

Реализация квантового преобразования Фурье и моделирование волновой функции на квантовом компьютере с фиксированным непрерывным взаимодействием

Ю. Ожигов¹⁾

Физико-технологический институт РАН, 117218 Москва, Россия

Поступила в редакцию 1 апреля 2002 г.

После переработки 21 октября 2002 г.

Предлагается модель квантового компьютера с непрерывным взаимодействием диагонального типа между кубитами. Такой компьютер управляется только однокубитными короткими операциями. Показано, как осуществить квантовое преобразование Фурье и моделировать волновую функцию многочастичной задачи с линейными и квадратичными потенциалами на квантовом компьютере такого типа. Этот метод применим для широкого класса диагональных взаимодействий и для случая, когда разные кубиты взаимодействуют по-разному.

PACS: 03.67.Lx

1. Квантовый компьютеринг представляет собой беспрецедентный экзамен для современной физики, поскольку он требует такого уровня контроля за поведением объектов размеров порядка или меньше нанометра, который никогда прежде не достигался. В то время как математическая теория квантовых вычислений является сейчас уже достаточно разработанной, их физические реализации представляют собой серьезный вызов нашему пониманию Природы. Поэтому очень важно искать наиболее простые реализации квантовых алгоритмов, которые порождают наименьшие технологические затруднения. Обычно вычислительная единица – кубит – представляется как некая характеристика, например спин, заряд или положение некоторой элементарной частицы.

Технически очень сложно выполнить двухкубитные преобразования, играющие принципиальную роль в квантовых алгоритмах. Для того чтобы выполнить такое преобразование, мы должны управлять степенью запутанности частиц, которая определяется перекрытием пространственных частей их волновых функций. Однако для производства вычислений требуется также и четкое различие частиц, что возможно лишь, если перекрытие волновых функций достаточно мало. Таким образом, налицо противоречивость требований к физической реализации квантовых вычислений. Мы видим, что совершать двухкубитные преобразования во всяком случае значительно сложнее, чем однокубитные.

Здесь уместно предложить такой подход. Поскольку взаимодействие частиц с изменением степени запутанности вытекает из волнового уравнения, то двухкубитные преобразования происходят в ходе естественной временной эволюции квантовой системы. Управлять же такой системой можно при помощи только однокубитных преобразований, которые гораздо проще контролировать. Итак, мы будем производить вычисления, воздействуя на систему только однокубитными импульсами, а двухкубитные преобразования будут совершаться в фоновом режиме, и мы ими управлять не будем. В этом суть предлагаемой модели вычислений с однокубитным управлением. Такая модель является гораздо более реалистической, чем абстрактная схема квантового компьютера, предполагающая управление двухкубитным взаимодействием. Продемонстрируем, как можно в рамках предлагаемой модели решить конкретную задачу – моделировать поведение многочастичной системы с квадратичным взаимодействием с диагональной матрицей.

Основная трудность предлагаемой модели с однокубитным управлением состоит в том, что двухкубитное взаимодействие происходит неконтролируемым образом, в частности и с посторонними кубитами, что серьезно искажает схемы квантовых алгоритмов. Для производства вычислений в такой модели нам нужно создать методы коррекции “нежелательных” преобразований с помощью однокубитных импульсов. Для демонстрации возможностей такого подхода мы сначала покажем, как осуществить квантовое преобразование Фурье QFT в рамках та-

¹⁾e-mail: ozhigov@ftian.oivta.ru.

кой модели. Нашим основным предположением будет то, что матрица гамильтониана двухкубитного взаимодействия имеет диагональную форму. Однако сначала для удобства мы наложим также некоторые ограничения на скорость убывания этого взаимодействия с расстоянием. А именно, будем предполагать для простоты, что потенциал взаимодействия падает с расстоянием как потенциал Юкавы.

2. Реализация квантового преобразования Фурье на однокубитовом управлении. Квантовое преобразование Фурье – это ключевая подпрограмма в квантовом компьютеринге. Она используется в большом числе других алгоритмов (см., например [1–3]). Простейшая схема квантовых функциональных элементов, реализующая это преобразование, дана на рис.1. Она была использована Шором для быст-

это можно сделать. Мы будем рассматривать взаимодействия, имеющие вид

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{pmatrix}, \quad \rho > 0, \quad (1A)$$

$$H = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_4 \end{pmatrix}, \quad (1B)$$

где все $\rho = \rho_0(e^{-br}/r)$; $b = \text{const}$; r есть расстояние между кубитами-частицами и $\rho_1 + \rho_4 \neq \rho_2 + \rho_3$. Расположим l кубитов на одной линии с равными интервалами. Пусть взаимодействие между кубитами j и k имеет гамильтониан $H_{j,k}$ вида (1). Этот тип Гамильтонианов возникает, например, в модели Изинга для частиц со спином $1/2$. Требуемого уменьшения взаимодействия с расстоянием можно достигнуть, помещая кубиты в подходящую потенциальную яму. Выбрав подходящую единицу длины, мы можем добиться $b = 1$. Сначала будем изучать случай взаимодействия вида (1A) а затем распространим результаты на случай (1B).

2.1. Реализация QFT с точностью до фазового сдвига. Примем, что QFT и QFT^{-1} имеют вид

$$QFT : |a\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{b=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi i}{N} ab} |b\rangle, \quad (2)$$

$$QFT^{-1} : |a\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{b=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi i}{N} ab} |b\rangle.$$

Тогда обратное преобразование можно выполнить с помощью схемы, представленной на рис.2, где прямоугольники обозначают унитарные преобразования вида $U = e^{-i\tilde{H}}$, $\tilde{H} = \sum_{l>j>k\geq 0} \tilde{H}_{j,k}$, а каждое из $\tilde{H}_{j,k}$ имеет вид (1A) с $\rho_0 = \pi$, $r = j - k$. Если мы выберем единицу времени так, чтобы постоянная Планка, умноженная на ρ_0 , равнялась π , и единицу длины так, чтобы $r = j - k$, то U будет в точности преобразованием вектора состояния, индуцируемым рассматриваемым гамильтонианом в единичное время. Здесь мы предполагаем, что время производства однокубитных операций пренебрежимо мало по сравнению с единицей, так что взаимодействие пар кубит не может сильно изменить фазу за это время. Чтобы доказать, что эта схема действительно выполняет QFT^{-1} , мы применим метод подсчета амплитуд,

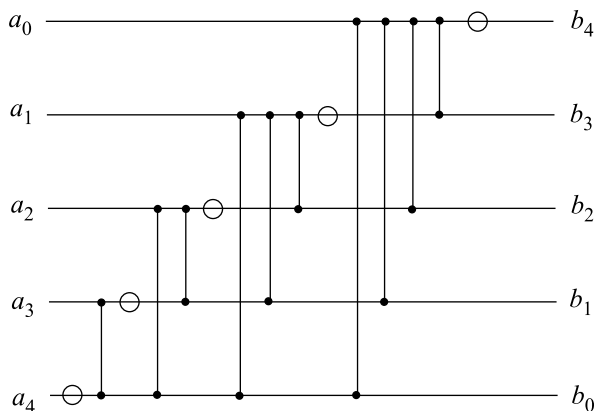


Рис.1. Квантовая схема из функциональных элементов для QFT^{-1} с одно- и двухкубитным управлением. Круги обозначают операцию Адамара, двухкубитные операции имеют вид (1)

рой квантовой факторизации (см. [1]). Договоримся представлять целое число вида $a = a_0 + a_02 + \dots + a_{l-1}2^{l-1}$ базисным состоянием $|a_0 a_1 \dots a_{l-1}\rangle = |a\rangle$. Эти состояния формируют ортонормированный базис для входных состояний квантовой схемы функциональных элементов. Располагаем их сверху вниз. Такое же соглашение примем и для выходных состояний схемы, только двоичные b_j знаки числа $b = b_0 + b_02 + \dots + b_{l-1}2^{l-1}$ будем располагать в противоположном порядке.

Эта схема выполняет обратное преобразование за QFT^{-1} за $O(l^2)$ шагов, тогда как его матрица $N = l^2$ -мерна. Однако в этой схеме требуется двухкубитное управление – она непосредственно не может быть реализована в рамках нашей модели. Мы покажем, как

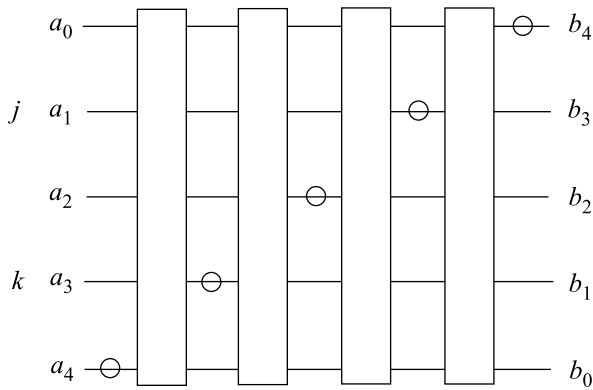


Рис.2. Прямоугольники обозначают непрерывное взаимодействие вида (1А), кружки – операции Адамара

предложенный в статье Шора [1]. Если дано базисное входное состояние $|a\rangle$, мы рассмотрим соответствующее выходное состояние. Это выходное состояние будет линейной комбинацией базисных состояний $|b\rangle$ с некоторыми амплитудами. Все модули этих амплитуд одинаковы, равны $1/\sqrt{L}$ и нам достаточно только следить за их фазами. Для простоты введем обозначение $a'_j = a_{l-1-j}$, $j = 0, 1, \dots, l-1$. В процессе применения нашей схемы значения кубитов с номерами j и $k \leq j$ проходят через элементы из рис.2 слева направо. Следуя этому направлению, мы выделим следующие 4 типа взаимодействий: взаимодействие a'_j с собой и a'_k с собой в операции Адамара, взаимодействие a'_j с a'_k ($j > k$), взаимодействие a'_j с b_k для $j > k$ и взаимодействие b_j с b_k ($j > k$). Время этих взаимодействий будет таким: нуль, k , $j-k$ и $l-1-j$, соответственно. Складывая вклады этих взаимодействий в фазу, мы получим результирующую фазу вида

$$\begin{aligned} & \pi \sum_{l>j>k \geq 0} \frac{a'_j a'_k k}{2^{j-k}(j-k)} + \\ & + \pi \sum_{l>j>k \geq 0} \frac{a'_j b_k (j-k)}{2^{j-k}(j-k)} + \pi \sum_{l>j \geq 0} a'_j b_j + \\ & + \pi \sum_{l>j>k \geq 0} \frac{b_j b_k (l-j-1)}{2^{j-k}(j-k)}, \end{aligned} \quad (3)$$

обозначая первое и последнее слагаемые через A и B . Их вклад соответствует действию диагональных гамильтонианов на $|a\rangle$ и $|b\rangle$. Пока оставим эти вклады. Займемся суммой второго и третьего членов этой суммы. После замены j на $l-1-j$ эта часть приобретет вид

$$\begin{aligned} & \pi \sum_{l-1>k+j \geq 0} \frac{a_j b_k 2^{j+k}}{2^{l-1}} + \pi \sum_{l-1 \geq j \geq 0} a_{l-1-j} b_k = \\ & = 2\pi \sum_{l>k+j \geq 0} \frac{a_j b_k 2^{j+k}}{2^l} = \\ & = 2\pi S + 2\pi \sum_{l>k, j \geq 0} \frac{a_j b_k 2^{j+k}}{2^l} = 2\pi S + 2\pi \frac{ab}{2^l} \end{aligned} \quad (4)$$

для некоторого целого S . Первое слагаемое здесь фазы не меняет, и мы получаем то, что требовалось с точностью до вклада A и B .

2.2. Коррекция сдвига фазы. Для того чтобы учесть вклад диагональных слагаемых A и B в фазу, мы применим один трюк. Сначала рассмотрим только слагаемое A . Оно состоит из членов вида $A_{j,k} = c_{j,k} a'_j a'_k$, где $c_{j,k}$ зависит только от j и k , но не от a . Объявим кубиты j и k выделенными. Мы будем применять однокубитное преобразование отрицания (NOT) несколько раз ко всем кубитам, кроме выделенных, с целью подавить все взаимодействия, кроме взаимодействия между выделенными кубитами.

Сначала рассмотрим пару невыделенных кубитов с номерами p, q , $q > p$. Их непрерывное взаимодействие за время Δt дает слагаемое $d_{p,q} \Delta t a'_p a'_q$ в фазу, где вещественное число $d_{p,q}$ зависит только от того, как быстро взаимодействие падает с расстоянием, но не от a'_p, a'_q . Например, для убывания типа Юкавы мы будем иметь $d_{p,q} = e^{-|q-p|}/|q-p|$. Теперь инвертируем один из этих двух кубитов, неважно какой, допустим, q с помощью операции NOT. Его состояние будет $1 - a'_q$. Теперь второй период длительностью Δt непрерывного взаимодействия даст слагаемое $d_{p,q} \Delta t a'_p (1 - a'_q)$ в фазу. Наконец, восстановим содержимое кубита q вторым применением NOT. Результирующий фазовый сдвиг в этих четырех действиях составит $d_{p,q} \Delta t a'_p$, и он зависит только от содержимого кубита p .

Теперь мы можем компенсировать этот фазовый сдвиг с помощью только одного однокубитного преобразования. Если рассмотреть пару кубитов с номерами p, q , где один, скажем p , выделен, а другой – нет, тогда мы можем скомпенсировать их взаимодействие, используя только однокубитные операции – два NOT-а для q и некоторый фазовый сдвиг для p .

Теперь нам надо так модифицировать этот метод, чтобы скомпенсировать все влияния невыделенных кубитов одновременно. Для этого мы будем выполнять операции NOT над каждым таким кубитом с достаточно малыми интервалами так, что вклады в фазу невыделенных кубитов будут друг друга сокращать. Есть два способа сделать это: использовать

случайный процесс для генерации моментов для однокубитных операций или осуществлять их периодически с разными периодами для разных кубитов. Сначала рассмотрим первый подход.

2.3. Компенсация сдвига фазы. Для каждого невыделенного кубита с номером p рассмотрим пуассоновский процесс \mathcal{A}_p , генерирующий моменты времени $0 < t_1^p < t_2^p < \dots < t_{m_p}^p < 1$ с некоторой фиксированной плотностью $\lambda \gg 1$. Пусть все \mathcal{A}_p независимы. Теперь выполним операции NOT над каждым кубитом с номером p в моменты t_m^p последовательно. В момент 1 выполняем NOT над кубитом p , если, и только если, m_p нечетно. Таким образом, после этой процедуры каждый кубит восстановит свое исходное значение. Взаимодействия между выделенными кубитами остаются незатронутыми. Зафиксируем некоторый невыделенный кубит и посчитаем его вклад в фазу. Он состоит из двух слагаемых: первое происходит из-за взаимодействия с выделенными, а второе – из-за взаимодействия с невыделенными кубитами. Посчитаем их последовательно.

1) Ввиду большой плотности λ пуассоновского процесса \mathcal{A}_p около половины времени кубит p будет находиться в состоянии a'_p , а оставшуюся половину – в состоянии $1 - a'_p$. Его взаимодействие с выделенным кубитом, скажем, с j , даст вклад $\frac{1}{2}d_{p,j}a'_p a'_j + \frac{1}{2}d_{p,j}(1 - a'_p)a'_j$, то есть $\frac{1}{2}d_{p,j}a'_j$.

2) Рассмотрим различные невыделенные кубиты с номерами $q \neq p$. Ввиду независимости моментов времени совершения операций NOT над кубитами p и q и большой плотности λ , эти кубиты будут в каждом из состояний (a'_p, a'_q) , $(a'_p, 1 - a'_q)$, $(1 - a'_p, a'_q)$, $(1 - a'_p, 1 - a'_q)$ приблизительно четверть всего времени. Результирующий вклад будет $\frac{1}{4}d_{p,q}[a'_p a'_q + a'_p(1 - a'_q) + (1 - a'_p)a'_q + (1 - a'_p)(1 - a'_q)] = \frac{1}{4}d_{p,q}$.

Общий фазовый сдвиг, происходящий из-за присутствия невыделенных кубитов, находится теперь суммированием значений из пунктов 1) и 2) для всех $p \notin \{j, k\}$. Это будет

$$\frac{1}{2} \left[\sum_{p \notin \{j, k\}} d_{p,j} a'_j + \sum_{p \notin \{j, k\}} d_{p,k} a'_k \right] + \frac{1}{4} \sum_{p, q \notin \{j, k\}} d_{p,q}.$$

Этот сдвиг может быть скомпенсирован только однокубитными преобразованиями поскольку первые два слагаемых зависят только от значений кубитов, а другие вообще константы. Таким образом, мы получили схему с непрерывным двухкубитным взаимодействием и однокубитными операциями, выполняющую фазовый сдвиг на $d_{j,k} a'_j a'_k$. Если взять временной промежуток Δt вместо единицы времени в этой процедуре, мы получим фазовый сдвиг

на $\Delta t d_{j,k} a'_j a'_k$. Если мы хотим получить сдвиг на $-\Delta t d_{j,k} a'_j a'_k$, мы сначала должны применить NOT к кубиту j , затем предыдущую процедуру, затем опять NOT к кубиту j и, наконец, прибавить $-\Delta t d_{j,k} a'_k$ однокубитной операцией. Итак, мы можем сделать любую добавку к фазе вида $c \cdot a'_j a'_k$ для вещественного c , независимо от его знака. Подходящая комбинация этих схем даст фазовый сдвиг

$$\sum_{j,k} c_{j,k} a'_j a'_k \quad (5)$$

для любого $c_{j,k}$. Размещая эти операции перед и после QFT^{-1} в процедуре из предыдущего пункта, мы компенсируем слагаемые A и B в фазе и получим схему, реализующую QFT^{-1} .

Оценим замедление, вызванное вставками NOT с большой плотностью по сравнению с абстрактной реализацией квантовых алгоритмов на схемах из функциональных элементов. Это делается так. Зафиксируем единицу времени так, что применение одной операции в схеме требует единичного времени. Пусть время разделено на равные короткие интервалы длиной δt единиц, NOT можно выполнять только в моменты вида $k\delta t$ для всякого целого k с вероятностью $p = 1/\lambda$, где λ есть плотность процесса. Пусть время вычисления равно T и $M = T/\delta t$. Ошибка в сдвиге фазы, проистекающая из некачественности этой модели случайного процесса, будет $\delta t D$, где D есть дисперсия суммы случайных величин, принимающих значения 1 и 0 с вероятностями p и $1 - p$, что есть $O(\sqrt{M})$. Значит, результирующая ошибка будет порядка T/\sqrt{M} и должна быть пренебрежимо малой. Для QFT мы имеем $T = O(\ln N)$ и получаем что $M = O(\ln^2 N/\epsilon)$ будет достаточной для исчезающе малой ϵ . Итак, видно, что метод случайных процессов дает немного более квадратичного замедления по сравнению со стандартной моделью, что вполне допустимо в случае таких быстрых алгоритмов, как QFT. Применяя модификации изложенного метода для более медленных квантовых алгоритмов, например, для алгоритма Гровера [7], следует использовать не метод случайных процессов, а метод периодических NOT. Он состоит в следующем. Мы будем совершать преобразования NOT на каждом из кубитов j в моменты времени вида $jk\delta t$ для целых k , где δt есть снова малый временной промежуток. Тогда мы можем повторить конструкцию, описанную выше, и избавиться от нежелательных фазовых сдвигов с помощью надлежащего выбора δt . Этот метод даст замедление в виде множителя порядка n^2 по сравнению со сложностью абстрактной модели квантовых функциональных схем.

3. Возможность использования взаимодействий разных типов. Наша техника может быть легко распространена на общий случай гамильтониана вида (1А) с произвольным убыванием. А именно, в рамках данной модели можно генерировать фазовый сдвиг вида (5) и

$$\sum_{l>j>k\geq 0} c_{j,k} a'_j b_k \quad (6)$$

для любых $c_{j,k}$.

Если дано взаимодействие (1В), его применение в единицу времени дает фазовый сдвиг на $\rho_1(1-a'_j)(1-b_k) + \rho_2(1-a'_j)b_k + \rho_3 a'_j(1-b_k) + \rho_4 a'_j b_k$, что можно свести линейным сдвигом к предыдущему случаю, так как $\rho_1 + \rho_4 \neq \rho_2 + \rho_3$.

Наконец, эта техника может быть непосредственно обобщена на гамильтонианы, которые можно диагонализировать однокубитными операциями.

4. Моделирование физики непрерывными взаимодействиями. Теперь обратимся к важной идее, высказанной еще Фейнманом [4]: моделировать физику многочастичных задач на квантовом компьютере. Схему реализации этой идеи, основанную на применении метода Купперсмитта, Дейча и Шора (см. рис.1) для QFT^{-1} , предложили Залка [5] и Визнер [6]. Метод реализации QFT , основанный на однокубитном управлении, который предложен в настоящей работе, дает простой способ моделированию волновой функции многочастичных задач при линейных и квадратичных потенциалах. Такой гамильтониан для s_1 частиц имеет вид

$$H = \sum_{k=1}^s \frac{p_k^2}{2m_k} + \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^s v_{j,k} q_j q_k, \quad (7)$$

где $s = 3s_1$ есть общее число пространственных координат q_k , определяющих положение частиц, p_k – импульсы и $v_{j,k}$ – константы, определяющие потенциалы взаимодействий. Мы будем рассматривать случай $k = 1$, поскольку общий случай совершенно аналогичен.

Нам требуется приблизить действие оператора e^{-iHt} на волновую функцию ψ_0 , где $H = H_p + H_q$, $H_p = p^2/2m$, $H_q = V(q)$, $p = i^{-1}(\partial/\partial q)$ и потенциал $V(q)$ есть вещественная квадратичная функция. Без потери общности можно взять $t = 1$. Для получения полезной аппроксимации надо работать с координатным или импульсным базисом пространства векторов состояния, и в обоих случаях гамильтониан не будет диагональным. Чтобы свести проблему к диагональным гамильтонианам, выберем малый времен-

ной интервал Δt и представим наш временной оператор эволюции приближенно:

$$e^{-iH} \approx (e^{-iH_q \Delta t} e^{-iH_p \Delta t})^{1/\Delta t}. \quad (8)$$

Выбирая, скажем, координатный базис, мы имеем диагональную форму для H_q . Используя преобразование Фурье $FT : f \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ipq} f(q) dq$ и его свойство заменять дифференцирование $\partial/\partial q$ умножением на ip , мы можем представить действие импульсной части оператора как $e^{-iH_p} = FT^{-1} e^{-ip^2 \Delta t/2m} FT$, где средний оператор имеет диагональный вид. Если мы можем реализовать FT и фазовый сдвиг на $-p^2/2m$, то последовательное применение таких операторов из (8) даст нужное приближение.

Пусть волновая функция $\psi(q)$ определена на сегменте $(-A, A)$ и ее импульсное представление $FT \psi$ определено на сегменте $(-B, B)$. Выбирая малые значения Δq и Δp , мы можем приблизить ее через

$$\sum_{a=0}^{2A/\Delta q} \psi(q_a) \delta_a,$$

где $\delta_a(q)$ принимает значения 1 на сегменте $(q_a, q_a + \Delta q)$ и ноль для других q . Тогда мы можем приблизить FT линейной операцией, чье действие на δ_a дает

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Delta q \sum_{b=0}^{2B/\Delta p} e^{-ip_b q_a} \sigma_b(p),$$

где $\sigma_b(p)$ есть одноступенчатая импульсная функция, аналогичная δ_a . Вводя новые одноступенчатые функции для координат и импульсов через $d_a(q) = \delta_a(q - A)$, $s_b(p) = \sigma_b(p - B)$, мы перепишем FT в виде

$$d_a \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Delta q \sum_{b=0}^{2B/\Delta p} e^{-i b a \Delta q} \Delta p s_b, \quad (9)$$

что выглядит очень похоже на QFT .

Предположим, что физическое пространство зернисто в координатном и импульсном представлениях с размером зерен Δq и Δp , соответственно. Тогда рассматриваемая частица может находиться только в точках вида q_a или может иметь импульсы только вида p_b . Мы ассоциируем позицию q_a ; $a = 0, 1, \dots, N = 2^l$ с базисным состоянием $|a\rangle$ в l -кубитной квантовой системе. Для простоты выберем такую единицу длины, что $\Delta q = \Delta p = \sqrt{2\pi}/\sqrt{N}$, и пусть $A = B = \sqrt{\pi N}/2$. Тогда (9) соответствует QFT вида (2) и фазовый сдвиг на $-p^2 \Delta t/2m$ из (8) соответствует фазовому сдвигу на $-\pi b^2 \Delta t/mN$. Мы

можем осуществить обе операции с помощью непрерывного взаимодействия с однокубитным управлением, поскольку они имеют нужную для этого форму. Наконец, первый из операторов (8) может быть реализован тем же самым путем.

При моделировании ансамбля из s_1 частиц мы должны взять s_1 копий квантового регистра для одной частицы и выполнить изложенную выше процедуру для объединенной квантовой памяти.

5. Преимущества квантового моделирования волновых функций. Предложенный метод квантового моделирования волновых функций сохраняет все преимущества квантового решения уравнения Шредингера, предложенного в работах [1, 5, 6]. А именно, при заданном взаимодействии между кубитами наш метод реализации QFT требует времени $O(l^2)$. Если ограничиться приближенной версией этого оператора, получающейся, если опустить экспоненциально малые сдвиги фазы, то соответствующая модификация предложенного метода требует времени $O(l)$ с константой, зависящей от выбранной точности.

Что касается моделирования волновых функций, основное преимущество данного метода проявляется при многочастичных задачах. Пусть у нас есть система s одномерных частиц. Ее волновая функция в фиксированный момент времени имеет вид $\psi(x_1, x_2, \dots, x_s)$, где x_j обозначает координату j -й частицы. Для хранения в памяти аппроксимации этой функции с зерном ϵ и аргументом, ограниченным b , нам нужно порядка N^s бит, где $N = b/\epsilon$. В то же время квантовый метод моделирования требует порядка $\ln N$ кубит для каждой частицы и вся память будет порядка $s \ln N$ кубит, что составляет почти логарифм от классической памяти.

6. Мы предложили модель квантового компьютера, управляемого только однокубитными операци-

ями с неконтролируемым непрерывным двухкубитным взаимодействием диагонального типа. Преимущества такой модели – в простоте управления. Был указан простой способ реализации квантового преобразования Фурье и моделирования многочастичных задач с квадратичным потенциалом в рамках предложенной модели. Такой квантовый компьютер способен моделировать состояния системы гармонических осцилляторов, свободные поля и частицы, а также поведение сложных многоатомных молекул.

Было бы важно обобщить предложенный метод на недиагональные гамильтонианы. Наконец, было бы интересно выделить те расчетные задачи квантовой механики, в которых при кубитном представлении волновых функций применение квантовых вычислений было бы эффективно. Например, такая переформулировка предполагает наличие пространственного зерна, и таким образом устраняется традиционная трудность теории поля, состоящая в расходимости рядов для высоких энергий. Такая кубитная переформулировка вообще представляется более эффективной, так как требует количества памяти, растущего с ростом числа частиц линейно, а не экспоненциально, как в традиционном описании волновых функций.

-
1. P. W. Shor, SIAM J. Comp. **26**, 1484 (1997), lanl e-print quant-ph/9508027.
 2. D. S. Abrams and S. Lloyd, lanl e-print quant-ph/9807070.
 3. Y. Ozhigov, lanl e-print quant-ph/0201132.
 4. R. Feynman, J. Theoret. Phys. **21**, 467 (1982).
 5. C. Zalka, lanl e-print quant-ph/9603026.
 6. S. Wiesner, lanl e-print quant-ph/9603028.
 7. L. K. Grover, Proc. STOC, 1996, p.212, Philadelphia PA USA, lanl e-print quant-ph/9605043.