Письма в ЖЭТФ, том 74, вып. 5, с. 275 – 278 © 2001 г. 10 сентября

# Влияние массивных полей на процесс инфляции

*С. Г. Рубин*[1)]

*Московский инженерно-физический институт, 115409 Москва, Россия*

*Научно-учебный центр по космомикрофизике "Космион", 125047 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 3 мая 2001 г.

После переработки 25 июля 2001 г.

Исследуются эффекты, создаваемые дополнительным массивным скалярным полем, взаимодействующим с инфлатонным полем. Показано, что инфляция имеет две стадии, причем основной является первая, характеризующаяся сверхмедленной динамикой инфлатонного поля. Получены ограничения на параметры модели.

PACS: 98.80.Bp

Существование инфляционного периода в истории развития нашей Вселенной представляется неизбежным, поскольку позволяет объяснить множество наблюдавшихся фактов [1, 2]. Первые механизмы инфляции [3, 4] основывались на согласованных уравнениях скалярного и гравитационного полей. Тем не менее, простейшие инфляционные модели не могли убедительно объяснить весь набор наблюдательных данных. Например, предсказания модели хаотической инфляции [5, 6] относительно флуктуаций температуры космического фонового излучения не противоречат действительности лишь при достаточно неестественной форме потенциала инфлатонного поля (см. также [7]).

В то же время в природе реально существует довольно большое число различных полей, взаимодействие с которыми должно приводить к новым явлениям во время инфляции. Дальнейшее развитие теории привело к появлению инфляционных моделей, в которых вводятся дополнительные поля, таких, например, как гибридная инфляция [8], инфляция на псевдо-намбу-голдстоуновском поле [9]. Некоторые инфляционные модели в качестве одного из основных элементов включают взаимодействие классического – инфлатонного – поля с создаваемыми им частицами других сортов. На этом эффекте базируется "тепловая" модель (warm inflation, см., например, [10]), которая, впрочем, не свободна от недостатков [11]; обратное влияние рождающихся частиц на динамику инфлатонного поля рассматривается в работах [12, 13].

Целью данной статьи является изучение обратного влияния дополнительного поля на классическое движение основного, инфлатонного поля. Предполагается, что дополнительное поле является достаточно массивным, чтобы находиться в минимуме своего эффективного потенциала во время инфляции. Тем не менее, как показано ниже, его влияние может приводить к заметному замедлению движения системы.

Далее используется простейшая форма взаимодействия, которая позволяет получать аналитические результаты. Именно, введем, кроме инфлатонного поля $\varphi$, дополнительное скалярное поле $\chi$ и запишем действие в виде

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}\varphi_{,\mu}\varphi^{,\mu}-V(\varphi)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\chi_{,\mu}\chi^{,\mu}-\frac{1}{2}m_\chi^2\chi^2-\kappa\chi u(\varphi)\right]. \qquad (1)$$

Здесь $u(\varphi)$ – полином по $\varphi$ со степенью не выше третьей для перенормируемых теорий. Далее предполагается для определенности $u(\varphi)=\varphi^2$. Первая степень поля $\chi$ во взаимодействии необходима, чтобы получить в конечном итоге обозримые аналитические результаты, справедливые при произвольной константе связи $\kappa$, а не разложение в ряд по этой константе. Взаимодействие такого рода возникает в суперсимметричных теориях и рассматривается в гибридных моделях инфляции [14]. В статье [12] подобная форма взаимодействия используется при изучении обратного влияния рождающихся частиц на классическое движение поля.

Система классических уравнений обоих полей записывается следующим образом:

$$\begin{gathered}\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu\left(\sqrt{-g}\partial^\mu\chi\right)+m_\chi^2\chi+\kappa\varphi^2=0,\\ \frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu\left(\sqrt{-g}\partial^\mu\varphi\right)+V'(\varphi)+2\kappa\varphi\chi=0.\end{gathered} \qquad (2)$$

---
[1)]e-mail: serg.rubin@mtu-net.ru

Рассмотрим случай тяжелых $\chi$-частиц. В период инфляции это означает, что $m_\chi \gg H$, а параметр Хаббла $H(\varphi)$ определяется медленно меняющимся классическим полем $\varphi$. Первое из уравнений (2) можно преобразовать к виду

$$\chi(x) = -\kappa \int G(x,x')\varphi^2(x')\sqrt{-g}dx'. \qquad (3)$$

Используем уравнение для функции Грина $G(x,x')$ [15], записанное в форме

$$G(x,x') = \frac{1}{m_\chi^2\sqrt{-g}}\delta(x-x') - \\ - \frac{1}{m_\chi^2\sqrt{-g}}\partial_\mu\sqrt{-g}\partial^\mu G(x,x'), \qquad (4)$$

для упрощения правой части уравнения (3). В результате, после двух итераций, имеем явное выражение для поля $\chi$:

$$\chi(x) \simeq -\frac{\kappa}{m_\chi^2}\varphi^2(x) + \frac{\kappa}{m_\chi^4}\partial_\mu\sqrt{-g}\partial^\mu\varphi^2(x), \qquad (5)$$

справедливое при условии малости производных инфлатонного поля $\varphi$. Подставив это выражение во второе уравнение системы (2), приходим к классическому уравнению для инфлатонного поля

$$\partial_\mu\sqrt{-g}\partial^\mu\varphi + \sqrt{-g}V'_{\rm ren}(\varphi) + \frac{2\alpha^2}{m_\chi^2}\varphi\partial_\mu\sqrt{-g}\partial^\mu\varphi^2 = 0, \qquad (6)$$

где введены безразмерный параметр $\alpha = \kappa/m_\chi$ и $V_{\rm ren}(\varphi) = V(\varphi) - (\alpha^2/2)\varphi^4$ – перенормированный в результате взаимодействия с полем $\chi$ потенциал инфлатонного поля. Последнее слагаемое в выражении (6) обычно интерпретируется как "обратная реакция излучения" [12]. Уравнению (6) соответствует эффективное действие для инфлатонного поля

$$S_{\rm eff} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - \right. \\ \left. - V_{\rm ren}(\varphi) + \frac{\alpha^2}{2m_\chi^2}\partial_\mu\varphi^2\partial^\mu\varphi^2\right]. \qquad (7)$$

Отметим, что поправка к потенциалу $\delta V = -(\alpha^2/2)\varphi^4$ возникла из анализа классических уравнений (2). В то же время, точно такое же выражение может быть получено при вычислении первой квантовой поправки к потенциалу поля $\varphi$ за счет взаимодействия с полем $\chi$ (см. выражение (1)) при нулевых 4-импульсах внешних линий, соответствующих квантам поля $\varphi$. Внутренняя линия соответствует пропагатору поля $\chi$ в $s$- и $t$-каналах.

Для дальнейшего оказывается важным последнее слагаемое в выражении (7). Как показано в [16] в рамках скалярно-тензорной теории, изменение формы кинетического члена приводит к инфляции на меньшей, чем обычно, энергетической шкале, что согласуется с выводами данной работы. Аналогичный результат может быть следствием введения неминимального взаимодействия инфлатона с гравитационным полем [17, 18].

Перенормированный потенциал содержит, вообще говоря, сумму вкладов от поправок из-за взаимодействия со всеми существующими полями. В первой модели хаотической инфляции с потенциалом вида $\lambda\varphi^4$ наблюдательные данные приводили к величине $\lambda \sim 10^{-13}$. Это означает, что поправки в выражении для $\lambda$, создаваемые всеми полями, включая и рассматриваемую здесь поправку $\delta V = -(\alpha^2/2)\varphi^4$, должны сокращаться с высокой степенью точности. Далее показано, что учет перенормировки кинетического члена позволяет, в частности, сильно ослабить условия на параметры теории, налагаемые наблюдательными данными. В слабых полях вклад от последнего слагаемого в выражениях (6),(7) пренебрежимо мал. На инфляционной же стадии, при больших величинах полей, он оказывается существенным.

Во время инфляции поле считается однородным, $\varphi = \varphi(t)$, и уравнение (6) сильно упрощается. Запишем его, учитывая также, что масштабный фактор $a$ обычным образом выражается через параметр Хаббла $H$, $a = \exp(\int Hdt)$:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 3H\frac{d\varphi}{dt} + V'_{\rm ren}(\varphi) + \\ + \frac{4\alpha^2}{m_\chi^2}\left[3H\varphi^2\frac{d\varphi}{dt} + \varphi^2\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \varphi\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right] = 0. \qquad (8)$$

Медленное изменение поля $\varphi$ со временем означает малость слагаемых, пропорциональных $d^2\varphi/dt^2$ и $(d\varphi/dt)^2$. Пренебрегая ими, получаем легко интегрируемое уравнение

$$\left(3H + \frac{12H\alpha^2}{m_\chi^2}\varphi^2\right)\dot\varphi + V'_{\rm ren}(\varphi) = 0. \qquad (9)$$

Далее предполагается, что неперенормированный потенциал имеет вид $V(\varphi) = \lambda_0\varphi^4$ и, следовательно, $V_{\rm ren} = \lambda\varphi^4$, $\lambda = \lambda_0 - \alpha^2/2$. С учетом обычной связи параметра Хаббла и потенциала, $H = \sqrt{8\pi V_{\rm ren}(\varphi)/3}/M_P$, нетрудно получить выражение для неявной зависимости полевой переменной $\varphi$ от времени:

$$t = \frac{\sqrt{3\pi/2}}{M_P\sqrt{\lambda}}\left[\ln(\varphi_0/\varphi) + \frac{2\alpha^2}{m_\chi^2}(\varphi_0^2 - \varphi^2)\right]. \qquad (10)$$

Здесь первое слагаемое воспроизводит результат стандартной инфляционной модели. Второе же появляется в результате взаимодействия инфлатонного поля с полем $\chi$. Из уравнения (9) следует, что второе слагаемое доминирует при

$$\varphi > \varphi_c \equiv m_\chi/2\alpha. \qquad (11)$$

Таким образом, имеется две стадии инфляции – обычная, при $\varphi \le \varphi_c$, и "сверхмедленная" стадия, при $\varphi \ge \varphi_c$. Действительно, скорость движения поля

$$\dot{\varphi} = \frac{m_\chi^2}{12\alpha^2\varphi^2}\frac{V'_{\rm ren}}{H},$$

полученная из выражения (9) с учетом (11), оказывается гораздо меньше обычного значения $\dot{\varphi} = V'_{\rm ren}/3H$. Первый этап инфляции заканчивается, когда перестает выполняться условие (11). Далее начинается период обычной инфляции, который длится до тех пор, пока выполняется условие $\ddot{\varphi} \ll 3H\dot{\varphi}$.

Поскольку вторая стадия хорошо изучена, рассмотрим первую стадию, когда доминирует второе слагаемое в уравнениях (9),(10), то есть при условии $\varphi > \varphi_c$. Временная зависимость поля в этом случае есть

$$\varphi(t) = \sqrt{\varphi_0^2 - t\frac{\sqrt{\lambda}M_P m_\chi^2}{\alpha^2\sqrt{6\pi}}}. \qquad (12)$$

Это выражение получено при условии "сверхмедленного скатывания" которое согласно уравнению (8) имеет не совсем обычный вид $\ddot{\varphi} \ll 12H\varphi^2\dot{\varphi}(\alpha^2/m_\chi^2)$.

Определим величину квантовых флуктуаций, возникающих на первой стадии инфляции для потенциала $\lambda\varphi^4$. Наиболее просто это удается сделать, если заметить, что в уравнениях (6), (7) первое слагаемое много меньше третьего, ввести вспомогательное поле $\widetilde{\varphi}$ и заменой $\widetilde{\varphi} = (\alpha/m_\chi)\varphi^2$ преобразовать действие (7) к виду

$$S = \int dx\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}\partial_\mu\tilde{\varphi}\partial^\mu\tilde{\varphi} - \tilde{m}^2\tilde{\varphi}^2\right], \qquad (13)$$

отвечающему свободному массивному полю с массой $\tilde{m} \equiv m_\chi\sqrt{2\lambda/\alpha}$. Такая замена правомерна на рассматриваемой стадии инфляции, когда значения поля заведомо бо́льше нуля. Величина флуктуаций массивного невзаимодействующего поля известна [19], $\Delta\widetilde{\varphi} = \sqrt{3/8\pi^2}H^2/\tilde{m}$. Известно также и ограничение на массу квантов этого поля, получаемое сравнением с измерениями COBE [20] флуктуаций плотности энергии, $\delta\rho/\rho \approx 6\cdot 10^{-5}$, на масштабе современного горизонта: $\tilde{m} \sim 10^{-6}M_P$. Выразив $\tilde{m}$ через исходные параметры, получаем связь последних между собой:

$$\frac{m_\chi}{M_P}\frac{\sqrt{\lambda}}{\alpha} \sim 10^{-6}. \qquad (14)$$

Определим значение поля $\varphi_U$, при котором образовалась причинно-связанная область, породившая видимую часть Вселенной. Число $e$-фолдингов, необходимых для объяснения наблюдательных данных, есть $N_U \simeq 60$. Тогда, используя, как обычно, связь $N_U = \int\limits_{\varphi_U}^{\varphi_{end}} H dt$, имеем

$$N_U = \int\limits_{\varphi_U}^{\varphi_c}\frac{H(\varphi)}{\dot{\varphi}}d\varphi + \int\limits_{\varphi_c}^{\varphi_{end}}\frac{H(\varphi)}{\dot{\varphi}}d\varphi =$$

$$= \frac{2\pi\alpha^2}{M_P^2 m_\chi^2}(\varphi_U^4 - \varphi_c^4) + \frac{\pi}{M_P^2}(\varphi_c^2 - \varphi_{end}^2). \qquad (15)$$

Здесь учтена различная временная зависимость поля $\varphi$ на первом и втором этапах инфляции. Второй этап заканчивается при $\varphi = \varphi_{end}$. Предполагая, что первый член, содержащий начальное значение поля $\varphi_U$, доминирует, получаем искомое выражение

$$\varphi_U \simeq \left(\frac{N_U}{2\pi}\right)^{1/4}\sqrt{\frac{M_P m_\chi}{\alpha}}. \qquad (16)$$

Отметим, что видимая часть Вселенной в данном случае может образоваться при $\varphi < M_P$, то есть довольно поздно. Это объясняется тем, что на первом этапе поле движется "сверхмедленно" и Вселенная успевает расшириться до нужных размеров. Выражение (16) существенно отличается от стандартного результата для инфлатонного поля с потенциалом $\lambda\varphi^4$, полученного без учета взаимодействия с массивными полями других сортов – $\varphi_U = \sqrt{N_U/\pi}M_P$.

Вторая скобка в выражении (15) определяет число $e$-фолдингов $N_2$ на второй стадии инфляции. Полагая, что $\varphi_c^2 \gg \varphi_{end}^2$ и подставляя значение $\varphi_c$ из (11), имеем

$$N_2 = \frac{\pi}{4}\left(\frac{m_\chi}{\alpha M_P}\right)^2. \qquad (17)$$

Очевидно, что в широком интервале значений параметров $\alpha$ и $m_\chi$ вторая стадия может оказаться короткой или практически вовсе отсутствовать.

Все вышеприведенные рассуждения справедливы, если поле $\chi$ имеет достаточно большую массу, так что во время инфляции оно находится в минимуме своего эффективного потенциала. Как известно, поле начинает быстро скатываться к минимуму, если параметр Хаббла становится меньше его массы, $H < m_\chi$. Параметр Хаббла зависит от времени, поэтому проведем необходимые оценки в начальный момент возникновения видимой Вселенной ($\varphi = \varphi_U$), когда возникают флуктуации наибольших масштабов. Простые выкладки приводят к следующему результату:

$$m_\chi > H(\varphi_U) \quad \rightarrow \quad \frac{\sqrt{\lambda}}{\alpha} < \sqrt{\frac{3}{4N_U}} \sim 0.1. \qquad (18)$$

Это ограничение указывает на то, что полностью избежать тонкой настройки параметров не удается, поскольку $\lambda = \lambda_0 - \alpha^2/2$, а, согласно ограничению (18), $\alpha^2 \geq 100\lambda$. Тем не менее, эта настройка является более слабой, чем та, которая требует сокращения всех квантовых поправок до величины $\sim 10^{-13}$ в первых моделях инфляции с потенциалом $\lambda\varphi^4$.

Из выражений (14) и (18) легко получить ограничение на массу дополнительного поля $\chi$: $m_\chi \geq \geq 10^{-5} M_P$, которое не является очень обременительным.

Таким образом, в статье на конкретном примере показано, что массивные поля, даже находясь в положении своего минимума (зависящего от величины инфлатонного поля) способны существенно замедлять движение основного – инфлатонного – поля на первой стадии инфляции. Наличие первой, "сверхмедленной", стадии приводит к тому, что видимая часть Вселенной могла образоваться при значении инфлатонного поля $\varphi_U < M_P$. Вторая стадия, предшествующая окончанию инфляции, происходит обычным образом, но является довольно короткой. Так, выбор числовых значений параметров $m_\chi = 10^{-3} M_P$ и $\lambda = 10^{-6}$, согласующийся с ограничениями (14), (18), приводит к следующей картине: значение поля, при котором образовалась видимая часть Вселенной, $\varphi_U \approx 5 \cdot 10^{-2} M_P$, значение поля, отделяющее первую стадию инфляции от второй, $\varphi_c = 5 \cdot 10^{-4} M_P$, вторая стадия инфляции гораздо короче первой.

Учет взаимодействия инфлатонного поля с более массивными полями позволяет значительно смягчить условия на параметры потенциала, накладываемые малостью флуктуаций плотности энергии, хотя полностью избежать тонкой настройки параметров не удается.

Рассмотренные эффекты связаны с перенормировкой формы кинетического члена инфлатонного поля за счет взаимодействия с дополнительным массивным полем. Поскольку подобная перенормировка имеет место для любых сортов дополнительных полей [21], включение новых полей, по-видимому, лишь усилит эффект торможения классического движения при высоких энергиях.

Автор благодарен А. А. Сахарову за полезные замечания и М. Ю. Хлопову за интерес к работе. Автор признателен рецензенту за конструктивную критику. Работа выполнена в рамках проекта "Cosmoparticle physics" Российской государственной научно-технической программы "Астрономия. Фундаментальные Исследования Космоса" при поддержке международного сотрудничества Космион-ETHZ и Epcos-AMS.

1. A. D. Linde, *The Large-scale Structure of the Universe*, Harwood Academic Publishers, London, 1990.
2. M. Yu. Khlopov, *Cosmoparticle Physics*, World Scientific, Singapore-New Jersey-London-Hong Kong, 1999.
3. A. Starobinsky, Phys. Lett. **B91**, 99 (1980).
4. A. H. Guth, Phys. Rev. **D23**, 347 (1981).
5. A. D. Linde, Physica Scripta **T36**, 35 (1991).
6. A. D. Linde, Phys. Lett. **B129**, 177 (1983).
7. R. H. Brandenberger, hep-ph/0101119 (2001).
8. A. D. Linde, Phys. Lett. **B259**, 38 (1991).
9. K. Freese, Phys. Rev. **D50**, 7731 (1994), astro-ph/9405045-94.
10. A. N. Taylor and A. Berera, Phys. Rev. **D62**, 083517 (2000), astro-ph/0006077-00.
11. J. Yokoyama and A. Linde, Phys. Rev. **D60**, 083509 (1999), astro-ph/9809409-98.
12. A. D.Dolgov and S. H. Hansen, Nucl. Phys. **B548**, 408 (1999), hep-ph/9810428-98.
13. I. Dymnikova and M. Yu. Khlopov, Mod. Phys. Lett. **A15**, 2305 (2000).
14. D. H. Luth and E. D. Stewart, Phys. Rev. **D54**, 7186 (1996), hep-ph/9606412-96.
15. N. D. Birrell and P. C. W. Davies, *Quantum Fields in Qurved Space*, Cambridge Univ. Press, Cambridge London – New-York Sydney, 1982.
16. J.R. Morris, gr-qc/0106022 (2001).
17. T. Futamase and K. Maeda, Phys. Rev. **D39**, 399 (1989).
18. V. Faraoni, Phys. Rev. **D53**, 6813 (1996).
19. T. S. Bunch and P. C. W. Davies, Proc. R. Soc. **A360**, 117 (1978).
20. C. L. Bennett, Astrophys. J. Lett. **464**, L1 (1996).
21. C. Itzykson and J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill, New York, 1984.