Письма в ЖЭТФ, том 76, вып. 10, с. 709 – 713 © 2002 г. 25 ноября

Динамика продольно-поперечной акустической волны в кристалле с парамагнитными примесями

А. А. Заболотский[1)]

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 1 октября 2002 г.

Теоретически исследована эволюция продольно-поперечных звуковых импульсов, распространяющихся параллельно внешнему магнитному полю в системе резонансных парамагнитных примесей с эффективным спином $S = 1/2$. Показано, что для равных групповых скоростей продольных и поперечных волн и достаточно малой плотности примесей исходная система уравнений редуцируется к новым, интегрируемым в рамках метода обратной задачи рассеяния, эволюционным уравнениям. Эти уравнения описывают качественно новую когерентную динамику акустических импульсов.

PACS: 41.20.Jb, 42.50.md, 43.25.+y

Нелинейные когерентные оптические явления, которые ассоциируются с солитонными и другими автомодельными решениями [1], в настоящее время наиболее детально изучены аналитически в рамках интегрируемых моделей [2]. При распространении упругих волн в парамагнитных кристаллах солитоноподобные импульсы могут образовываться за счет эффектов, связанных с ангармоническими колебаниями и дисперсией [3], а также в условиях нелинейного когерентного взаимодействия акустических волн с содержащимися в среде парамагнитными примесями; при акустической самоиндуцированной прозрачности (АСИП) [4, 5].

Эволюция звукового импульса в кристалле с парамагнитными примесями имеет ряд качественных отличий от динамики световых волн в среде, связанных, например, с тем, что звуковая волна в кристалле может быть продольно-поперечной. АСИП наблюдалась в низкотемпературных кристаллических образцах, содержащих парамагнитные примеси [6]. В работах [7, 8] этот эффект наблюдался на примесях Fe^{2+} в кристаллических матрицах MgO и $LiNbO_3$.

Теория АСИП для поперечного импульса, распространяющегося параллельно магнитному полю в системе спинов $S = 1/2$, развивалась, например, в работах [4, 5], в которых уравнения, описывающие динамику акустических импульсов при выполнении ряда упрощающих предположений сводились к не интегрируемым и известным простым интегрируемым моделям.

Основной целью настоящей работы является изучение новой динамики акустических импульсов с учетом сильного изменения поперечных и продольных компонент поля. Для этой цели найдена новая общая интегрируемая модель одномерной динамики импульсов, распространяющихся в кристалле с парамагнитными примесями со спином $S = 1/2$.

Приведем вывод уравнений, описывающих динамику продольно-поперечной волны в кристалле с парамагнитными примесями, сравни [5]. Считаем, что внешнее постоянное и однородное магнитное поле $\mathbf{B}$ направлено по оси z. Зеемановское взаимодействие магнитного момента $\widehat{\mu}^{(a)}$, находящегося в точке a, вносит в общий гамильтониан вклад $\widehat{H}_a = -\widehat{\mu}^{(a)}\mathbf{B}$. Компоненты $\widehat{\mu}^{(a)}$ выражаются через компоненты спина $\mathbf{S}^{(a)}(\mathbf{r}_a)$, где $\mathbf{r}_a$ – радиус вектор a-го спина, следующим образом

$$\widehat{\mu}_j^{(a)} = -\sum_k \mu_B g_{jk} \widehat{S}_k^{(a)}.$$

Здесь μ_B – магнетон Бора, g_{jk} – компоненты тензора Ланде.

Считаем, что координаты x, y, z вдоль главных осей тензора Ланде совпадают с осями симметрии кристалла, тогда в недеформированной невозмущенной среде тензор Ланде диагонален: $g_{jk} = g_{jk}^{(0)} = g_{jj}\delta_{jk}$, δ_{jk} – дельта-функция. Деформацию кристалла акустической волной описываем линейными поправками к тензору Ланде

$$g_{jk} = g_{jk}^{(0)} + \sum_{p,q} \left(\frac{\partial g_{jk}}{\partial \mathcal{E}_{pq}}\right)_0 \mathcal{E}_{pq} + \ldots, \qquad (1)$$

где $\mathcal{E}$ – тензор упругих деформаций кристалла в месте расположения спина. Производные берутся в точке с нулевой деформацией. Компоненты тензора де-

[1)]e-mail: zabolotskii@iae.nsk.su

формаций выражаются через компоненты вектора смещений $\mathbf{U} = (U_x, U_y, U_z)$ следующим образом:

$$\mathcal{E}_{pq} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_p}{\partial x_q} + \frac{\partial U_q}{\partial x_p}\right).$$

Спин-фононное взаимодействие описывается гамильтонианом, включающим первую степень разложения по $\mathcal{E}_{pq}$. Рассматривается эволюция поля по оси z параллельно вектору $\mathbf{B}$. Преобразования симметрии в этом случае включают отражения относительно плоскостей $x = 0, y = 0, z = 0$. С учетом этих условий выражения для $\widehat{H}_s$ и $\widehat{H}_{int}$ принимают вид

$$\widehat{H}_s = \int n\hbar\omega_B S_z d^3\mathbf{r}, \tag{2}$$

$$\left\langle \widehat{H}_{int} \right\rangle = \int \sum_\gamma \frac{n\hbar\omega_B}{g} f_\gamma \mathcal{E}_{\gamma z} S_\gamma d^3\mathbf{r}; \tag{3}$$

здесь и далее везде γ пробегает значения x, y, z, $S_\gamma = \mathrm{Tr}\,\{\hat{s}_\gamma \hat{\rho}\}$, $\hat{\rho}$ – матрица плотности, $\hat{s}_\gamma$ – матрицы Паули, $\omega_B = g\mu_B B/\hbar$ – частота зеемановского расщепления крамерсовского дублета и $g = g_{xx} = g_{yy} = g_{zz}$, $n(\mathbf{r}) = \sum_j \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j)$ – концентрация парамагнитных примесей. Интегралы берутся по объему кристалла. $f_\gamma = \partial g_{zz}/\partial \mathcal{E}_{\gamma z}$ – постоянные спин-фононной связи [8].

Динамика акустического поля в кристалле без учета ангармонизма описывается следующим гамильтонианом при указанных условиях симметрии:

$$\widehat{H}_a = \frac{1}{2}\int \left\{ \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{n_0} + \sum_\gamma \lambda_\gamma \left(\frac{\partial U_\gamma}{\partial z}\right)^2 \right\} d^3\mathbf{r}, \tag{4}$$

где n_0 – средняя плотность кристалла, p_j $(j = x, y, z)$ – компоненты плотности импульса, возникающие при динамических смещениях, λ_γ – элементы тензора модулей упругости кристалла [9]. Предполагается, что число фононов велико и справедливо классическое описание динамики акустического поля.

Уравнения эволюции эффективного спина и акустического поля имеют вид

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \left[\widehat{H}, \hat{\rho}\right], \tag{5}$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}, \quad \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{U}}. \tag{6}$$

Здесь $H = H_a + \left\langle \widehat{H}_{int} \right\rangle$. Взаимодействие спина и поля упругого импульса описывается классическими уравнениями Гамильтона для сплошной среды.

Используя (2) – (6), получаем систему эволюционных уравнений для $\mathcal{E}_{\gamma z}$:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{\gamma z}}{\partial t^2} - v_\gamma^2 \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{\gamma z}}{\partial z^2} = \frac{nG_\gamma}{n_0}\frac{\partial^2 S_\gamma}{\partial z^2}; \tag{7}$$

здесь $G_\gamma = \hbar\omega_B f_\gamma/g$, $v_\gamma = \sqrt{\lambda_\gamma/n_0}$,

$$\frac{\partial S_x}{\partial t} = -\left(\omega_B + \frac{G_z \mathcal{E}_{zz}}{\hbar}\right) S_y + \frac{G_y \mathcal{E}_{yz}}{\hbar} S_z, \tag{8}$$

$$\frac{\partial S_y}{\partial t} = \left(\omega_B + \frac{G_z \mathcal{E}_{zz}}{\hbar}\right) S_x - \frac{G_x \mathcal{E}_{xz}}{\hbar} S_z, \tag{9}$$

$$\frac{\partial S_z}{\partial t} = \frac{1}{\hbar}\left(G_x \mathcal{E}_{xz} S_y - G_y \mathcal{E}_{yz} S_x\right). \tag{10}$$

Получим наиболее общую интегрируемую редукцию основной системы уравнений (7)–(10) без учета потерь. Считаем далее, что фазовые скорости волн равны: $v_x = v_y = v_z = v$. Такая ситуация реализуется в упругоизотропных кристаллах, например, в ионных кристаллах галогенидов щелочных металлов с центральными силами взаимодействия между атомами [10].

Редукция должна описывать динамику акустических импульсов с длительностью порядка или менее $\pi\omega_B^{-1}$. При таком условии не применимо приближение медленных огибающих.

Часто плотность парамагнитных примесей в реальных средах можно считать малой. При этом возможно применение приближения однонаправленности распространения волн, аналогичное использованному в работе [11] при выводе редуцированных уравнений Максвелла-Блоха для двухуровневой оптической среды. Этому отвечает приближенное формальное равенство $\partial_z \approx -v^{-1}\partial_t + \mathcal{O}(\epsilon)$, ϵ – малый параметр. Нормированная плотность примесей имеет тот же порядок малости, что и производная $\partial_{\widetilde{\chi}} = \partial_z + v^{-1}\partial_t$ от амплитуд акустических полей. Теперь производную по z в правых частях уравнений (7) можно с точностью $\mathcal{O}\left(\epsilon^2\right)$ заменить на $v^{-1}\partial_t$.

При выполнении условия однонаправленности распространения импульсов акустического поля система (7) приводится к следующему виду:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_\gamma}{\partial \widetilde{\chi}} = \frac{nG_\gamma}{2v^2 n_0}\frac{\partial S_\gamma}{\partial t}. \tag{11}$$

Теперь из (8)–(11) нетрудно найти следующее соотношение:

$$\mathcal{E}_{xz}^2 + \mathcal{E}_{yz}^2 + \left(\mathcal{E}_{zz} + \frac{\omega_B \hbar}{G_z}\right)^2 = I_0^2(t). \tag{12}$$

Здесь действительная функция $I_0(t)$ определяется граничными условиями. Перепишем с учетом (12) новую интегрируемую систему (8)–(10),(11) в виде

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta}\mathbf{S} = [\mathbf{F},\mathbf{S}], \quad \frac{\partial}{\partial \chi}\mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial \tau}\hat{J}\mathbf{S}; \tag{13}$$

$F_x = G_x\mathcal{E}_{xz}I_0^{-1}$, $F_y = G_y\mathcal{E}_{yz}I_0^{-1}$, $F_z = (G_z\mathcal{E}_{zz}+\hbar\omega_B)\,I_0^{-1}$ – компоненты вектора $\mathbf{F}$, S_γ – компоненты $\mathbf{S}$, $\hat{J} = diag\,(1,a,b)$, $a = f_y^2/f_x^2$, $b = f_z^2/f_x^2$, $\tau = \int_0^t I_0(t')dt'$, $\vartheta = \widetilde{\chi}nG_x^2(2\hbar n_0 v^2)^{-1}$.

Система (13) представима в виде условия совместности следующих линейных систем:

$$\partial_\vartheta\Phi = \begin{pmatrix} -i\lambda F_z & \gamma_0F_x+\gamma_1F_y \\ \widetilde{\gamma}_0F_x+\widetilde{\gamma}_1F_y & i\lambda F_z \end{pmatrix}\Phi, \tag{14}$$

$$\partial_\chi\Phi = \begin{pmatrix} i\eta\lambda S_z & \beta_0S_x+\beta_1S_y \\ \widetilde{\beta}_0S_x+\widetilde{\beta}_1S_y & -i\eta\lambda S_z \end{pmatrix}\Phi; \tag{15}$$

здесь

$$\gamma_0 = \frac{1}{4}\left[\sqrt{\frac{b}{a}}\mu - 2\sqrt{\frac{a}{b}}\,(b-1)+\sqrt{\frac{b}{a}}\,(a-1)\right],$$

$$\widetilde{\gamma}_0 = -\frac{1}{4}\left[\sqrt{\frac{b}{a}}\mu - \sqrt{\frac{b}{a}}\,(a-1)\right],$$

$$\widetilde{\gamma}_1 = i\frac{\sqrt{b}\left[(a-1)^2-\mu^2\right]}{16\sqrt{a}a\lambda},$$

$$\gamma_1 = i\frac{(a+\mu-1)\left[2\,(b-1)\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{b}{a}}\,(a+\mu-1)\right]}{16a\lambda},$$

$$\beta_0 = \frac{2a\,(b-1)\sqrt{\frac{a}{b}}+a\sqrt{\frac{b}{a}}\,(a+\mu-1)}{2\,(1+a-\mu)},$$

$$\widetilde{\beta}_1 = i\frac{\sqrt{\frac{b}{a}}\left[(a-1)^2-\mu^2\right]}{8\lambda\,(1+a-\mu)}, \quad \widetilde{\beta}_0 = \frac{\sqrt{ab}\,(a-\mu-1)}{2\,(1+a-\mu)},$$

$$\beta_1 = -i\frac{(a+\mu-1)\left[2\,(b-1)\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\,(a+\mu-1)\right]}{8\lambda\,(1+a-\mu)},$$

и $\eta = (1+a+\mu)\left[2\left(4\lambda^2-1\right)\right]^{-1}$, $\mu = \sqrt{16a\lambda^2+(1-a)^2}$.

Система (13) имеет в качестве редукций новые интегрируемые системы, отвечающие $a\neq 1$, $b=1$ и $a=1$, $b\neq 1$. В случае $a=1$, $b=1$ система (13) формально совпадает с моделью симметричного кирального поля на группе O_3 [2]. Подчеркнем, что система (13) не сводится к интегрируемой модели асимметричного кирального поля [12]. Поскольку система (13) сложна для анализа, рассмотрим ее простую нетривиальную редукцию.

Пусть ось z является осью симметрии четвертого порядка, то есть $a=1$, $b\neq 0$. Система (13) для $a=1$ имеет следующее представление Лакса:

$$\partial_\tau\Phi = \begin{pmatrix} -i\lambda F_3 & (\lambda+\beta)E \\ -\lambda E^* & i\lambda F_3 \end{pmatrix}\Phi \equiv \widehat{L}\Phi, \tag{16}$$

$$\partial_\chi\Phi = \frac{1}{(2\lambda-1)}\begin{pmatrix} -i\lambda S_z & -\sqrt{b}\,(\lambda+\beta)\,S \\ \sqrt{b}\lambda S^* & i\lambda S_z \end{pmatrix}\Phi \equiv \widehat{A}\Phi; \tag{17}$$

здесь λ – спектральный параметр, $\tau = \vartheta\sqrt{b}$, $E = F_x - iF_y$, $F_z = \sqrt{b}F_3$, $S = S_x - iS_y$, $\beta = (1-b)\,/2\sqrt{b}$.

Решаем задачу на всей оси для $E(\tau)\to 0$, $\tau\to\pm\infty$, предполагая, что спиновая система в начальный и конечный моменты находится в основном устойчивом состоянии: $S_z(\tau,\chi) = -1$, $S(\tau,\chi) = 0$, $\tau\to\pm\infty$. Считаем, что в кристалл вводится импульс акустического поля $E(\tau,0)$ с достаточно большой для образования солитонов площадью.

Спектральная проблема (16) отличается от изученных родственных проблем, ассоциированных с решением интегрируемых уравнений Гайзенберга и Ландау–Лифшица [13] или уравнений комбинационного рассеяния, четырехволнового смешения [14], свойствами симметрии. В связи с этим необходимо развитие аппарата метода обратной задачи для этой модели с учетом ее специфики.

Решения спектральной задачи (16) обладают следующей инволюцией:

$$\Phi = \widehat{M}\Phi(\lambda^*)^*\widehat{M}^{-1}, \quad \widehat{M} = \begin{pmatrix} 0 & (\lambda+\beta)\,/\lambda \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{18}$$

Функции Йоста $\Psi^\pm$ – решения (16) с асимптотиками

$$\Psi^\pm = \exp\left(-i\lambda\sigma_3\tau\right), \quad \tau\to\pm\infty, \tag{19}$$

ввиду (18) представимы в виде

$$\Psi^\pm = \begin{pmatrix} \psi_1^\pm & -\psi_2^{\pm\,*}\frac{\lambda+\beta}{\lambda} \\ \psi_2^\pm & \psi_1^{\pm\,*} \end{pmatrix}.$$

Эти решения связаны матрицей рассеяния $\widehat{T}$:

$$\Psi^- = \Psi^+\widehat{T}, \quad \widehat{T} = \begin{pmatrix} a^* & b\,(\lambda+\beta)\,/\lambda \\ -b^* & a \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Функции Йоста имеют стандартные аналитические свойства, сравни, например, [15]; $a(\lambda)$ голоморфна в верхней полуплоскости λ, где ее нули отвечают солитонным решениям.

Представим функции Йоста в виде

$$\Psi^{+}(\tau)=e^{-i\lambda\sigma_3\tau}+ \\ +\int_{\tau}^{\infty}\begin{pmatrix}\lambda K_1(\tau,s) & (\lambda+\beta)\,K_2(\tau,s)\\ -\lambda K_2^*(\tau,s) & \lambda K_1^*(\tau,s)\end{pmatrix}e^{-i\lambda\sigma_3 s}ds. \quad (21)$$

Подставляем компоненты этих функций из (21) в (18) и, интегрируя полученные в результате подстановки уравнения по λ от $-\infty$ до ∞ с весом $e^{-i\lambda y}(2\pi\lambda)^{-1}$, получаем уравнения Марченко для правого конца оси ($y\geq\tau$):

$$K_2^*(\tau,y)=F_0(\tau+y)+i\int_{\tau}^{\infty}K_1(\tau,s)\partial_y F_0(s+y)ds, \quad (22)$$

$$K_1^*(\tau,y)=-\int_{\tau}^{\infty}K_2(\tau,s)\,(\beta+i\partial_y)\,F_0(s+y)ds. \quad (23)$$

Здесь обозначено

$$F_0(y)=\int_{\mathcal{C}}\frac{b}{a}(\chi)\frac{1}{2\pi\lambda}e^{-i\lambda y}d\lambda, \quad (24)$$

где $\mathcal{C}$ – контур, включающий действительную ось и проходящий выше всех полюсов в верхней половине комплексной плоскости.

Из (21) и (16) следует соотношение

$$K_2(\tau,\tau)\,[1+F_3(\tau)]=E^*(\tau)\,[1-iK_1(\tau,\tau)]\,; \quad (25)$$

применяя его и условие $F_3+EE^*=1$, нетрудно найти связь между потенциалом E и ядрами $K_{1,2}$ в виде

$$E(\tau)=\frac{2\,[1-iK_1(\tau,\tau)]\,K_2^*(\tau,\tau)}{[1+iK_1^*(\tau,\tau)]\,[1-iK_1(\tau,\tau)]+|K_2(\tau,\tau)|^2}. \quad (26)$$

Найдем односолитонное решение задачи, ассоциированное с единственным собственным значением λ. Представим ядро F, отвечающее этому значению λ, в виде

$$F_0(y)=C_0(\chi)\exp(-i\lambda y), \quad (27)$$

где $C_0=-ib(\chi;\lambda)/(\lambda\partial_\eta a(\chi;\eta)|_{\eta=\lambda})$.

Зависимость данных рассеяния от χ находится с помощью формулы [15]

$$\partial_\chi\widehat{T}=-\widehat{T}e^{-i\sigma_3\lambda\tau}\widehat{A}(\tau=-\infty,\chi)e^{i\sigma_3\lambda\tau}+ \\ +e^{-i\sigma_3\lambda\tau}\widehat{A}(\tau=\infty,\chi)e^{i\sigma_3\lambda\tau}\widehat{T}. \quad (28)$$

Отсюда для выбранных начальных и граничных условий, отвечающих солитонной динамике, получаем

$$\frac{b(\lambda)}{\partial_\eta a(\eta)|_{\eta=\lambda}}(\chi)=-S_0\exp\left(\frac{-2i\chi\lambda}{2\lambda-1}\right); \quad (29)$$

здесь S_0 – константа. Далее положим для простоты $\xi=0$. Применяя (26)–(29), находим односолитонное решение модели для $\lambda=i\eta$ в виде

$$E(\tau,\chi)= \\ =\frac{2S_0\eta^{-1}\mu(\tau,\chi)\,[1-\gamma_1|\mu(\tau,\chi)|^2]\,e^{i\phi_s}}{1+|\mu(\tau,\chi)|^2\,[|S_0|^2\eta^{-2}-\gamma_1-\gamma_1^*]+|\mu(\tau,\chi)|^4|\gamma_1|^2}, \quad (30)$$

где

$$\mu(\tau,\chi)=\exp\left(2\tau\eta-\frac{4\eta\chi}{1+4\eta^2}+\frac{4i\eta^2\chi}{1+4\eta^2}\right),$$

$$\phi_s=\arg\left[\frac{1+\gamma_1^*|\mu(\tau,\chi)|^2}{1+\gamma_1|\mu(\tau,\chi)|^2}\right],\ \gamma_1=\frac{|S_0|^2\,(\eta^2+i\eta\beta)}{4\eta^4},$$

y- и x-компоненты поперечного поля имеют разные знаки в любой момент времени. Солитонное решение описывает сильный обмен энергией между всеми компонентами акустичского поля с учетом связи (12). Из полученного решения (30) также следует, что асимметрия, связанная с отличием b от единицы, приводит к появлению нелинейной добавки к фазе солитона ϕ_s. Эта добавка описывает нелинейное вращение поляризации поперечного поля.

В общем случае, наряду с солитонными решениями, следует учитывать и решения другого типа, например, радиационные решения, ассоциированные с непрерывным спектром задачи (16). Например, для малого затравочного импульса акустического поля $|E|\ll 1$ и $S_z(0,\chi)=1$ солитонные решения не возникают и динамика поля ассоциируется лишь с непрерывным спектром задачи (16). Приведем оценки параметров среды и мощности солитонных акустических импульсов, которые могут быть генерированы в такой среде. В качестве примера выберем кристалл MgO с парамагнитными примесями Fe^{2+} при температуре $T=4$ K. Пусть величина магнитного поля такова, что $\omega_B=10^{12}\,\text{с}^{-1}$. В этом случае условие $\tau_p\sim\omega^{-1}$ справедливо для длительностей импульсов ~ 100 пс. Условие $\omega_B=10^{12}\,\text{с}^{-1}$ отвечает значениям магнитного поля, которое вполне достижимо в лабораторных условиях. Для коэффициентов среды имеем [6] $G_\gamma\sim 10^{-13}$ эрг, $n\sim 10^{19}\,\text{см}^{-3}$, $n_0\sim 3-4\,\text{г/см}^3$, $v\approx 5-10\cdot 10^5$ см/с, $\lambda_\gamma\approx 5-10\cdot 10^{11}$ дин/см^2. При этих условиях интенсивность солитонного сигнала может составлять $I\sim 10^6$ Вт/см^2.

Система (13) описывает сложную динамику трех компонент поля и может быть использована для описания новых физических явлений, включающих сильное взаимодействие нескольких полей.

Рассмотрим, например, явление электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) [16], которое наблюдалось в многоуровневых оптических средах. При наличии сильно меняющейся линейной дисперсии ЭИП приводит к существенному уменьшению групповой скорости света в среде до значений, которые могут быть сравнимы или даже меньше скорости звука в этой среде. Такое уменьшение групповых скоростей света было обнаружено экспериментально в кристаллах с имплантированными редкоземельными ионами и других средах. Уменьшение резонансного поглощения наряду с сильной линейной дисперсией открывает новые механизмы резонансного взаимодействия света и акустических волн. В работе [17] утверждается, что благодаря сильной линейной дисперсии, ассоциированной с ЭИП, возможно достижение фазового согласования между электромагнитной и акустической волнами в диэлектрическом световоде с имплантированными трехуровневыми ионами. Для описания взаимодействия электромагнитного поля с акустическими фононами в работе [18] применяется гамильтониан, аналогичный использованному в настоящей работе для описания связи между спиновыми состояниями и акустическими фононами. Резонасная оптическая среда может быть моделирована эффективной двухуровневой средой. Пондеромоторная сила, связанная с локальными изменениями плотности оптической среды, дает в динамику акустического поля вклад, аналогичный вкладу, который описывается правыми частями уравнений (7). Наряду с поперечным электромагнитным полем в такой схеме, необходимо учитывать и продольное акустическое поле, вклад которого в динамику оптической среды проявляется в появлении нелинейной фазовой модуляции. В рамках модели, аналогичной (13), можно исследовать процессы рассеяния Бриллюэна для пикосекундных акустических импульсов.

В заключение отметим, что новая интегрируемая модель (13) имеет применение также в теории гравитации.

---

1. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Noninear Optical Waves*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1999.
2. В. Е. Захаров, С. В. Манаков, С. П. Новиков, Л. П. Питаевский, *Теория солитонов*, М.: Наука, 1980.
3. H.-Y. Hao and H. J. Maris, Phys. Rev. **B64**, 064302 (2001).
4. Г. А. Денисенко, ЖЭТФ **60**, 2269 (1971).
5. С. В. Воронков, С. В. Сазонов, ЖЭТФ **120**, 269 (2001).
6. В. А. Голенищев-Кутузов, В. В. Самарцев, Н. К. Соловаров, Б. М. Хабибулин, *Магнитная квантовая акустика*, М.: Наука, 1997.
7. N. S. Shiren, Phys. Rev. **B2**, 2471 (1970).
8. В. В. Самарцев, Б. П. Смоляков, Р. З. Шарипов, Письма в ЖЭТФ **20**, 644 (1974).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория упругости*, М.: Наука, 1987.
10. Ч. Китель, *Введение в физику твердого тела*, М.: Физматлит, 1974.
11. J. D. Gibbon, P. J. Coudrey, J. K. Eilbeck, and R. K. Bullough, J. Phys. A: Math. Gen. **6**, 1237 (1973).
12. И. В. Чередник, ТМФ **47**, 755 (1981).
13. А.Е. Боровик, С.И. Кулинич, Письма в ЖЭТФ **39**, 320 (1984).
14. A.A. Zabolotskii, Physica **D40**, 283 (1989).
15. Л. А. Тахтаджян, Л. А. Фаддев, *Гамильтонов подход в теории солитонов*, М.: Наука, 1986.
16. S. E. Harris, J. E. Field, and A. Imamoglu, Phys. Rev. Lett. **64**, 1107 (1990).
17. A. B. Matsko, Yu. V. Rostovtsev, H. Z. Cummins, and M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **84**, 5752 (2000).
18. A. B. Matsko, V. V. Rostovstev, M. Flieschhauer, and M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **86**, 2006 (2001); V. Kovalev, Phys. Rev. Lett. **88**, 239301-1 (2002).