

# Магнитные блоховские состояния и холловская проводимость двумерного электронного газа в периодическом потенциале без центра инверсии

В. Я. Демиховский, А. А. Перов

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 15 октября 2002 г.

Исследованы квантовые состояния 2D электронов в периодическом потенциале без центра инверсии в присутствии постоянного магнитного поля. Показано, что энергетический спектр в магнитных подзонах не симметричен относительно центра магнитной зоны Бриллюэна:  $E(\mathbf{k}) \neq E(-\mathbf{k})$ . Исследованы особенности (точки ветвления фазы) электронной волновой функции в  $\mathbf{k}$ -пространстве, определяющие закон квантования холловской проводимости  $\sigma_{xy}$ . Установлено, что при некоторых критических значениях параметра, характеризующего нарушение инверсионной симметрии решетки, происходит резкая смена числа точек в магнитной зоне Бриллюэна и соответствующих значений топологических инвариантов, определяющих холловскую проводимость заполненных подзон. Отмечено, что в отсутствие центра инверсии решетки, помещенной в магнитное поле, продольная проводимость не инвариантна по отношению к замене знака электрического поля, а в переменном электромагнитном поле должен возникать фотогальванический эффект.

PACS: 71.20.Nr, 71.70.Di, 73.43.Cd

Как известно, действия однородного магнитного поля и периодического потенциала на электрон существенно различаются по своей природе. В частности, магнитное поле формирует дискретные уровни (уровни Ландау), в то время как периодический потенциал приводит к образованию энергетических зон. В результате спектр электрона, движущегося в периодическом потенциале и в магнитном поле, имеет чрезвычайно интересную и богатую структуру, получившую название “бабочка” Ховштадтера [1,2].

Магнитные квантовые состояния блоховского электрона были детально исследованы в приближениях сильной и слабой связи для потенциалов  $V(\mathbf{r})$ , имеющих различную симметрию (см., например, [3,4], а также [5–7]). Данной проблеме посвящен также ряд экспериментальных работ [8]. При этом, однако, всегда предполагалось, что периодический потенциал обладает симметрией по отношению к инверсии координат, то есть  $V(\mathbf{r}) = V(-\mathbf{r})$ .

В нулевом магнитном поле при наличии или отсутствии центра инверсии периодического потенциала энергия блоховского электрона инвариантна по отношению к замене знака квазиимпульса  $E(\mathbf{k}) = E(-\mathbf{k})$ . Эта симметрия является следствием инвариантности стационарного уравнения Шредингера по отношению к операции обращения времени. В магнитном поле симметрия  $t \rightarrow -t$  нарушается. Поэтому естественно предположить, что энергия блохов-

ского электрона, движущегося в кристалле без центра инверсии в присутствии магнитного поля, не будет четной функцией квазиимпульса, определенного в магнитной зоне Бриллюэна (МЗБ). Вследствие этого можно ожидать, что в постоянном магнитном поле кристалл, в котором отсутствует центр инверсии в  $\mathbf{k}$ -пространстве, то есть  $E(\mathbf{k}) \neq E(-\mathbf{k})$ , обладает необычными физическими свойствами.

Необходимо отметить, что в кристаллах без центра инверсии симметрия энергетического спектра в  $\mathbf{k}$ -пространстве может нарушаться и вследствие спин-орбитального взаимодействия. Даже в нулевом магнитном поле энергия электрона в таких кристаллах зависит от ориентации спина, и имеет место крамерсовское вырождение  $E(\mathbf{k}, 1/2) = E(-\mathbf{k}, -1/2)$ . Это обстоятельство приводит к ряду наблюдаемых эффектов, одним из которых является циркулярный фотогальванический эффект в 2D электронном газе [9]. Однако подобные эффекты всегда являются малыми в масштабе зоны Бриллюэна в силу малости спин-орбитального взаимодействия [10]. Ниже мы покажем, что в отсутствие центра инверсии периодического потенциала энергетический спектр магнитных подзон бесспиновой частицы может претерпевать радикальные изменения во всей МЗБ.

Гамильтониан электрона в постоянном однородном магнитном поле и в поле двумерного периодического потенциала запишем в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + V(x, y), \quad (1)$$

где

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m^*} \left( \hat{\mathbf{p}} - \frac{e\mathbf{A}}{c} \right)^2 \quad (2)$$

есть гамильтониан электрона в постоянном однородном магнитном поле. Здесь  $c$  – скорость света,  $e$  – заряд электрона,  $m^*$  – эффективная масса. Векторный потенциал  $\mathbf{A}$  магнитного поля в дальнейшем выбран в калибровке Ландау  $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$ , так что  $\mathbf{H} \parallel z$ . Модельный периодический потенциал решетки, не имеющей центра инверсии, запишем в виде

$$V(x, y) = V_1 \cos^2(\pi x/a) \cdot \cos^2(\pi y/a) + V_2 [\sin(2\pi x/a) + \sin(2\pi y/a)], \quad (3)$$

где  $a$  – период потенциала (см. рис.1). Здесь параметр  $V_2$  определяет степень нарушения простран-

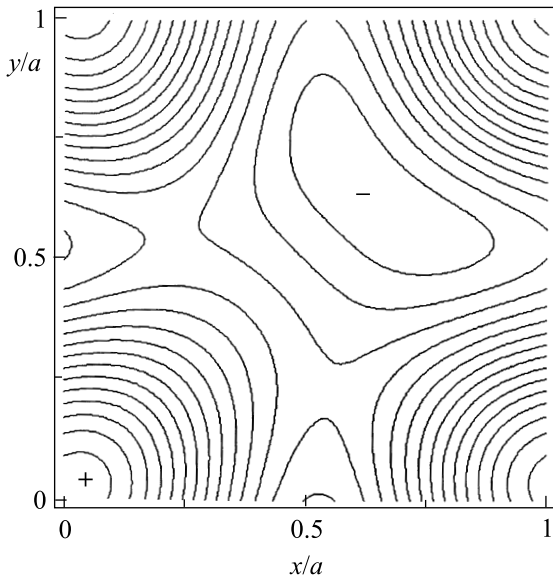


Рис.1. Линии постоянных значений потенциала  $V(x, y)$  (3) в элементарной ячейке кристаллической решетки при  $V_2/V_1 = 0.1$ . Знаки “+” и “-” соответствуют максимуму и минимуму потенциала

ственной инверсионной симметрии решетки (3). При  $V_2 = 0$  симметрия по отношению к инверсии восстанавливается. В дальнейшем во всех расчетах будем полагать, что амплитуда  $V_1$  фиксирована.

Характер и структура собственных состояний гамильтониана (1) определяются величиной магнитного потока через элементарную ячейку решетки [11]. Если этот поток (измеренный в квантах потока  $\Phi_0$ ) равен рациональному числу

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{p}{q} = \frac{|e|Ha^2}{2\pi\hbar c}, \quad p, q - \text{целые числа}, \quad (4)$$

то волновая функция является собственной функцией оператора магнитной трансляции и удовлетворяет условиям Блоха – Пайерлса

$$\Psi_{\mathbf{k}}(x, y) = \Psi_{\mathbf{k}}(x + qa, y + a) \cdot e^{-ik_x qa} \cdot e^{-ik_y a} \cdot e^{-2\pi i p y/a}. \quad (5)$$

При этом векторы  $\mathbf{a}_m = \{m_1 qa, m_2 a\}$  ( $m_1, m_2$  – целые числа) задают положение узлов так называемой магнитной решетки кристалла, а квазиимпульс определен в магнитной зоне Бриллюэна  $-\pi/qa \leq k_x \leq \pi/qa$ ,  $-\pi/a \leq k_y \leq \pi/a$ .

При выполнении неравенств

$$\hbar\omega_c \gg V_1, V_2; \quad l_H \ll a \quad (6)$$

(здесь  $l_H$  и  $\omega_c$  – магнитная длина и циклотронная частота) квантовые состояния электрона могут быть рассчитаны в рамках теории возмущений, то есть без учета взаимодействия между уровнями Ландау. Простые оценки показывают, что при  $a = 80$  нм условие  $p/q = 3$  выполнено в магнитном поле  $H \simeq 2 \cdot 10^4$  Э, и условия (6) будут справедливы для значений амплитуд  $V_1, V_2 \approx 1$  мэВ. Волновая функция электрона в  $\mu$ -й магнитной подзоне, удовлетворяющая (5), может быть разложена по осцилляторным функциям  $\varphi_N$   $N$ -го уровня Ландау [3]:

$$\Psi_{\mathbf{k}, \mu}^N(x, y) = \sum_{n=1}^p C_{n\mu}^N(\mathbf{k}) \sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} \varphi_N \left[ \frac{x - x_0 - \ell qa - nqa/p}{l_H} \right] \times e^{ik_y y} e^{ik_x (\ell qa + nqa/p)} e^{2\pi i y (\ell p + n)/a}, \quad (7)$$

где  $x_0 = c\hbar k_y / |e|H = k_y l_H^2$ . Отметим, что условие (5) будет выполнено, если коэффициенты разложения в (7) удовлетворяют соотношениям

$$C_{n+p, \mu}^N(\mathbf{k}) = C_{n\mu}^N(\mathbf{k}). \quad (8)$$

В представлении симметризованных линейных комбинаций функций Ландау (7) стационарное уравнение Шредингера  $\hat{H}\Psi = E\Psi$  принимает вид

$$H_{nm}^N(\mathbf{k}) C_{m\mu}^N(\mathbf{k}) = [E_N^0(p/q) \delta_{nm} + V_{nm}^N(p/q, \mathbf{k})] C_{m\mu}^N(\mathbf{k}) = E_{\mu}^N(\mathbf{k}) C_{n\mu}^N(\mathbf{k}), \quad (9)$$

где  $E_N^0 = \hbar\omega_c(N + 1/2)$ . Матрица  $V_{nm}^N$  размерности  $(p \times p)$  в (9) имеет следующую структуру

$$V_{nm}^N = \begin{pmatrix} D_1 & M_1 & 0 & \dots & \dots & 0 & M_p^* \\ M_1^* & D_2 & M_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & M_{n-1}^* & D_n & M_n & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_p & 0 & \dots & \dots & 0 & M_{p-1}^* & D_p \end{pmatrix} \quad (10)$$

с диагональными элементами

$$D_n = \left[ \frac{V_1}{4} \cos \left( 2\pi n \frac{q}{p} + \frac{qk_y a}{p} \right) + V_2 \sin \left( 2\pi n \frac{q}{p} + \frac{qk_y a}{p} \right) \right] \times \exp \left( -\frac{\pi q}{2p} \right) L_N^0 \left( \frac{\pi q}{p} \right) \quad (11a)$$

и внедиагональными элементами

$$M_n = \frac{1}{2} \left[ \frac{V_1}{4} - iV_2 \right] \exp \left( i \frac{k_x q a}{p} \right) \exp \left( -\frac{\pi q}{2p} \right) L_N^0 \left( \frac{\pi q}{p} \right) + \frac{V_1}{8} \cos \left( 2\pi [n + 1/2] \frac{q}{p} + \frac{qk_y a}{p} \right) \exp \left( i \frac{k_x q a}{p} \right) \times \exp \left( -\frac{\pi q}{p} \right) L_N^0 \left( \frac{2\pi q}{p} \right), \quad (11b)$$

где  $L_N^0(\xi)$  – полином Лагерра. Таким образом, периодический потенциал приводит к расщеплению уровня Ландау на  $p$  магнитных подзон при рациональных значениях числа квантов магнитного потока. Следует отметить, что система уравнений (9), определенная согласно (10), (11), не периодична по  $q/p$  с периодом единица, как это имеет место для стандартного уравнения Харпера [2].

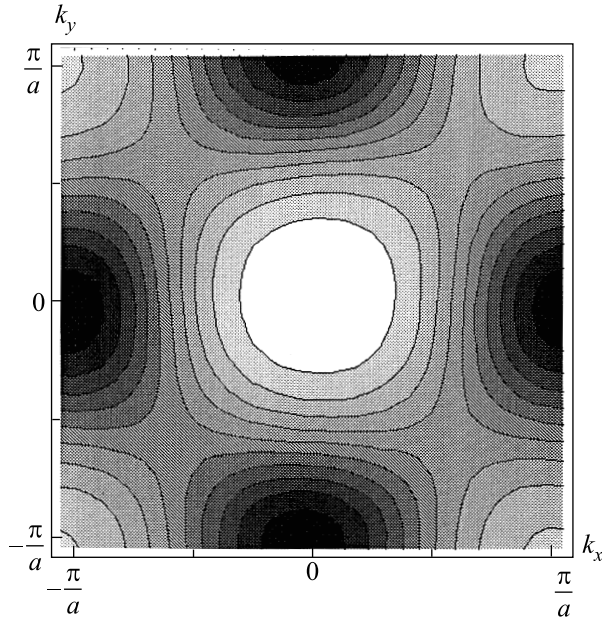


Рис.2. Изоэнергетические линии  $E_1^1(\mathbf{k}) = \text{const}$  в нижней магнитной подзоне, относящейся к первому уровню Ландау  $N = 1$ , при  $V_2/V_1 = 0.1$ ,  $p/q = 3/1$

Энергетический спектр и компоненты собственного вектора  $C_{n\mu}^N(\mathbf{k})$  могут быть вычислены аналитически для простых рациональных значений  $p/q$ .

Проведенные нами расчеты энергетического спектра продемонстрировали отсутствие центра инверсии в  $\mathbf{k}$ -пространстве для функций  $E_\mu(\mathbf{k})$ , относящихся к различным магнитным подзонам. Типичное расположение изоэнергетических линий в МЗБ в нижней из трех магнитных подзон ( $p/q = 3/1$ ), отщепленных от первого уровня Ландау  $N = 1$ , показано на рис.2. Здесь светлые участки соответствуют большим значениям энергии в подзоне.

Следует отметить, что при изменении направления магнитного поля на противоположное ( $\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{H}$ ), как и следовало ожидать, спектр изменяется следующим образом:

$$E_\mu(\mathbf{k}, \mathbf{H}) = E_\mu(-\mathbf{k}, -\mathbf{H}).$$

В то же время на противоположных границах МЗБ равны энергии

$$E_\mu \left( k_x, \frac{\pi}{a} \right) = E_\mu \left( k_x, -\frac{\pi}{a} \right);$$

$$E_\mu \left( \frac{\pi}{qa}, k_y \right) = E_\mu \left( -\frac{\pi}{qa}, k_y \right)$$

и соответствующие частные производные  $\partial E / \partial k_\alpha$  ( $\alpha = x, y$ ), причем  $\partial E / \partial k_\alpha$  в центре и на границах не равны нулю. Структура энергетического спектра, очевидно, должна зависеть от величины параметра  $V_2$ . В частности, нами обнаружено, что при некотором критическом значении  $V_2$  энергетическая щель, разделяющая две соседние подзоны, исчезает, и поверхности  $E_\mu^N(\mathbf{k})$  касаются друг друга при некотором  $\mathbf{k}_0$ , лежащем на диагонали МЗБ. На рис.3 приведена картина изоэнергетических линий для нижней магнитной подзоны  $E_1^0(\mathbf{k})$ , отщепленной от нулевого уровня Ландау  $N = 0$ , при  $p/q = 3/1$  и критическом значении отношения  $(V_2/V_1)^{cr} = 0.051706$ . При дальнейшем увеличении параметра  $V_2$  данное вырождение исчезает, и соседние подзоны остаются разделенными энергетической щелью. Ниже будет показано, что при критическом значении  $V_2$ , то есть в момент схлопывания щели, происходит скачкообразное изменение особенностей собственного вектора  $C_{n\mu}^N(\mathbf{k})$  системы (9) в  $\mathbf{k}$ -пространстве, а также топологических инвариантов, определяющих холловскую проводимость соответствующих подзон.

Коэффициенты  $C_{n\mu}^N(\mathbf{k})$  могут быть выбраны пропорциональными алгебраическим дополнениям  $D_{jn}(\mathbf{k})$  какой-либо (например,  $j$ -й) строки секулярного определителя системы (9) при  $E = E_\mu(\mathbf{k})$ . Компоненты нормированного собственного вектора согласно [12] могут быть представлены в виде

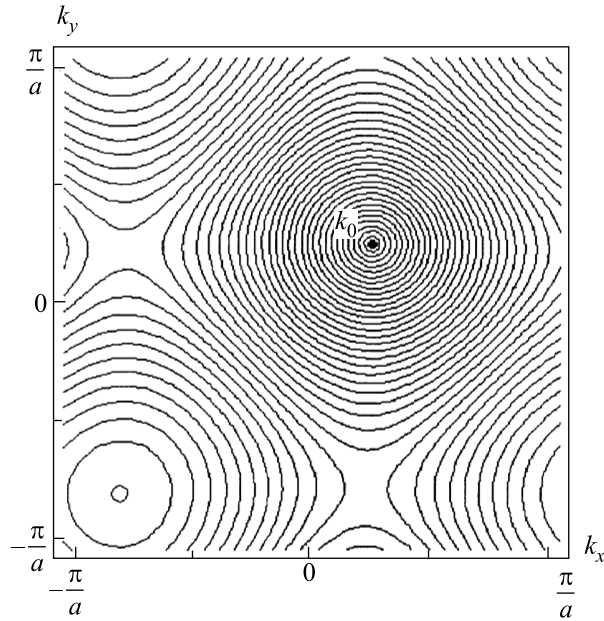


Рис.3. Изоэнергетические линии  $E_1^0(\mathbf{k}) = \text{const}$  в нижней магнитной подзоне нулевого уровня Ландау  $N = 0$  при критическом значении  $(V_2/V_1)^{cr} = 0.051706$ ,  $p/q = 3/1$ . В точке  $\mathbf{k}_0$ , где происходит касание магнитных подзон, значение  $E_1^0(\mathbf{k}_0)$  максимально

$$C_n^{(j)}(\mathbf{k}) = R_n^{(j)}(\mathbf{k}) \exp(i\phi_n^{(j)}(\mathbf{k})),$$

$$R_n^{(j)}(\mathbf{k}) = \left( D_{nn}(\mathbf{k}) / \sum_{s=1}^p D_{ss}(\mathbf{k}) \right)^{1/2}, \quad n \neq j. \quad (12)$$

В выражениях (12)  $D_{nn}(\mathbf{k})$  есть алгебраическое дополнение к элементу матрицы  $[H_{nn}^N - E_\mu^N]$ , а фаза  $\phi_n^{(j)}(\mathbf{k})$  определена соотношениями

$$\cos \phi_n^{(j)} = \frac{\text{Re } D_{jn}}{|D_{jn}|}, \quad \sin \phi_n^{(j)} = \frac{\text{Im } D_{jn}}{|D_{jn}|}, \quad n \neq j. \quad (13)$$

Можно показать, что в представлении  $j$ -й строки компонента  $C_j^{(j)}(\mathbf{k})$  является чисто действительной функцией и в некоторых особых точках  $\mathbf{k}_m$  расширенной магнитной зоны Бриллюэна  $-\pi/qa \leq k_x \leq \pi/qa$ ,  $-\pi p/qa \leq k_y \leq \pi p/qa$  обращается в ноль. Остальные компоненты  $C_n^{(j)}(\mathbf{k}_m)$  ( $n \neq j$ ) не имеют определенного предела при  $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}_m$ , и для них  $\mathbf{k}_m$  есть точки ветвления фазы. Отметим, что понятие расширенной МЗБ введено в работе Усова [12]. Здесь и далее верхний индекс в скобках будет задавать номер представления (то есть номер строки), а индексы магнитной подзоны  $\mu$  и уровня Ландау  $N$  мы будем опускать.

Рассмотренные выше особенности спектра и волновых функций магнитных блоховских состояний

в периодическом потенциале без центра инверсии должны существенно повлиять на транспортные и оптические характеристики 2D электронного газа. Ниже мы рассмотрим специфику закона квантования 2D холловской проводимости в кристаллах с нарушенной инверсионной симметрией. Холловская проводимость полностью заполненных магнитных подзон, разделенных энергетическими щелями, вычислялась в работах [3, 13]. В работах Новикова с сотрудниками [14] обсуждалась топологическая природа особенностей собственных функций, относящихся к магнитным подзонам. Комото показал, что значение квантованной холловской проводимости магнитной подзоны определяется топологическими особенностями волновой функции [15], причем в единицах  $e^2/h$  эта проводимость есть взятое с обратным знаком соответствующее первое число Черна. Однако Комото не привел явных формул для расчета величины проводимости. Данная проблема была решена Усовым [12], который установил связь между значением холловской проводимости  $\sigma_{xy}$  подзоны и особенностями волновой функции — точками ветвления фазы в  $\mathbf{k}$ -пространстве. Явное выражение для проводимости  $\mu$ -й магнитной подзоны, относящейся к  $N$ -у уровню Ландау, имеет вид [12]

$$\sigma_{xy} = -\frac{e^2}{h} \left[ \frac{1}{p} + \frac{q}{p} \sum_{\mathbf{k}_m} S(\mathbf{k}_m) \right]. \quad (14)$$

Это выражение является прямым следствием формулы Кубо. Целые числа  $S(\mathbf{k}_m)$  данной подзоны определяют набег фазы  $\phi_n^{(j)}(\mathbf{k})$  коэффициентов  $C_n^{(j)}(\mathbf{k})$  в (7) (в единицах  $2\pi$ ) при обходе точек  $\mathbf{k}_m$  в отрицательном направлении (по часовой стрелке).

Нами проведены расчеты холловской проводимости магнитных подзон при  $p/q = 3/1$  в потенциале (3). Для расчета компонент собственных векторов гамильтониана (1) было выбрано представление первой строки секулярного определителя системы (9). На рис.4а,б представлены сечения и особые точки функции  $C_1^{(1)}(\mathbf{k})$  в расширенной МЗБ для нижней из трех магнитных подзон нулевого уровня Ландау. Основные расчетные параметры приведены в подписи к рисунку. На рис.4а и 4б значения отношения  $V_2/V_1$  соответственно меньше и больше критического. Две особые точки, где  $C_1^{(1)}(\mathbf{k}) = 0$  (см. рис.4а), отмечены буквами  $A$  и  $B$ . При обходе каждой из этих точек по контуру, обозначенному на рисунке, фазы каждой из компонент  $C_2^{(1)}(\mathbf{k})$  и  $C_3^{(1)}(\mathbf{k})$  изменяются на  $+2\pi$ . Таким образом,  $S(\mathbf{k}_A) = S(\mathbf{k}_B) = 1$  и, согласно (14),  $\sigma_{xy} = -e^2/h$ . Аналогично могут быть вычислены холловские проводимости остальных магнитных

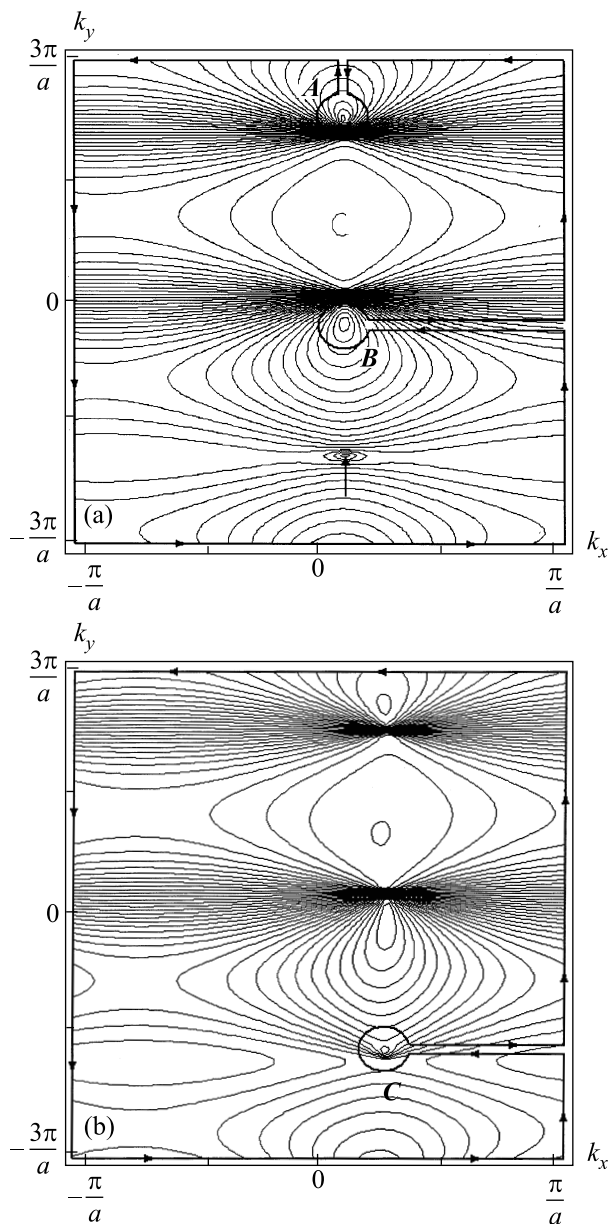


Рис.4. Уровни постоянных значений и особые точки действительной функции  $C_1^{(1)}(\mathbf{k})$  в расширенной МЗБ для  $N = 0$ ,  $p/q = 3/1$ : (a)  $V_2/V_1 = 0.02$ ; (b)  $V_2/V_1 = 0.06$

подзон: при указанных на рис.4а расчетных параметрах эти проводимости равны нулю.

При изменении значения  $V_2$  особые точки  $A$  и  $B$  смещаются в расширенной магнитной зоне Бриллюэна, причем малым изменениям  $V_2$  соответствуют малые смещения особых точек. В соответствие с топологической природой формулы (14) проводимость  $\sigma_{xy}$  изменяется только в момент касания (вырождения спектра в точке  $\mathbf{k}_0$ ) соседних подзон. При достижении параметром  $V_2$  критического

значения в некоторой точке МЗБ происходит касание двух соседних (в нашем случае нижней и средней) магнитных подзон рассматриваемого нулевого уровня. Особые точки  $A$  и  $B$  мгновенно исчезают (то есть теперь  $C_1^{(1)}(\mathbf{k})$  в этих точках не обращается в нуль), причем не аннигилируют друг с другом и не выходя на границы расширенной МЗБ. Одновременно появляется новая особая точка, где компонента  $C_1^{(1)}(\mathbf{k})$ , обозначенная на рис.4б как точка  $C$ , обращается в нуль. Положение локального минимума  $C_1^{(1)}(\mathbf{k})$  (зародыша особой точки  $C$ ) отмечено стрелкой на рис.4а. При обходе точки  $C$  по указанному на рис.4б контуру фазы каждой из компонент  $C_2^{(1)}(\mathbf{k})$  и  $C_3^{(1)}(\mathbf{k})$  изменяются на  $-2\pi$ , и, как следствие формулы (14), вклад в проводимость уровня Ландау  $N = 0$  от относящейся к нему нижней магнитной подзоны равен нулю. Можно показать, что теперь вклад в проводимость, равный  $-e^2/h$ , будет давать средняя магнитная подзона  $E_2(\mathbf{k})$ , коснувшаяся нижней  $E_1(\mathbf{k})$  при критическом значении  $V_2^{cr}$ . В то же время, очевидно, что при  $V_2 = 0$  изменение амплитуды потенциала  $V_1$  не может привести к изменению закона квантования холловской проводимости. Таким образом, в кристаллах без центра инверсии реализуется новое правило квантования холловской проводимости, причем изменение ее величины происходит скачкообразно при некотором критическом значении параметра  $V_2$ .

В заключение отметим, что отсутствие симметрии спектра в  $\mathbf{k}$ -пространстве должно приводить к ряду других наблюдаемых эффектов. Так, можно ожидать, что из-за отсутствия центра инверсии в  $\mathbf{k}$ -пространстве продольная проводимость  $\sigma_{xx}$  будет не инвариантна по отношению к замене знака постоянного электрического поля  $\mathbf{E}$ . В переменном электромагнитном поле в рассматриваемой ситуации должен возникать фотогальванический эффект, подобный описанному в работе [9]. Эти эффекты будут рассматриваться в отдельной публикации.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований (# 01-02-17102) и Минобразования России (# E00-3.1-413, # PD02-1.2-147), а также программой "Университеты России".

1. М. Я. Азбель, ЖЭТФ **46**, 929 (1964).
2. D. R. Hofstadter, Phys. Rev. **B14**, 2239 (1976).
3. D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale et al., Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982).
4. H. Silberbauer, J. Phys.: Condens. Matter **4**, 7355 (1992).

5. В. Я. Демиховский, А. А. Перов, ФТТ **40**, 1134 (1998); ЖЭТФ **114**, 1795 (1998).
6. V. Ya. Demikhovskii, A. A. Perov, Phys. Low-Dim. Structures **7/8**, 135 (1998).
7. V. Ya. Demikhovskii, A. A. Perov, and D. V. Khomitsky, Phys. Lett. **A267**, 408 (2000).
8. T. Schlösser, K. Ensslin, J. P. Kotthaus et al., Semicond. Sci. Technol. **11**, 1582 (1996); C. Albrecht, J. H. Smet, K. von Klitzing et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 147 (2001).
9. S. D. Ganichev, E. L. Ivchenko, S. N. Danilov et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 4358 (2001).
10. Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, Письма в ЖЭТФ **39**, 66 (1984).
11. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Теоретическая физика, т. IX, Статистическая физика (часть 2), М.: Наука, 1978.
12. Н. А. Усов, ЖЭТФ **94**, 305 (1988).
13. P. Streda, J. Phys. **C15**, L717 (1982).
14. Б. А. Дубровин, С. П. Новиков, ЖЭТФ **79**, 1006 (1980); С. П. Новиков, ДАН СССР **257**, 538 (1981).
15. M. Kohmoto, Ann. of Physics (NY) **160**, 343 (1985).