

# Критическое состояние среды Джозефсона

Н. Д. Кузьмичев

Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева, 430000 Саранск, Россия

Поступила в редакцию 11 мая 2001 г.

После переработки 20 июля 2001 г.

Разработана модель критического состояния среды Джозефсона, опирающаяся на теорию усредненной джозефсоновской среды Сонина. На основе данной модели объясняются экспериментальные исследования дифференциальной магнитной восприимчивости  $\chi_d(H)$  и магнитосопротивления  $R(H)$  поликристаллических образцов  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  в полях  $H < 100$  Э.

PACS: 74.50.+r, 74.80.Bj

В настоящее время нет полной ясности в микроскопической картине проникновения магнитного поля в гранулярный высокотемпературный сверхпроводник (ВТСП). Полукристаллические гранулярные ВТСП, имея джозефсоновские (слабые) связи между гранулами, в малых магнитных полях напряженностью  $H < 10 - 50$  Э обладают рядом аномальных свойств, например, одновременно наблюдаемые на эксперименте нелинейность и отсутствие гистерезиса намагниченности в указанной области [1–5]. Данный факт противоречит как эффекту Мейснера (линейная намагниченность), так и известной модели критического состояния [6–8] в силу того, что она предполагает гистерезис в намагниченности сверхпроводника. Другие модели магнитных свойств поликристаллических ВТСП, например модели сверхпроводящего стекла [7, 9], джозефсоновских петель [1, 3, 10], также неадекватно описывают эксперимент.

В настоящей работе на основе ранее выполненных экспериментальных исследований по измерению дифференциальной магнитной восприимчивости и магнитосопротивления поликристаллических образцов  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  [11–13] рассматривается модель критического состояния усредненной среды Джозефсона, описывающая данные эксперименты.

**1. Теоретическая модель.** Для описания проникновения нестационарного магнитного поля в систему слабых связей гранулярного ВТСП воспользуемся известной моделью усредненной среды Джозефсона [14, 15] и концепцией критического состояния жесткого сверхпроводника 2-го рода [6].

Согласно модели усредненной среды Джозефсона носители сверхтока гранулярного ВТСП находятся в когерентном состоянии (см., например, [9, 14] и др.) Данному когерентному состоянию соответствует параметр порядка (волновая функция)  $\Psi = \sqrt{ne^{i\theta}}$ , где  $n$  – эффективная концентрация носителей сверхто-

ка и  $\theta$  – их фаза. Рассмотрим образец гранулярного ВТСП, помещенного во внешнее магнитное поле напряженностью  $H$ . Если  $H < H_{c1J}$  ( $H_{c1J}$  – первое критическое поле слабых связей), то статическое магнитное поле проникает в массив слабых связей на глубину Джозефсона  $\lambda_J$  (для ВТСП  $\lambda_J \sim 0.01 - 10$  мм [7]). Точной оценки величины  $H_{c1J}$  в настоящее время нет. В опубликованных работах приводятся значения от 0.001 до 100 Э (см., например, [7, 9, 14]). Если за  $H_{c1J}$  принять поле необратимости намагниченности ВТСП  $H_{irr}$  ( $H_{irr} \sim 10 - 70$  Э [11, 13]) в силу того, что захват магнитного потока образцов возможен при пиннинге образовавшихся в образце вихрей, то получим следующее. Значения  $\lambda_J$ ,  $H_{c1J}$  и  $j_{cJ}$  связаны соотношением [16, 17]

$$H_{c1J} = \frac{4}{\pi} \lambda_J j_{cJ} \sim \lambda_J j_{cJ}. \quad (1)$$

Принимая значение  $j_{cJ} \sim 0.1 - 10$  А/см<sup>2</sup> [7], получим оценку  $\lambda_J \sim 1 - 10^3$  см, что не согласуется с литературными данными ( $\lambda_J \sim 0.01 - 10$  мм). Необходимо принять либо  $j_{cJ} \sim 10^3 - 10^5$  А/см<sup>2</sup>, либо  $H_{c1J} \sim 10^{-2} - 10^{-4}$  Э. Последнее обстоятельство соответствует модели гипервихрей [14, 15]. При  $H_{c1J} \sim 10^{-4}$  Э диаметр гипервихря  $\sim 0.5$  мм соответствует макроскопическим размерам. В дальнейшем будем придерживаться модели гипервихрей.

Следуя модели критического состояния [6–8], имеем, что изменяющееся внешнее магнитное поле, проникающее в образец в виде малоподвижных гипервихрей [14, 15], индуцирует в системе слабых связей, согласно уравнениям Максвелла, электрическое поле напряженностью  $\mathbf{E}$ , которое создает сверхпроводящий ток плотностью  $\mathbf{j}$ , экранирующий внешнее магнитное поле:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} \frac{\mathbf{E}}{E}. \quad (2)$$

Согласно модели среды Джозефсона, экранирующая плотность сверхтока  $j$  (уравнение (2)) должна быть пропорциональна критическому току Джозефсона  $I_{cJ}$ , который можно описать формулой Амбегаокара–Баратова (S-I-S-контакты) или формулой для  $I_{cJ}$  в случае S-N-S-контактов [18]. В обоих случаях мы придем к одному результату. В дальнейшем для удобства будем использовать формулу Амбегаокара–Баратова [16, 17]:

$$I_{cJ} = \frac{\pi \Delta(T)}{2eR_n} \text{th} \left[ \frac{\Delta(T)}{2kT} \right], \quad (3)$$

где  $\Delta(T)$  – сверхпроводящая энергетическая щель при температуре  $T$ ,  $e$  – заряд электрона,  $k$  – постоянная Больцмана и  $R_n$  – нормальное сопротивление контакта ( $R_n = \rho_n(l/S)$ ,  $\rho_n$  – удельное сопротивление,  $l$  – длина и  $S$  – сечение контакта).

Экранирующая магнитное поле плотность тока  $j$  для цилиндрического образца будет определяться уравнением

$$j = \left\langle j_{cj} \left| \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{\pi\Phi/\Phi_0} \right| \right\rangle \frac{\partial\Theta}{\partial\varphi}. \quad (4)$$

Здесь скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по всем джозефсоновским контактам образца,  $\Phi = \oint \mathbf{A} d\mathbf{l}$  – магнитный поток, проникший в образец в виде вихрей (Джозефсона или гипервихрей),  $\mathbf{A}$  – векторный потенциал магнитного поля (магнитное поле сосредоточено внутри вихря),  $\Phi_0 = \pi\hbar/e = 2.07 \cdot 10^{-7}$  Гс·см<sup>2</sup> – квант потока,  $\Theta$  – фаза экранирующего тока и  $\varphi$  – полярный угол цилиндрической системы координат. Плотность критического тока Джозефсона  $j_{cj}$  согласно формуле (3) равна

$$j_{cj} = \frac{\Delta(T)}{4e\rho_n r} \text{th} \left[ \frac{\Delta(T)}{2kT} \right], \quad (5)$$

где  $\rho_n$  – удельное сопротивление среды Джозефсона в нормальном состоянии,  $r$  – текущий радиус цилиндрического образца. Действительно, кольцевой слой радиуса  $r$  шириной  $a$  и высотой  $b$  имеет сопротивление  $R = \rho(2\pi r/ab)$ . Ток в кольце  $I \sim 1/R$ , а плотность тока равна  $j = I/ab \sim 1/2\pi\rho r$ . В итоге имеем выражение для плотности экранирующего сверхтока:

$$j = \left\langle \frac{\Delta}{4e\rho_n r} \text{th} \left( \frac{\Delta}{2kT} \right) \left| \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{\pi\Phi/\Phi_0} \right| \right\rangle \frac{\partial\Theta}{\partial\varphi} \approx \pm \frac{\Delta}{4\pi e\rho_n r} \text{th} \left( \frac{\Delta}{2kT} \right), \quad (6)$$

В (6) учли, что  $\langle |\sin(\pi\Phi/\Phi_0)| \rangle \sim 1$  и  $|\partial\Theta/\partial\varphi| = \Phi/\Phi_0 = N$  ( $N$  – число образовавшихся в образце

вихрей). Знак  $\partial\Theta/\partial\varphi$  зависит от направления изменения внешнего магнитного поля, то есть от  $\partial H/\partial t$  и направления вектора напряженности  $\mathbf{H}$  магнитного поля.

Вблизи  $T_c$  ( $T < T_c$ ), согласно (6),  $j \propto n\Delta^2/rkT_c$ . Кроме этого, формула Амбегаокара–Баратова (3) для  $I_c(T)$  совпадает с формулой Абрикосова–Горькова для температурной зависимости концентрации носителей сверхтока  $n(T)$  [17, 18]. Согласно отмеченным обстоятельствам,  $|\Psi|^2 \propto n\Delta^2/(kT_c)^2$ , а экранирующий ток (6) соответственно есть

$$\mathbf{j} = \frac{e\hbar}{mi} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*). \quad (7)$$

Уравнение критического состояния (2), согласно (7), для длинного цилиндра будет иметь вид

$$\frac{\partial H_z}{\partial r} = \frac{e\hbar n}{mr} \cdot \frac{\partial\Theta}{\partial\varphi}. \quad (8)$$

Это уравнение является другой формой записи уравнения (6). Как было отмечено выше, в действительности  $|\partial\Theta/\partial\varphi| = N$  ( $\sim H$ ), а  $n \sim 1/N$  ( $\sim 1/H$ ) вследствие того, что образованные “парамагнитные” гипервихри “забирают” часть носителей сверхтока, участвующих в образовании макроскопического экранирующего сверхтока (постоянство  $|\Psi|^2 |\nabla\varphi| \sim j = \text{const}$ ). В итоге правая часть (8) не зависит от  $H$  и поэтому в (8) следует считать  $|\partial\Theta/\partial\varphi| = 1$ . Учитывая уравнения (6) и (8), введем обозначение

$$H_p = \frac{e\hbar n}{m} = \frac{\Delta}{4\pi e\rho_n} \text{th} \left( \frac{\Delta}{2kT} \right).$$

В рамках предложенной модели уравнения проникновения магнитного поля в массив слабых связей длинного цилиндра ( $L \gg R$ , где  $L$  – длина цилиндра и  $R$  – его радиус, внешнее магнитное поле направлено аксиально), однородно заполняющих его объем, и для “бесконечной” пластины (магнитное поле направлено по оси  $z$  параллельно плоскости пластины) соответственно имеют вид

$$\frac{\partial H_z}{\partial r} = \frac{H_p}{r}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = H_p \frac{\partial\Theta}{\partial y}, \quad (10)$$

где  $\partial\Theta/\partial y \cong \pm\pi/l$  ( $l \gg b$ ,  $l$  – длина и ширина пластины,  $b$  – ее толщина,  $\partial\Theta/\partial y \cong +\pi/l$  – для  $\mathbf{H}$ , направленного по оси  $z$ ).

Решение уравнения (9) с граничным условием  $H_z(R) = H$  ( $H$  – аксиально направленная напряженность внешнего магнитного поля возрастает) есть

$$H_z(r) = \begin{cases} H, & r > R; \\ H - H_p \ln \frac{R}{r}, & r \leq R; \\ 0, & r < \rho. \end{cases} \quad (11)$$

Магнитное поле не проникает в область цилиндра  $r < \rho = R \cdot \exp(-|H|/H_p)$ . Из (11) намагниченность цилиндра определяется выражением

$$M = -H_p e^{-|H/H_p|} \text{sh}(H/H_p). \quad (12)$$

В данной модели естественным образом объясняется отсутствие гистерезиса в намагниченности ВТСП в малых магнитных полях. С ростом магнитного поля ( $H > H_{c1j}$ ) число гипервихрей в образце растет, и их размер уменьшается аналогично вихрям Джозефсона в туннельном контакте. Пиннинг гипервихрей препятствует их срыву и течению. Данный процесс (процесс трансформации гипервихрей в вихри Джозефсона между гранулами и в вихри Абрикосова в гранулах) сопровождается ростом экранирующего сверхтока в среде Джозефсона, текущего в области проникновения гипервихрей. Это явление описывается уравнением (9), а намагниченность – уравнением (12). При достижении поля  $H = H_J$  размер гипервихря сравним со средним расстоянием между гранулами поликристалла, и гипервихри при  $H > H_J$  практически трансформированы в обычные джозефсоновские вихри. При уменьшении поля от  $H_{\max} < H_J$  процесс будет обратным (увеличение размера гипервихрей и уменьшение их количества). Этот процесс сопровождается уменьшением экранирующего сверхтока и также описывается уравнениями (9) и (12).

Гистерезисное состояние намагниченности среды Джозефсона при смене возрастающего магнитного поля убывающим полем, как в классических, жестких сверхпроводниках 2-го рода, для поликристалла ВТСП энергетически невыгодно. В самом деле, вихри Абрикосова имеют нормальный остов радиусом  $\sim \xi$  (длины когерентности), окружены вихревым током радиуса  $\sim \lambda$  (лондоновской глубины проникновения) и практически не меняют свои размеры в зависимости от магнитного поля. Это обстоятельство существенно отражается на магнитных свойствах сверхпроводников. Пиннинг вихрей Абрикосова на различных неоднородностях жесткого сверхпроводника 2-го рода приводит к возникновению незатухающего, экра-

нирующего сверхтока в образце (критическое состояние) [8]. При возрастании поля до  $H_{\max} > H_{c1}$  (первое критическое поле) в области проникновения вихрей на глубине  $\rho$  течет экранирующий ток. Свободная энергия данного состояния определяется энергиями вихрей, экранирующего тока и их взаимодействием. Это состояние неустойчиво [8]. Устойчивость поддерживается пиннингом вихрей. При уменьшении поля от  $H_{\max}$  до  $H_1 > H_{c1}$ , на периферии образца согласно (2) на глубине  $\rho_1 < \rho$  индуцируется ток, направленный противоположно первоначальному току. В силу этого образец радиуса  $R$  разбивается на две области (1)  $\rho < r < \rho_1$ , 2)  $\rho_1 < r < R$  с противоположно текущими экранирующими сверхтоками. Намагниченность сверхпроводника определяется указанными токами и будет гистерезисной. Гистерезисное состояние обладает большей энергией, так как к первоначальной энергии добавляется положительная энергия взаимодействия противоположных экранирующих токов, что приводит к меньшей устойчивости этого состояния.

Гипервихри, как и вихри Джозефсона, в отличие от абрикосовских вихрей, меняют свои размеры в зависимости от магнитного поля. То есть имеется степень свободы, благодаря которой гипервихри, подстраиваясь под внешнее магнитное поле, будут образовывать устойчивое критическое состояние с меньшей энергией. Данные обстоятельства приводят к отсутствию гистерезиса в намагничивании среды Джозефсона с гипервихрями. В результате в образце остается только экранирующий сверхток, возникающий при росте поля, который будет иметь меньшую глубину проникновения  $\rho_2 < \rho$ . Таким образом, гипервихри при уменьшении поля увеличиваются в размерах и выходят из образца, уменьшая глубину проникновения первоначального экранирующего тока.

Данный процесс описывается также уравнениями (9) и (12), которые не содержат гистерезиса. При уменьшении поля  $H$  до нуля в образце может оставаться захваченное магнитное поле  $H \approx H_{c1j} \sim 10^{-1} - 10^{-4}$  Э, которое много меньше магнитного поля Земли. В магнитных полях  $H > H_J$  часть вихрей Джозефсона, в отличие от гипервихрей, может течь в межгранулярной области поликристалла при пропускании через образец тока. Если уменьшать поле от  $H_{\max} > H_J$ , то будет наблюдаться гистерезис намагниченности. Это связано с тем, что на образование из вихрей Джозефсона гипервихрей требуется энергия для преодоления потенциального барьера аналогичного краевому. В этом случае в образце остается “замороженный” магнитный поток, что приводит к

гистерезису намагниченности образца. Вихри Джозефсона, “просачиваясь” через указанный барьер, могут образовывать гипервихри или покидать образец, что приводит к релаксации захваченного магнитного потока.

**2. Обсуждение результатов и сравнение с экспериментальными исследованиями.** Полученные нами в работах [11, 13] экспериментальные данные для поликристалла приведены на рис.1. Из рисунка видно, что зависимость амплитуды синфаз-

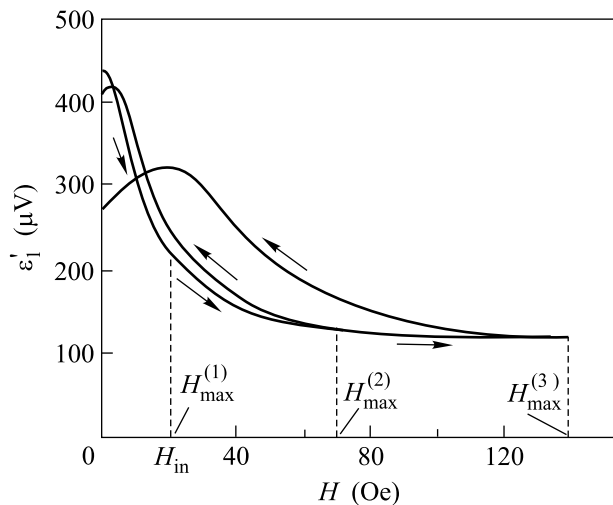


Рис.1. Зависимость  $\varepsilon_1'(H)$  керамического образца  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  № 1 от постоянного магнитного поля для трех значений  $H_{\text{max}}$  ( $H_{\text{max}}$  – максимальное поле цикла намагничивания). Стрелками обозначено направление изменения магнитного поля. Поле  $H_{\text{max}}^{(1)}$  совпадает с полем  $H_{\text{irr}}$

ной части первой гармоники сигнала отклика  $\varepsilon_1'$  ( $\varepsilon_1' \propto h\chi_d(H)$  [19, 20],  $\chi_d(H)$  – дифференциальная магнитная восприимчивость) от напряженности постоянного магнитного поля  $H$  ( $0 < H < 30$  Э) для малых амплитуд модуляции поля ( $h = 0.005$  Э) резко уменьшается и при дальнейшем увеличении поля происходит плавный переход  $\varepsilon_1'$  к насыщению. Необратимое поведение зависимости  $\varepsilon_1'$  наблюдается лишь в том случае, если максимальное поле цикла намагничивания  $H_{\text{max}}$  превышает некоторое значение  $H_{\text{irr}}$ . Из рис.1 видно, что  $H_{\text{irr}} \approx 20$  Э. Величина  $H_{\text{irr}}$  зависит от технологии приготовления образца и находится в пределах от  $\sim 10$ – $70$  Э [11, 13]. Следуя модели, приведенной в п.2, мы приходим к выводу, что  $H_{\text{irr}} = H_J$ . Учитывая, что  $H_{\text{irr}} \approx 20$  Э, оценим среднее расстояние между гранулами  $d \sim (\Phi_0/H_{\text{irr}})^{1/2} \sim 1$  мкм. Данное значение  $d$  хорошо согласуется с размером гранул.

В работе [11] получено, что  $-\chi_d(H) = a + b/\text{ch}^2(H/H_0)$ . Здесь  $a$  и  $b$  – безразмерные параметры, ответственные за линейную (отклик гранул) и нелинейную части  $\chi_d(H)$ , соответственно ( $a, b < 1$ ,  $H_0 \sim 10$ – $25$  Э). Данная нелинейная часть  $\chi_d(H)$  хорошо аппроксимирует намагниченность (12) во всей области изменения  $H$ , за исключением окрестности вблизи  $H = 0$ , поэтому мы вправе параметр  $H_0$  отождествить с  $H_p$  формулы (12). Используя данное  $H_p$ , оценим эффективную концентрацию<sup>1)</sup> носителей сверхтока в среде Джозефсона (эффективная концентрация туннелирующих пар)  $n_J$ . Оценка дает значение  $n_J \sim 10^{19}$ – $10^{20}$  см<sup>-3</sup>. Концентрация носителей сверхтока в гранулах  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x} \sim 10^{22}$  см<sup>-3</sup> [21]. Полученное значение  $n_J$  отражает структуру поликристалла. В то же время, эффективную концентрацию можно оценить по формуле  $n_J \sim m\Delta/4\pi e^2 \hbar \rho_N$  (см. формулы (6) и (8)). Возьмем  $\Delta \sim 30$  мэВ [21], а  $\rho_n \sim 1$  мОм·см [22], получим  $n_J \sim 10^{19}$  см<sup>-3</sup>. Выполненные оценки в пределах ошибок согласуются между собой.

Экспериментальные исследования магнитосопротивления керамических ВТСП [12] показаны на рис.2. Из рисунка видно, что при  $H \sim 20$  Э возникает сопротивление постоянному току, которое с ростом

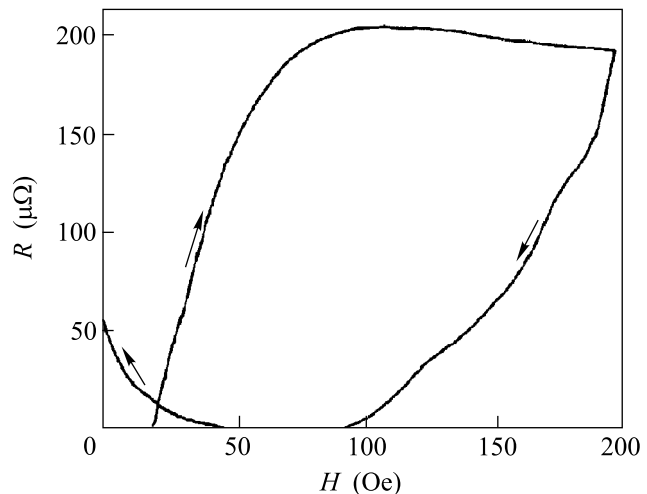


Рис.2. Магнитополевая зависимость сопротивления керамического образца  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  на постоянном токе  $I = 100$  мА при  $T \approx 77$  К. Стрелками показано направление изменения магнитного поля

поля увеличивается, и при обратном ходе при  $H$ , больших 20 Э, возникает гистерезис. При уменьше-

<sup>1)</sup> Оценка эффективной концентрации, в отличие от концентрации, выполняется при  $m$ , равной массе свободного электрона.

нии поля до нуля остается остаточное сопротивление, которое медленно уменьшается до нуля. Эти результаты можно объяснить следующим образом. При  $H < H_{irr}$  сильный пиннинг гипервихрей не приводит к магнитосопротивлению  $R = 0$ . При  $H > H_{irr}$  образованные вихри Джозефсона срываются с центров пиннинга и их движение оказывает сопротивление постоянному току. Уменьшение поля с  $H_{max} > H_{irr}$  приводит к гистерезису в зависимости  $R(H)$  и к остаточному сопротивлению  $R(0)$  (см. рис.2), которое будет медленно убывать во времени. Это вызвано тем, что захваченные вихри Джозефсона, “просачиваясь” через потенциальный барьер, образуют гипервихри или выходят из образца.

В заключение хочу выразить благодарность А. И. Головашкину, В. А. Кошурникову и Г. Ф. Жаркову за обсуждения результатов работы.

1. С. Jeffries, Q. Lam, Y. Kim et al., Phys. Rev. **B37**, 9840 (1988).
2. А. И. Головашкин, Н. Д. Кузьмичев, И. С. Левченко и др., ФТТ **31**, 233 (1989).
3. А. И. Головашкин, Н. Д. Кузьмичев, И. С. Левченко и др., ФТТ **32**, 1374 (1990).
4. Х. Р. Ростами, А. А. Суханов, В. В. Манторов, ФНТ **22**, 58 (1996).
5. С. Л. Гинзбург, И. Д. Лузянин, Э. Меухваришвили и др., Письма в ЖЭТФ **69**, 184 (1999).

6. С. Bean, Phys. Rev. Lett. **8**, 250 (1962).
7. J. R. Clem, Physica **C153–155**, 50 (1988).
8. Р. Г. Минц, А. Л. Рахманов, *Неустойчивости в сверхпроводниках*, М.: Наука, 1984.
9. С. Ebner and D. Stround, Phys. Rev. **B31**, 168 (1985).
10. С. Jeffries, Q. Lam, Y. Kim et al., Phys. Rev. **39**, 11526 (1989).
11. Н. Д. Кузьмичев, В. В. Славкин, *Материалы Всероссийской научно-практической конференции “Организационные философские и технические проблемы современных машиностроительных производств”*, ч. 2, 2000 г., Рузаевка, с. 9.
12. М. А. Васютин, А. И. Головашкин, Н. Д. Кузьмичев, И. С. Левченко, Препринт ФИАН № 85, Москва, 1990.
13. А. И. Головашкин, Н. Д. Кузьмичев, И. С. Левченко и др., Препринт ФИАН № 163, Москва, 1990.
14. Э. Б. Сонин, Письма в ЖЭТФ **47**, 415 (1988).
15. Э. Б. Сонин, А. К. Таганцев, ЖЭТФ **95**, 994 (1989).
16. Л. Солимар, *Туннельный эффект в сверхпроводниках и его применение*, М.: Мир, 1974.
17. И. О. Кулик, И. К. Янсон, *Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах*, М.: Наука, 1970.
18. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, М.: Наука, 1987.
19. Н. Д. Кузьмичев, Письма в ЖТФ **17**, 56 (1991).
20. Н. Д. Кузьмичев, ЖТФ **64**, 63 (1994).
21. А. И. Головашкин, *Краткие сообщения по физике ФИАН*, специальный выпуск, 1991.
22. Н. Д. Кузьмичев, М. А. Васютин, СФХТ **7**, 93 (1994).