

Эффективная масса квазичастиц в вигнеровской жидкости

Э. Г. Батыев¹⁾

Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 21 октября 2002 г.

После переработки 19 ноября 2002 г.

На основе простых соображений дается оценка обменного взаимодействия и эффективной массы ферми-возбуждения в системе двумерных электронов малой плотности ($r_S \gg 1$). Для отношения эффективной (перенормированной за счет взаимодействия) и зонной масс получена зависимость $m^*/m = (A/\sqrt{r_S}) \exp(\alpha\sqrt{r_S})$, где A, α – постоянные порядка единицы, а эффективный g -фактор не зависит от r_S и в двухдолинном случае (кремний) больше исходного значения. Сравнение с экспериментальными результатами показывает, что имеется качественное согласие для кремния.

PACS: 71.27.+a

В последние годы интенсивно изучаются свойства двумерных электронов (дырок) малой плотности (см., например, обзор [1]). Это система с сильным взаимодействием, поэтому эффективные масса и g -фактор могут существенно отличаться от исходных значений и, к тому же, сильно меняться с плотностью. Это изучалось экспериментально в работах [2–6], в которых были получены соответствующие зависимости от концентрации носителей. Настоящая работа посвящена теоретическому рассмотрению этих вопросов.

В электронной системе малой плотности кулоновское взаимодействие велико по сравнению с кинетической энергией (при абсолютном нуле температур). Отношение этих энергий порядка r_S – среднего расстояния между частицами в боровских радиусах (если кинетическую энергию оценивать, как в ферми-газе). Малые плотности соответствуют значениям $r_S \gg 1$. При достаточно больших значениях r_S образуется вигнеровский кристалл. Как показано в работе [7], это происходит при $r_S > 37 \pm 5$. При меньших значениях r_S , но все еще больших, имеется сильно коррелированная жидкость (иногда называется вигнеровской жидкостью) с ближним порядком, как в кристалле. Именно о таком состоянии пойдет дальше речь.

Такую жидкость описывают на основе теории ферми-жидкости Ландау. Это значит, что классификация элементарных возбуждений остается такой же, как в ферми-газе, то есть имеются возбуждения фермиевского типа, но из-за взаимодействия их свойства (например, эффективная масса, спиновая восприимчивость) отличаются от свойств ферми-возбуждений

в газе. Теория ферми-жидкости Ландау дает соответствующие общие соотношения, но возникает вопрос о более конкретных утверждениях, которые можно было бы сделать относительно вигнеровской жидкости. Данная работа представляет попытку ответить на этот вопрос.

В рассматриваемой сильно коррелированной системе частица некоторое время находится в минимуме потенциала, создаваемого окружением, и изредка перескакивает в другой минимум. Это напоминает поведение частицы в модели сильной связи, используемой при получении электронного спектра в кристалле, где для эффективной массы m^* получаем:

$$m^* \sim 1/|t| a^2, \quad (1)$$

где t – матричный элемент перескока, a – постоянная решетки. В нашей задаче такие перескоки происходят путем обмена местами двух соседних частиц и, таким образом, требуется найти энергию обменного расщепления уровней, которая и будет играть роль матричного элемента t . Предполагаемая аналогия с поведением частицы в периодическом поле – основная идея данной работы.

В качестве пояснения к исходной идее отметим следующее. Упомянутое обменное взаимодействие должно играть определяющую роль при перемещении частиц в сильно коррелированной квантовой жидкости, каковой является вигнеровская жидкость. Тогда соотношение типа (1) (где a – среднее расстояние между частицами) следует просто из размерных соображений. Подразумевается, что квазичастица перемещается как свободная частица (со слабым затуханием – по теории ферми-жидкости), а не диффундирует, что было бы, например, в классической

¹⁾e-mail: batyev@isp.nsc.ru

системе (кстати, такие две предельные возможности имеются и для частицы в решетке).

Еще замечание в этой связи. Представим, что система полностью поляризована по спину (продольным магнитным полем), и будем следить за движением частицы с перевернутым спином. Для выяснения этого необходимо найти обменное взаимодействие с ближайшими соседями. В случае кристалла этой величины было бы достаточно для отыскания спектра спиновой волны. В жидкости (в однородной системе) квазичастице можно приписать импульс, так что вместе со спином происходит и перемещение заряда. Отсюда следует, что, зная обменное взаимодействие, можно надеяться получить правильную оценку эффективной массы квазичастицы.

Если определена энергия обменного взаимодействия двух частиц, то можно по формуле (1) произвести оценку эффективной массы, а также, как оказывается, сделать некоторые выводы об обменном взаимодействии квазичастиц в ферми-жидкости, именно, о его знаке и зависимости от концентрации. Получение соответствующих соотношений – основная цель данной работы. Кроме того, обсуждается степень согласия теоретических выводов с имеющимися экспериментальными результатами.

Итак, прежде всего надо оценить обменное взаимодействие. Поскольку оно в рассматриваемом пределе малых концентраций мало по сравнению с кулоновским взаимодействием и характерной частотой плазменных колебаний, то задачу о его определении можно предельно упростить. Предлагается следующая модель. Выделим две соседних частицы и заменим их взаимодействие с другими некоторым эффективным внешним полем, которое выберем простейшим возможным образом, а их взаимодействие друг с другом будем считать кулоновским, как на самом деле. При таком подходе задача становится одночастичной, и ее можно решать в квазиклассическом приближении.

Гамильтониан системы двух частиц в упрощенной постановке выберем в виде

$$H = \frac{-1}{2m} \left(\nabla_1^2 + \nabla_2^2 \right) + \sum_{i=1}^2 \frac{m(\omega_1^2 x_i^2 + \omega_2^2 y_i^2)}{2} + \frac{e^2}{\epsilon |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}. \quad (2)$$

Здесь m – зонная масса, второе слагаемое – это внешнее поле, имитирующее влияние других частиц (плюс компенсирующий заряд), частоты $\omega_{1,2}$ подбираем таким образом, чтобы равновесное расстоя-

ние между частицами (в классическом пределе) соответствовало среднему расстоянию между частицами рассматриваемой системы. Пусть эти минимумы расположены по оси x в точках $\pm a/2$ (a – равновесное расстояние между частицами в классическом пределе). Параметры модели, помимо этого условия, определяются также требованием изотропии минимума потенциала для одной из частиц при фиксированном расположении другой частицы. Это дает

$$\omega_1^2 = \frac{2e^2}{\epsilon m a^3}, \quad \omega_2^2 = \frac{5\omega_1^2}{2}. \quad (3)$$

Введем координаты центра тяжести и относительные координаты:

$$x_{1,2} = X \pm x/2, \quad y_{1,2} = Y \pm y/2. \quad (4)$$

Видно, что волновая функция системы с гамильтонианом (2) есть произведение функций координат (X, Y) и (x, y) , причем для первой пары координат функции известны, а для второй пары волновая функция определяется уравнением Шредингера с гамильтонианом:

$$H_0 = \frac{-1}{2\mu} \nabla^2 + \frac{\mu(\omega_1^2 x^2 + \omega_2^2 y^2)}{2} + \frac{e^2}{\epsilon r}, \quad (5)$$

где $\mu = m/2$ – приведенная масса. Таким образом, задача упростилась – теперь необходимо рассмотреть движение одной частицы в осцилляторном поле и в поле отталкивающего кулоновского центра, расположенного в начале координат. Минимумы потенциала – в точках $\pm a$ по оси x .

В главном приближении волновая функция основного состояния при расположении частицы вблизи правого минимума имеет вид

$$\psi_+(x, y) \sim \exp \left[-\frac{\mu\Omega_1}{2}(x-a)^2 - \frac{\mu\Omega_2}{2}y^2 \right], \quad (6)$$

$$\Omega_1^2 = 3\omega_1^2, \quad \Omega_2^2 = \frac{3}{2}\omega_1^2.$$

Далее действуем по известным образцам (см., например, задачу об ионе молекулы водорода в книге [8], гл. XI). Пусть Ψ_S и Ψ_A есть симметричная и антисимметричная функции координат, которым соответствуют энергии E_S и E_A , так что уравнения для них имеют вид

$$E_S \Psi_S = H_0 \Psi_S, \quad E_A \Psi_A = H_0 \Psi_A. \quad (7)$$

Функция Ψ_A меняет знак, а Ψ_S остается неизменной при замене $x \rightarrow -x$. Домножая первое уравнение на Ψ_A , а второе на Ψ_S , вычитая почленно и затем интегрируя по половине площади при $x > 0$, получим

$$E_S - E_A = \frac{1}{\mu} \int dy \left(\Psi_A \frac{\partial \Psi_S}{\partial x} - \Psi_S \frac{\partial \Psi_A}{\partial x} \right)_{(x=0)}.$$

Этот результат можно переписать, введя функции

$$\Psi_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\Psi_S \pm \Psi_A \right) \quad (8)$$

(будем считать, что функция Ψ_1 сосредоточена в основном вблизи правого минимума). После этого имеем для разности энергий:

$$E_S - E_A = \frac{1}{\mu} \int dy \left(\Psi_1 \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} - \Psi_2 \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} \right)_{(x=0)}. \quad (9)$$

Функции $\Psi_{1,2}$ переходят друг в друга при замене $x \rightarrow -x$. Поэтому (9) можно переписать следующим образом:

$$E_S - E_A = \frac{-2}{\mu} \int dy \left(\Psi_1 \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} \right)_{(x=0)}. \quad (10)$$

Таким образом, необходимо найти функцию Ψ_1 вблизи $x = 0$ при условии, что эта функция совпадает с Ψ_+ (6) около правого минимума.

Обратимся к решению уравнения с гамильтонианом (5). Сначала о свойствах потенциальной энергии. Воспользуемся цилиндрическими координатами (r, φ) . При фиксированном значении φ потенциал растет при $r \rightarrow 0, \infty$ и минимум достигается при $r = r_m$, для которого имеем

$$r_m^3 = \frac{e^2}{\epsilon \mu (\omega_1^2 \cos^2 \varphi + \omega_2^2 \sin^2 \varphi)}. \quad (11)$$

Перейдем к безразмерным координатам ($r/a = \rho$), а энергию будем измерять в единицах $e^2/\epsilon a$. В этих единицах вместо (5) получим

$$\frac{\epsilon a}{e^2} H_0 \rightarrow h_0 = \frac{-1}{2M} \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right\} + \frac{\left(1 + (3/2) \sin^2 \varphi \right) \rho^2}{2} + \frac{1}{\rho}, \quad M = \frac{\mu e^2 a}{\epsilon} \quad (12)$$

($M \sim r_S \gg 1$). Наличие большой величины M будет использовано далее при приближенном решении задачи.

Волновую функцию $\Psi(\rho, \varphi)$ ищем в виде

$$\Psi(\rho, \varphi) = \psi(\rho, \varphi) / \sqrt{\rho}.$$

Для ψ имеем уравнение

$$\frac{-1}{2M} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{4\rho^2} \right\} \psi + \left\{ \frac{\left(1 + (3/2) \sin^2 \varphi \right) \rho^2}{2} + \frac{1}{\rho} \right\} \psi = E\psi. \quad (13)$$

Это пока точное уравнение модели. Будем анализировать его решение, предельно упрощая (13) с учетом того, что $M \gg 1$. При этом будет получена искомая зависимость в главном приближении (с точностью до постоянного коэффициента). Упрощения заключаются в пренебрежении заведомо малыми вкладами, именно, отбросим вклад с $1/4\rho^2$ в первом слагаемом, который мал по сравнению со вторым слагаемым слева; разложим потенциальную энергию по ρ вблизи минимума; наконец, в коэффициенте при второй производной по φ заменим ρ на значение в минимуме потенциала. Удобно перейти к новой переменной $\xi = \rho - \rho_m$. После этого получим

$$\frac{-1}{2M} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\rho_m^2} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} - \rho'_m \frac{\partial}{\partial \xi} \right)^2 \right\} \psi + \left\{ \frac{3}{2\rho_m} + \frac{F(\varphi)\xi^2}{2} \right\} \psi = E\psi, \quad (14)$$

$$\rho_m^3 = 1 / \left(1 + (3/2) \sin^2 \varphi \right), \quad \rho'_m = \frac{d\rho_m}{d\varphi}.$$

Здесь $\rho_m = r_m/a$ (см. (11)). Величина $F(\varphi) \sim 1$, конкретное выражение для нее не понадобится в используемых приближениях.

Выделим из (14) часть, зависящую от ξ и содержащую производные только по ξ . Введем функции $\chi_n(\xi, \varphi)$, в которых φ является параметром и которые являются решениями уравнения:

$$\frac{-1}{2M} \left\{ \left(1 + \frac{\rho_m^2}{\rho_m^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \frac{\rho_m''}{\rho_m^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \right\} \chi_n + \frac{F(\varphi)\xi^2}{2} \chi_n = \epsilon_n(\varphi) \chi_n.$$

Это уравнение сводится к обычному уравнению для осциллятора преобразованием $\chi \rightarrow \exp(a\xi)\chi$, где величина $a(\varphi)$ подбирается так, чтобы пропала первая производная ($a \sim 1$). В результате имеем для спектра

$$\epsilon_n(\varphi) = (n + 1/2)\Omega(\varphi) + b(\varphi),$$

где $\Omega(\varphi) \sim 1/\sqrt{M}$, $b(\varphi) \sim 1/M$.

Функции χ_n ортогональны с весом $\exp(-2a\xi)$. Решение уравнения (14) можно искать в виде

$$\psi(\xi, \varphi) = \sum_n \Phi_n(\varphi) \chi_n(\xi, \varphi).$$

Поскольку известно предельное значение функции $\psi(\xi, \varphi)$ вблизи минимума потенциала (6), то из всей суммы остается только основное состояние:

$$\psi(\xi, \varphi) = \Phi_0(\varphi) \chi_0(\xi, \varphi). \quad (15)$$

Уравнение для Φ_0 получаем обычным образом: подставляем (15) в (14), домножаем уравнение (14) на χ_0 и производим интегрирование по ξ . Учитывая, что χ_0 есть функция основного состояния осциллятора (со смещенным центром), имеем для этой функции

$$\int d\xi \left(\chi_0 \frac{\partial \chi_0}{\partial \xi} \right) = 0,$$

так что пропадает вклад с первой производной $\partial \Phi_0 / \partial \varphi$. Интеграл

$$\int d\xi \left(\chi_0 \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial \varphi \partial \xi} \right) \sim 1$$

(для нормированной функции χ_0) вместе с множителем $\sim 1/M \ll 1$ дает вклад в потенциальную энергию по φ , которым можно пренебречь. В результате для Φ_0 получим уравнение

$$\frac{-1}{2M\rho_m^2} \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \varphi^2} + \left\{ \frac{3}{2\rho_m} + \epsilon_0(\varphi) \right\} \Phi_0 = E\Phi_0. \quad (16)$$

Функцию Φ_0 в классически недоступной области ищем в квазиклассическом приближении [8]. Поскольку нас интересуют зависимости, а не постоянные коэффициенты, то при отыскании волновой функции вдали от точки поворота можно пренебречь малой величиной $\epsilon_0(\varphi) \sim 1/\sqrt{M}$ и с той же точностью заменить E на значение потенциальной энергии в минимуме, то есть $E \rightarrow 3/2$. После этого вблизи интересующей нас точки $\varphi = \pi/2$ (см. (10)) для Φ_0 получим

$$\Phi_0(\varphi) \sim \exp\left(-\int_0^\varphi d\varphi \sqrt{3M(\rho_m - \rho_m^2)}\right). \quad (17)$$

Далее используем формулу (10) (переходя от ψ к Ψ_1) или подобную формулу для получения безразмерной разности энергий (используя непосредственно Φ_0). Отметим, что имеется двойной вклад от двух путей (функция Ψ_1 имеет два максимума при положительных и отрицательном значениях y). В результате для разности энергий (с точностью до множителя порядка единицы) получим:

$$E_S - E_A \sim -\frac{\sqrt{M}}{\mu a^2} \exp\left(-2 \int_0^{\pi/2} d\varphi \sqrt{3M(\rho_m - \rho_m^2)}\right). \quad (18)$$

Соответственно для оценки эффективной массы согласно (1) имеем:

$$\frac{m^*}{m} \sim \frac{1}{\sqrt{M}} \exp\left(2 \int_0^{\pi/2} d\varphi \sqrt{3M(\rho_m - \rho_m^2)}\right). \quad (19)$$

Или после вычисления интеграла в экспоненте

$$\frac{m^*}{m} \sim \frac{1}{\sqrt{M}} \exp(1.76\sqrt{M}).$$

Это при использовании упрощенного подхода с гамильтонианом (2). В общем случае можно только утверждать, что имеет место зависимость

$$\frac{m^*}{m} = \frac{A}{\sqrt{r_S}} \exp(\alpha\sqrt{r_S}), \quad (20)$$

где коэффициенты A и α порядка единицы. Полученная зависимость справедлива при $r_S \gg 1$. Отметим, что подобную зависимость можно было бы получить из общих соображений, учитывая, что туннелирование частицы происходит вблизи некоторой траектории, параметры которой известны по порядку величины, и сопоставляя с одномерным случаем. В использованном здесь подходе видно, какие приближения делаются, и в принципе можно было бы уточнить результат.

Сравнивая (18) и (19), видим, что

$$|E_S - E_A| \sim \frac{n}{m^*} \sim \epsilon_F,$$

где n – концентрация носителей, ϵ_F – фермиевская энергия. Характерная скорость квазичастиц в жидкости – это фермиевская скорость v_F , так что характерное время τ пролета расстояния между частицами a можно оценить следующим образом:

$$\tau \sim a/v_F \sim 1/\epsilon_F \sim 1/|E_S - E_A|.$$

Таким образом, время τ оказывается порядка времени “оседлой” жизни частицы, как и должно было быть. Это значит, что предположение об оценке эффективной массы квазичастицы в жидкости по формуле (1) не приводит к противоречию, а наоборот, дает разумный результат.

Как следует из теории ферми-жидкости Ландау, спиновая поляризация ферми-жидкости в магнитном поле определяется эффективным g -фактором g^* (точнее, произведением g^*m^*). Поскольку имеется оценка для обменного взаимодействия двух частиц, то естественно попытаться понять, что получится для квазичастиц ферми-жидкости, то есть что можно сказать о g^* . Будем интересоваться в основном двухдолинным случаем. В этой ситуации частица, помимо спина \mathbf{S} , характеризуется еще номером долины, что можно описать, введя оператор квазиспина половина \mathbf{Q} . В рассмотренном случае двух частиц обменное взаимодействие H_{ex} в общем виде можно записать так:

$$H_{ex} = \lambda_S(\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2) + \lambda_Q(\mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_2) + \lambda_{SQ}(\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2)(\mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_2) \quad (21)$$

(индексы 1, 2 нумеруют частицы). Здесь учтена инвариантность относительно независимого вращения в спиновом и квазиспиновом пространствах (предполагается полное вырождение как по спину, так и по номеру долины). Полная волновая функция должна быть антисимметричной при перестановке частиц. Как обычно, это накладывает ограничения на возможные состояния по спину и квазиспину.

Введем суммарные спин и квазиспин: $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$, $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2$. Для симметричного по пространственным координатам состояния с энергией E_S возможны состояния с квантовыми числами $(S = 1, Q = 0)$ и $(S = 0, Q = 1)$, а для антисимметричного по пространственным координатам состояния с энергией E_A возможны состояния с квантовыми числами $(S = 1, Q = 1)$ и $(S = 0, Q = 0)$. Нетрудно убедиться, что имеют место такие соотношения между коэффициентами выражения (21) и обменным расщеплением уровней:

$$\lambda_S = \lambda_Q = \lambda_{SQ}/4 = (E_A - E_S)/2. \quad (22)$$

Теперь о том, какие выводы можно сделать о свойствах ферми-жидкости. Для кристалла (в основном состоянии) надо было бы рассматривать состояния ближайших соседей $(S = 1, Q = 0)$ и $(S = 0, Q = 1)$, которым соответствует минимальная энергия. Тогда было бы вырождение между состояниями системы с максимальным спином и с максимальным квазиспином. Это вырождение снималось бы, например, слабым магнитным полем, которое привело бы к полной спиновой поляризации. В ферми-жидкости, в которой имеется ближний порядок, как в кристалле, эта тенденция сохранится с соответствующими поправками, связанными с вкладом кинетической энергии квазичастиц. Таким образом, можно сделать вывод, что в ферми-жидкости в двухдолинном случае взаимодействие квазичастиц будет ферромагнитного типа, то есть эффективный g -фактор будет больше, чем в газе ($g^* > g$).

Можно сказать больше, а именно, в рассматриваемом пределе $r_S \gg 1$ эффективный g -фактор не зависит от r_S ($g^* = \text{const}$). Это следует из теории ферми-жидкости Ландау и нашего утверждения о том, что зависимость обменного взаимодействия, определяемого величиной $|E_S - E_A|$, совпадает с зависимостью $1/m^*$. Нельзя сказать, насколько численно изменится g -фактор, так как полученные здесь результаты имеют качественный характер, и можно говорить только о виде зависимостей и о порядках величины.

Сравнение с результатами, например, работы [2] (формула (1) этой работы) позволяет определить ко-

эффициенты в зависимости g^*m^* (и соответственно спиновой восприимчивости χ^*) от r_S , именно:

$$\frac{\chi^*}{\chi} = \frac{g^*m^*}{gm} \approx \frac{0.59}{\sqrt{r_S}} \exp(0.95\sqrt{r_S}) \quad (23)$$

(для значений r_S , рассмотренных в работе [2], которые, возможно, недостаточно большие). Эта формула дает заниженные значения по сравнению с [3, 4], в которых приводятся результаты для более широкого интервала r_S . Что касается g^* , то в работе [4] получено $g^* \approx \text{const}$ и $g^* > g$ (согласуется с нашими выводами), в то время как в работе [3] получено возрастание g^* с увеличением r_S .

В случае с одной долиной изменяется только вывод об эффективном g -факторе, который должен быть меньше исходного значения. Однако сравнение с экспериментом [5, 6] показывает, что соответствия нет. Наиболее удивительно то, что, как утверждается в работах [5, 6], эффективная масса практически не изменяется при возрастании r_S ($m^* \approx m$). Возможно, отсутствие соответствия связано с тем, что в GaAs существенно взаимодействие спин – орбита (что отмечается в работе [5] в связи с другими вопросами), а это обстоятельство не было учтено в наших рассуждениях.

Интересно произвести сравнение с имеющимися результатами численного счета по методу Монте-Карло. В работе [9] рассматривался широкий интервал значений r_S . В отличие от [7] (и от наших выводов) был получен переход в поляризованное по спину состояние в жидкой фазе (при $r_S \approx 26$). Попробуем сравнить результаты для спиновой восприимчивости, достаточно далекие от этого значения r_S , используя выражение (5) работы [9] и выражение, следующее из (20) настоящей работы и вывода о постоянстве g^* . Получается неплохое согласие в интервале значений $5 < r_S < 18$, если подобрать коэффициенты, например, следующим образом:

$$\frac{\chi^*}{\chi} \approx \frac{0.26}{\sqrt{r_S}} \exp(1.43\sqrt{r_S}).$$

Это вместо формулы (5) работы [9], которая содержит шесть параметров. Отметим, что значение $\alpha \approx 1.43$, которое здесь получилось, довольно близко к тому значению, которое получается в модели (см. (19) и ниже), для которой $\alpha \approx 1.72$, если вместо расстояния между частицами a подставить расстояние между ближайшими соседями в треугольной решетке. Для выражения (23) отличие от модельного значения больше, сравнение с результатами работ [3], [4] могло бы дать, видимо, лучшее согласие (такое

сравнение не производилось). Что касается предэкспоненциального множителя, то в случае с одной долиной (как в работе [9]) этот множитель должен быть меньше, чем в двухдолинном случае, как следует из наших выводов о том, в какую сторону изменяется величина g^* в этих двух случаях. Похоже на то, что такая тенденция имеет место, если сравнивать последнее выражение с (23).

Благодарю М. В. Энтина за полезные дискуссии. Работа поддержана, в частности, грантами Российского фонда фундаментальных исследований # 02-02-16159, INTAS 2212, а также программой “Физика твердотельных наноструктур”.

1. E. Abrahams, S. V. Kravchenko, and M. P. Sarachik, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 251 (2001).

2. T. Okamoto, K. Hosoya, S. Kawaji, and A. Yagi, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3875 (1999).
3. V. M. Pudalov, M. E. Gershenson, H. Kojima et al., *Phys. Rev. Lett.* **88**, 196404 (2002).
4. A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev.* **B66**, 073303 (2002).
5. E. Tutuc, S. Melinte, and M. Shayegan, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 036805 (2002).
6. Y. Y. Proskuryakov, A. K. Savchenko, S. S. Safonov et al., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 076406 (2002).
7. B. Tanatar and D. M. Ceperley, *Phys. Rev.* **B39**, 5005 (1989).
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, М.: Наука, 1989.
9. C. Attacalite, S. Moroni, P. Gori-Giorgi, and G. B. Bachelet, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 256601 (2002).