q_i = NML$, где $L$ – целое. Так, при $N = 2$ и $M = 1/2$ появляется полный набор неприводимых представлений группы $SU(2)$. При $N = 3$ и $M = 1$ наинизшие допустимые представления: $(3,0), (2,1), (6,0), (5,1), (4,2)....$ Для группы $SU(5)$ наинизшее допустимое симметричное представление – $(5,0,0,0)$.

Таким образом, наше рассмотрение монополей Дирака, погруженных в $SU(N)$-калибровочную теорию с $\theta$-членом показало, что эти монополи являются дионами. Показано, что статистическая сумма теории с введенными "руками" абелевыми монопольными сингулярностями может быть выражена как вакуумное среднее от произведения петель Вильсона, соответствующих мировым линиям монополей. Причем это вакуумное среднее определено в теории без $\theta$-члена. Это выражение содержит бесконечный набор неприводимых представлений калибровочной группы. Интересной особенностью теории является то, что обычный топологический член исчезает из выражения для статистической суммы. Другой неожиданный результат – то, что наименьшая размерность появляющихся таким образом представлений растет с ростом $N$.

Как уже отмечалось выше, в настоящей работе мы рассматриваем монопольные сингулярности как внешние и "руками" добавляем их в функциональный интеграл. На сегодняшнем уровне понимания мы не можем рассматривать эти объекты как возникающие динамически, поскольку (так же, как и в случае с монополем Дирака) нами не определена модель, в которой соответствующая сингулярность калибровочного поля приводит к конечному действию. Кроме того, соображения, указанные в [12], показывают, что такие конфигурации могут оказаться нестабильными. Однако заметим, что многие свойства "нереальных" (с точки зрения абелевых теорий) монополей Дирака оказались присущи объектам с конечной энергией – монополям т'Хофта–Полякова, возникшим в более сложной модели. Вполне вероятно, что подобным же образом черты рассмотренных нами монополей Дирака, погруженных в $SU(N)$-теорию с $\theta$-членом, окажутся присущи реалистичным объектам некоторой более сложной физической модели.

Автор выражает признательность М. И. Поликарпову, В. И. Захарову и Ф. В. Губареву за полезные и стимулирующие обсуждения. Настоящая работа была выполнена при поддержке грантов INTAS # 00-00111 и CRDF award # RP1-2364-MO-02.

1. P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. **A133**, 60 (1931).
2. А. М. Поляков, Письма в ЖЭТФ **20**, 430 (1974).
3. *Монополи. Топологические и вариационные методы*, Сборник статей под редакцией М. И. Монастырского и А. Г. Сергеева, М.: Мир, 1989.
4. A. M. Polyakov, *Gauge Fields and strings*, Harwood Academic Publishers, 1987.
5. M. I. Polikarpov, U. J. Wiese, and M. A. Zubkov, Phys. Lett. **B309**, 133 (1993).
6. M. Barriola, T. Vachaspati, and M. Bucher, Phys. Rev. **D50**, 2819 (1994).
7. R. A. Brandt and F. Neri, Nucl. Phys. **B161**, 253 (1979).
8. M. N. Chernodub, F. V. Gubarev, E. M. Ilgenfritz et al., Phys. Lett. **B434**, 83 (1998).
9. G. 't Hooft, Nucl. Phys. **B190**, 455 (1981).
10. M. I. Polikarpov, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **53**, 134 (1997).
11. E. Witten, Phys. Lett. **B86**, 283 (1979).
12. M. N. Chernodub, F. V. Gubarev, M. I. Polikarpov et al., Nucl. Phys. **B592**, 107 (2001).
13. D. Diakonov and V. Petrov, Phys. Lett. **B224**, 131 (1989).