

# Влияние ориентации кристалла на тепловые поляризационные эффекты в мощных твердотельных лазерах

И. Б. Мухин, О. В. Палашов, Е. А. Хазанов<sup>1)</sup>, И. А. Иванов\*

Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия

\* Научно-исследовательский институт материаловедения, Зеленоград, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 5 ноября 2004 г.

После переработки 14 декабря 2004 г.

Экспериментально исследовано поляризационное тепловое самовоздействие лазерного излучения при распространении в изотропном кристалле. Впервые наблюдались новые нелинейные эффекты: изменение симметрии распределения деполяризованного поля, качественная зависимость степени самонаведенной деполяризации от геометрии пучка и кристалла. В общем виде аналитически решена классическая задача о термонаведенной деполяризации при произвольной ориентации любого кубического кристалла. Теоретические результаты показали хорошее совпадение с экспериментальными. Найдена оптимальная ориентация лазерного кристалла, что может быть эффективно использовано в лазерах с высокой средней мощностью.

PACS: 42.60.Da, 42.25.Lc

Создание простых и надежных лазеров с дифракционной расходимостью и средней мощностью субмегаваттного уровня является одной из наиболее интересных физических задач ближайшего десятилетия. Средние мощности твердотельных лазеров в последние годы выросли настолько существенно, что они составляют реальную конкуренцию традиционным лидерам в этой области – химическим и молекулярным лазерам. Быстрый прогресс в области одномодовых твердотельных лазеров позволяет говорить о скором преодолении 100-киловаттного барьера, а их компактность и надежность – о целом ряде новых научных, технологических и специальных приложений. Одной из главных фундаментальных проблем, ограничивающих мощность лазера, является неизбежное тепловыделение в активных элементах (АЭ). Это приводит к вызванному фотоупругим эффектом изменению от точки к точке поперечного сечения поляризации излучения, то есть к термонаведенной деполяризации излучения [1, 2].

Термонаведенная деполяризация в кубических кристаллах с ориентацией [111] была исследована в [3–6]. Задача о влиянии ориентации кристалла и выборе наилучшей (то есть ориентации, для которой деполяризация минимальна) была поставлена еще в 1971 г. [7]. Однако приведенные в [7] результаты верны только для ориентации [111] из-за допущенной авторами ошибки, на которую было указано в [1, 8]. Авторы [7] полагали, что направления собственных по-

ляризаций совпадают с радиальным и тангенциальным направлениями. Это же ошибочное утверждение приводится и в выдержавшей пять переизданий классической книге [2]. Данное обстоятельство потребовало нового подхода к теоретическому анализу этой задачи, который развит в настоящей статье. В ней в общем виде аналитически решена классическая задача о термонаведенной деполяризации при произвольной ориентации любого кубического кристалла. Доказан ряд теорем о физической выделенности ориентаций [001], [111] и [110], а также решена задача о наилучшей и наихудшей ориентациях. Приведены экспериментальные результаты по тепловому самовоздействию лазерного излучения, подтверждающие выводы теории.

Термонаведенное двулучепреломление в каждой точке поперечного сечения  $(r, \varphi)$  определяется углом наклона собственной поляризации  $\Psi$  относительно оси  $x$  (рис.1) и разностью фаз собственных поляризаций  $\delta$ :

$$\delta = \frac{\pi L n_0^3}{\lambda} \sqrt{(\Delta B_{11} - \Delta B_{22})^2 + 4\Delta B_{12}^2}, \quad (1)$$

$$\operatorname{tg}(2\Psi) = \frac{2\Delta B_{12}}{\Delta B_{11} - \Delta B_{22}},$$

где  $n_0$  – “холодный” показатель преломления,  $\lambda$  – длина волны,  $L$  – длина кристалла,  $\Delta \mathbf{B}$  – тензор диэлектрической непроницаемости. Элементы тензора  $\Delta \mathbf{B}$  зависят от распределения температуры и ориентации кристалла, то есть от взаимного распо-

<sup>1)</sup>e-mail: khazanov@appl.sci-nnov.ru

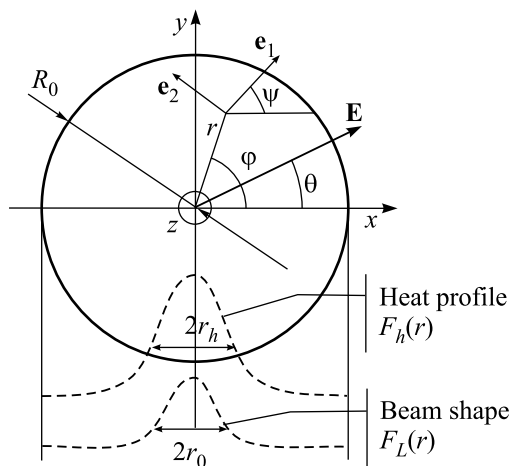


Рис. 1. Поперечное сечение цилиндрического АЭ;  $e_1, e_2$  – собственные поляризации в точке  $(r, \varphi)$ ;  $\mathbf{E}$  – поляризация излучения

ложения кристаллографической оси (для кубического кристалла – все равно, какой именно) и оси  $z$ . В простейшем случае кристаллографические оси совпадают с направлениями  $xyz$ , что соответствует ориентации [001]. В работах [1, 8, 9] были получены выражения для тензора  $\Delta\mathbf{B}$  для ориентации [001] и показано, что деполяризация в этой ориентации может быть меньше, чем в [111]. Произвольное расположение кристаллографических осей может быть задано при помощи двух последовательных поворотов системы координат  $xyz$  относительно кристаллической решетки на два угла Эйлера  $\alpha$  и  $\beta$  [7]: на угол  $\alpha$  вокруг оси  $z$ , а потом на угол  $\beta$  вокруг оси  $y$ . Таким образом, варьируя значения  $\alpha$  и  $\beta$ , можно получить любую ориентацию кристалла.

Выражения для элементов тензора  $\Delta\mathbf{B}$  для цилиндрического кристалла произвольной ориентации с длиной  $L$ , много большей радиуса  $R_0$ , были получены в [10]:

$$\Delta B_{11} - \Delta B_{22} = \frac{\lambda}{\pi n_0^3 L} p \{ g a_1 (1 - \xi) + h \cos(2\varphi) (a_2 (1 - \xi) + \xi) + h \sin(2\varphi) a_3 (1 - \xi) \}, \quad (2)$$

$$2\Delta B_{21} = \frac{\lambda}{\pi n_0^3 L} p \{ g b_1 (1 - \xi) + h \cos(2\varphi) b_2 (1 - \xi) + h \sin(2\varphi) (b_3 (1 - \xi) + \xi) \},$$

где

$$a_1 = -\sin^2 \beta \cdot \{ \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha \cdot (\cos^2 \beta + 1) \},$$

$$b_1 = 0.25 \sin 4\alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin^2 \beta,$$

$$a_2 = 1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha \cdot (\cos^2 \beta + 1)^2,$$

$$b_2 = a_3,$$

$$a_3 = -0.25 \sin 4\alpha \cdot \cos \beta \cdot (\cos^2 \beta + 1),$$

$$b_3 = \sin^2 2\alpha \cdot \cos^2 \beta;$$

$$g(u_h, R_h) = \frac{1}{R_h} \int_0^{R_h} dz \int_0^z F_h(u) du - \int_{u_h}^{R_h} \frac{dz}{z} \int_0^z F_h(u) du,$$

$$h(u_h) = \frac{1}{u_h} \int_0^{u_h} dz \int_0^z F_h(u) du,$$

$$\xi = \frac{2p_{44}}{p_{11} - p_{12}}, \quad p = \frac{P_h}{\lambda \kappa} \alpha_T \frac{n_0^3}{4} \frac{1 + \nu}{1 - \nu} (p_{11} - p_{12}),$$

$$u_h = (r/r_h)^2, \quad R_h = (R_0/r_h)^2,$$

$P_h$  – мощность тепловыделения во всем объеме кристалла,  $r_h$  и  $F_h$  – радиус и профиль накачки;  $\kappa, \nu, \alpha_T, p_{ij}$  – теплопроводность, коэффициент Пуассона, коэффициент теплового расширения и фотоупругие коэффициенты АЭ. Заметим, что все материальные константы АЭ входят только в параметр  $p$ , имеющий смысл нормированной мощности тепловыделений, и в параметр  $\xi$ . Несмотря на громоздкость выражений (1), (2), они позволяют не только получить легко анализируемые результаты для деполяризации (см. ниже), но и строго доказать несколько общих теорем, справедливых для любых кристаллов ( $\xi$ ) и любой накачки ( $p, R_h$  и  $F_h$ ).

1. Существует две и только две ориентации, а именно, [001] ( $\alpha = 0, \beta = 0$ ) и [111] ( $\alpha = \pi/4, \tan^2 \beta = 2$ ), для которых и  $\delta(r = r^*)$ , и  $\Psi(r = r^*)$  не зависят ни от источника тепла при  $r > r^*$ , ни от радиуса кристалла  $R_0$ .

2. Существует одна и только одна ориентация ([111]), для которой  $\Psi = \varphi$ .

3. При  $\xi > 0$  не существует ориентации, для которой  $\Psi$  не зависит от  $\varphi$ .

4. Существует две и только две ориентации ([001] и [111]), для которых  $\Psi$  не зависит от  $r$ .

5. Существует одна и только одна ориентация ([111]), для которой  $\delta$  не зависит от  $\varphi$ .

6. Существует две и только две ориентации, а именно, [001] и [110] ( $\alpha = 0, \beta = \pi/4$ ), для которых все первые производные  $\delta$  и  $\Psi$  по  $\alpha$  и  $\beta$  равны нулю при любых  $r$  и  $\varphi$ .

Локальная (в каждой точке поперечного сечения)  $\Gamma$  и интегральная по сечению  $\gamma$  степень деполяризации (доля мощности в выходном излучении излуче-

ния с поляризацией, ортогональной к исходной) определяются известными выражениями [1, 2]

$$\Gamma(r, \varphi) = \sin^2(\delta/2) \sin^2(2\Psi - 2\theta),$$

$$\gamma = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R_0} \Gamma(r, \varphi) F_L \left( \frac{r^2}{r_0^2} \right) r dr. \quad (3)$$

Здесь  $r_0$  и  $F_L$  – радиус и профиль интенсивности пучка,  $\theta$  – угол наклона исходной поляризации (рис.1). Из (3) получаем

$$\gamma = \frac{R}{4\pi R_h} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R_h} \sin^2 \left( \frac{\delta}{2} \right) F_L \left( \frac{Ru_h}{R_h} \right) du_h -$$

$$- J_c \cos(4\theta) - J_s \sin(4\theta), \quad (4)$$

где

$$J_c = \frac{R}{4\pi R_h} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R_h} \sin^2 \left( \frac{\delta}{2} \right) \cos(4\Psi) F_L \left( \frac{Ru_h}{R_h} \right) du_h,$$

$$J_s = \frac{R}{4\pi R_h} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R_h} \sin^2 \left( \frac{\delta}{2} \right) \sin(4\Psi) F_L \left( \frac{Ru_h}{R_h} \right) du_h, \quad (5)$$

$$R = (R_0/r_0)^2.$$

Выражения (4), (5) с учетом (1), (2) полностью определяют степень деполаризации  $\gamma$  любого аксиально симметричного пучка в любом кубическом кристалле произвольной ориентации при любом аксиально симметричном распределении мощности тепловыделения.

Выражение (4) может быть существенно упрощено в двух частных случаях: слабого ( $\delta \ll 1$ ) и сильного ( $\delta \gg 1$ ) двулучепреломления. Первый случай при совпадении формы накачки и формы пучка (то есть  $F_L = F_h$ ,  $R = R_h$ ) рассмотрен в [10]. Там показано, что лучшей является ориентация [001], а худшей – [111]. Анализ выражений (4) показывает, что ориентация [001] – наилучшая при любых  $F_L$ ,  $F_h$ ,  $R$  и  $R_h$ , а худшей является либо [111] при малых  $R$ , либо [110] при  $R \gg 1$ .

Для АЭ мощных лазеров наиболее интересен случай сильного двулучепреломления. При росте тепловыделения зависимость  $\gamma(p)$  быстро выходит на константу. Дифференцируя (4) по углу  $\theta$  и приравняв производную к нулю, легко найти оптимальный угол  $\theta_{\text{opt}}$ , при котором  $\gamma$  принимает минимальное значение. Следовательно, случай сильного двулучепреломления удобно характеризовать значением  $\gamma_\infty$ :

$$\gamma_\infty = \gamma_a(p \rightarrow \infty, \theta = \theta_{\text{opt}}) = 0.25 - \sqrt{J_c^2 + J_s^2}, \quad (6)$$

где

$$J_c = \frac{R}{8\pi R_h} \int_0^{2\pi} \left( \int_0^{R_h} \cos(4\Psi(u_h, \varphi)) d\varphi \right) F_L \left( \frac{Ru_h}{R_h} \right) du_h,$$

$$J_s = \frac{R}{8\pi R_h} \int_0^{2\pi} \left( \int_0^{R_h} \sin(4\Psi(u_h, \varphi)) d\varphi \right) F_L \left( \frac{Ru_h}{R_h} \right) du_h. \quad (7)$$

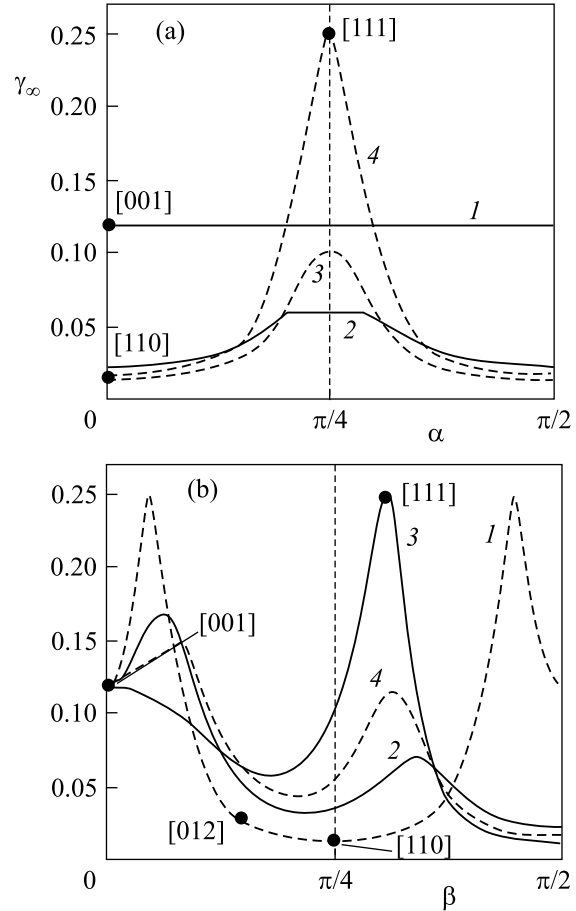


Рис.2. Зависимости (а)  $\gamma_\infty$  от  $\alpha$  при  $\beta = 0$  (1),  $\beta = \pi/6$  (2),  $\beta = \pi/4$  (3),  $\tan^2 \beta = 2$  (4) и (б)  $\gamma_\infty$  от  $\beta$  при  $\alpha = 0$  (1),  $\alpha = \pi/6$  (2),  $\alpha = \pi/4$  (3),  $\tan^2 \alpha = 2$  (4) для кристалла YAG. Источник тепла равномерно распределен по всему объему кристалла. Лазерный пучок имеет П-образный профиль с радиусом  $r_0 = R_0/4$

В частном случае для ориентаций [001] и [111] из (6) получаем:

$$\gamma_\infty([001]) = 0.25 - \frac{1}{4} \left| \frac{1 - \xi}{1 + \xi} \right|, \quad \gamma_\infty([111]) = 0.25 \quad (8)$$

при любых  $F_L$ ,  $F_h$  и  $\xi$ . Из (6), (8) видно, что [111] всегда является наилучшей.

Вопрос о наилучшей ориентации более сложен. На рис.2 для кристалла YAG представлены зависимости  $\gamma_\infty(\alpha, \beta)$  для П-образного пучка с радиусом  $r_0 = R_0/4$  ( $R = 16$ ) в случае однородной накачки ( $R_h = 1$ ). Как видно из рисунка, ориентация [110] – наилучшая и позволяет обеспечить деполаризацию 1.3%. Из (6) легко показать, что для ориентации [110]  $\theta_{opt} = 0$ . Заметим, что приведенные в [1, 9] формулы для ориентации [110] – приближенные и не могут быть использованы для большинства лазерных кристаллов. Расчеты, приведенные в [11] для однородной накачки в [110], проведены не корректно, из-за чего указан неверный угол  $\theta_{opt}$ , а значения  $\gamma$  существенно занижены.

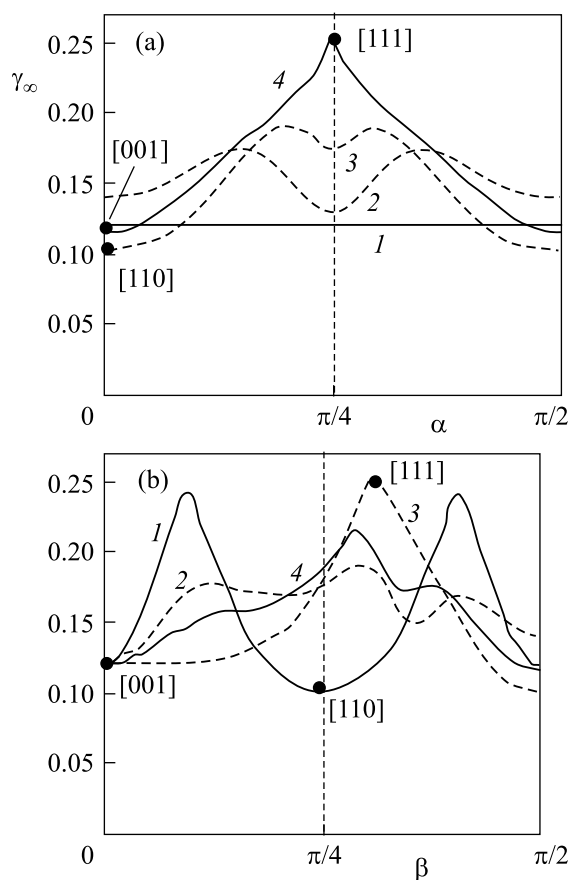


Рис.3. Зависимости (а)  $\gamma_\infty$  от  $\alpha$  при  $\beta = 0$  (1),  $\beta = \pi/6$  (2),  $\beta = \pi/4$  (3),  $\tan^2 \beta = 2$  (4) и (б)  $\gamma_\infty$  от  $\beta$  при  $\alpha = 0$  (1),  $\alpha = \pi/6$  (2),  $\alpha = \pi/4$  (3),  $\tan^2 \alpha = 2$  (4). Источник тепла и лазерный пучок имеют П-образный профиль с одинаковым радиусом ( $r_h = r_0 = R_0/4$ )

Если радиус источника тепла существенно меньше радиуса кристалла (торцевая накачка), то ситуация меняется (рис.3). При  $r_h = r_0 = R_0/4$  деполаризация

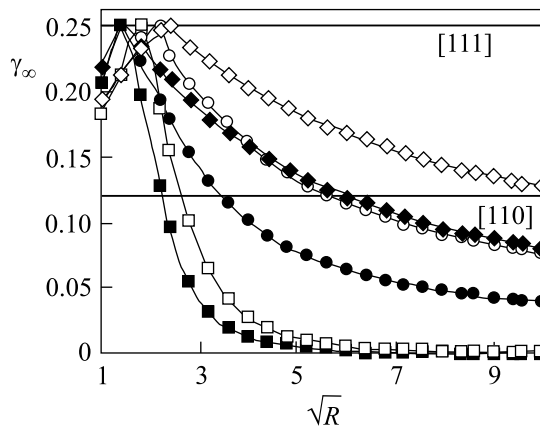


Рис.4. Зависимость  $\gamma_\infty$  от  $R$  для кристалла YAG при различной геометрии: П-образный профиль пучка с однородной накачкой при  $R_h = 1$  ( $\square$ ) и  $R_h = R$  ( $\circ$ ) и гауссов пучок с гауссовой накачкой при  $R_h = R$  ( $\diamond$ ). Черные символы соответствуют ориентации [110], а светлые – [012]; для ориентаций [111] и [001]  $\gamma_\infty$  не зависит ни от  $R$ , ни от геометрии (горизонтальные линии без символов)

ризация в кристаллах с ориентацией [110] сравнима с деполаризацией в кристаллах [001]. Существенная разница между рис.3 и 2 имеет большое практическое значение, так как в реальных АЭ крайне не эффективно накачивать области, где нет лазерного пучка.

Значительное уменьшение  $\gamma_\infty$  при росте  $R$  возможно не только для ориентации [110], но и для других ориентаций. Это видно из рис.2, 3, а также из рис.4, на котором показаны зависимости  $\gamma_\infty(R)$  для трех вариантов распределения источников тепла и лазерного пучка. Из рис.2–4, а также из анализа формулы (6) можно заключить, что при  $R \gg 1$  наилучшей является ориентация [110], а при  $R$  порядка единицы – [001].

Для проверки полученных теоретических результатов были экспериментально исследованы локальная и интегральная деполаризации для двух кристаллов TGG диаметром 8.3 мм с ориентациями [001] и [110]. Мы использовали излучение непрерывного волоконного Yb-лазера ( $\lambda = 1076$  нм, мощность до 52 Вт, профиль пучка – близкий к гауссову) как для нагрева, так и для измерения деполаризации, то есть  $F_h = F_L$ .

Для ориентации [001]  $\Gamma(r, \varphi)$  – периодическая функция угла  $\varphi$  с периодом  $\pi/2$  и представляет собой хорошо известный “мальтийский” крест [1, 2] независимо ни от угла  $\theta$ , ни от  $R$ . В то же время, для ориентации [110] “мальтийский” крест существует лишь при  $\theta = N\pi/2$  ( $N$  – целое число), смотри рис.5. При остальных значениях  $\theta$  картина качественно меняется, и период функции  $\Gamma(\varphi)$  равен  $\pi$ .

Место для тонового рисунка

Рис.5. Теоретические (а) и экспериментальные (б) распределения интенсивности деполяризованного излучения для кристалла TGG с ориентацией [110] при радиусе пучка 0.45 мм. Качественно распределения при радиусе 0.26 мм такие же

Значение  $\gamma(\theta = 0)$  для ориентации [110] не зависит от  $R$ , так же как и в случае [001], что хорошо согласуется с теорией (рис.6). В то же время  $\gamma(\theta = \pi/4 + N\pi/2)$  для ориентации [110] существенно

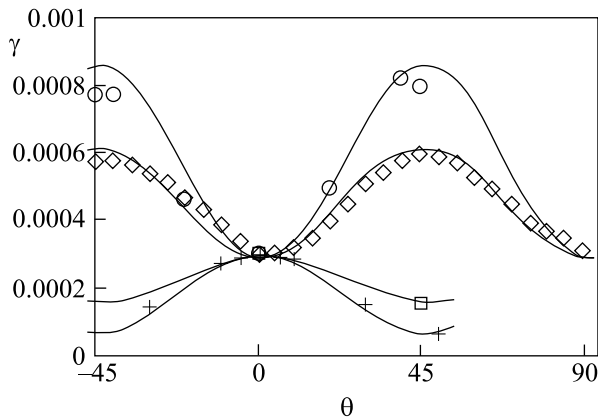


Рис.6. Теоретические (линии) и экспериментальные (точки) зависимости  $\gamma(\theta)$  для кристалла с ориентацией [001] при любом радиусе пучка (+) и кристалла с ориентацией [110] при радиусе пучка  $r_0 = 1.8$  мм ( $\square$ ),  $r_0 = 0.45$  мм ( $\diamond$ ) и  $r_0 = 0.26$  мм ( $\circ$ )

зависит от  $R$ . При малых  $R$  степень деполяризации  $\gamma$  имеет минимум при  $\theta = \pi/4$ , а при больших  $R$  она имеет максимум при  $\theta = \pi/4$ . Таким образом, вся совокупность полученных экспериментальных результатов (рис.5, 6) демонстрирует хорошее совпадение с теорией.

Резюмируем полученные результаты. На основе анализа и развития полученных ранее [10] результатов доказано несколько общих теорем о фундаментальной физической выделенности трех ориентаций: [111], [001] и [110]. Полученные экспериментальные результаты для ориентации [110] хорошо совпадают с теоретическими предсказаниями.

В общем виде решена задача о поиске наилучшей ориентации. Показано, что для любого кубического кристалла при малом тепловыделении наилучшей

всегда является ориентация [001], а наихудшей либо [111] (при малом отношении радиуса кристалла к радиусу пучка  $R$ ), либо [110] (при больших  $R$ ). При большом тепловыделении ориентация [111] всегда является наихудшей. При  $R$  порядка единицы оптимальной ориентацией является [001], а при  $R \gg 1$  – [110]. Это может быть эффективно использовано для АЭ дисковой геометрии и для кристаллических волокон. Проведенные исследования касались только простейшей оптической схемы – без компенсации деполяризации. Оптимизация ориентации в различных схемах, где деполяризация в АЭ компенсируется, а также для АЭ в форме слэбов является предметом дальнейших исследований. Торцевая диодная накачка позволяет сделать боковую поверхность АЭ не свободной, что также может уменьшить деполяризацию при выборе оптимальной ориентации.

Авторы выражают благодарность А. М. Сергееву за полезные обсуждения и помощь в работе.

1. А. В. Мезенов, Л. Н. Сомс, А. И. Степанов, *Термооптика твердотельных лазеров*, Ленинград: Машиностроение, 1986.
2. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, Berlin: Springer, 1999.
3. J. D. Foster and L. M. Osterink, *Appl. Phys.* **41**, 3656 (1970).
4. G. A. Massey, *Appl. Phys. Lett.* **17**, 213 (1970).
5. W. Koechner, *Appl. Opt.* **9**, 1429 (1970).
6. W. Koechner and D. K. Rice, *IEEE, J. of Quantum Electronics* **QE-6**, 557 (1970).
7. W. Koechner and D. K. Rice, *J. Opt. Soc. America* **61**, 758 (1971).
8. Л. Н. Сомс, А. А. Тарасов, В. В. Шашкин, *Квантовая электроника* **7**, 619 (1980).
9. Л. Н. Сомс, А. А. Тарасов, *Квантовая электроника* **6**, 2546 (1979).
10. Е. Khazanov, N. Andreev, O. Palashov et al., *Appl. Opt.* **41**, 483 (2002).
11. I. Shoji and T. Taira, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 3048 (2002).