

Самоорганизация и $1/f$ -шум в гранулированных сверхпроводниках

С. Л. Гинзбург, Н. Е. Савицкая

Санкт-Петербургский институт ядерной физики, 188300 Гатчина, Ленинградская обл., Россия

Поступила в редакцию 5 февраля 2001 г.

В работе теоретически и методом компьютерного моделирования на примере модели многоконтактного СКВИД, помещенного во внешнее магнитное поле, рассмотрена связь таких широко распространенных в природе явлений как $1/f$ -шум и самоорганизация критического состояния. Показано, что в спектрах среднего тока систем различных размеров имеется широкая область $1/f$ -шума, ограниченная лишь размерами системы. Однако сосуществование $1/f$ -шума и самоорганизации критического состояния наблюдалось лишь в единственной системе в двумерном случае.

PACS: 64.60.Lx, 74.50.+g

Как известно, $1/f$ -шум одно из наиболее распространенных явлений в природе. Он присутствует в спектрах таких различных процессов, как свет квазаров и течение рек, музыка и речь, электротехнические измерения и т.д. Однако, несмотря на его широкое распространение, природа этого явления до сих пор недостаточно изучена. Для его объяснения была, в частности, предложена концепция самоорганизованной критичности (СОК) [1].

Согласно данной концепции гигантские диссипативные динамические системы, состоящие из большого числа взаимодействующих между собой элементов, способны накапливать малые внешние возмущения и под их действием приходят в критическое состояние. Каждое новое внешнее возмущение выводит систему из возникшего состояния и порождает в ней динамический процесс (лавину), в результате которого часть энергии системы высвобождается и она вновь возвращается в критическое состояние, но ее локальные характеристики при этом сильно флуктуируют. Подобные системы никогда не приходят в равновесие, а лишь переходят из одного метастабильного критического состояния в другое. Набор таких метастабильных состояний, переходящих друг в друга посредством лавин и называется самоорганизованным критическим состоянием. Математическим критерием самоорганизации считается степенное распределение размеров возникающих в системе лавин.

Такой тип поведения систем также широко распространен в природе и встречается, в частности, в геологических системах, где распределение мощности землетрясений также подчиняется степенному закону, в биологии (динамика роста популяций) и т.д. Поэтому создателями концепции СОК и было выдвинуто предположение, что сложные природные систе-

мы, являющиеся источниками $1/f$ -шума, находятся в самоорганизованном критическом состоянии.

Однако, как показали дальнейшие исследования, в стандартных математических моделях самоорганизованных систем, таких как модель кучи песка [1],[2] или модель [3], спектры основных характеристик демонстрируют зависимость $1/f^\alpha$, где α обычно близко к двум. Несмотря на это, данные математические модели, благодаря своей относительной простоте, стали использоваться как базовые для построения моделей систем, демонстрирующих $1/f$ -шум. Например, при модификации правил возмущения системы в модели кучи песка в квазиодномерном случае [4] или в неконсервативной модели [5] наблюдался $1/f$ -шум. Однако во всех этих случаях критическое состояние систем не было самоорганизованным. Таким образом, до сих пор вопрос о взаимосвязи самоорганизации и $1/f$ -шума остается открытым, и продолжается поиск систем, в которых эти два явления могли бы сосуществовать, что прояснило бы механизмы появления $1/f$ -шума.

Ранее нами было показано [6–10], что интересным примером систем с самоорганизацией являются гранулированные сверхпроводники при большом значении параметра $V \sim j_c a^3 / \Phi_0$ (a – размер гранул, j_c – плотность критического тока межгранульных контактов, Φ_0 – квант потока магнитного поля). Благодаря своим физическим свойствам, они позволяют изучить явление самоорганизации в условиях нефизических для ранее предложенных систем с СОК, но естественных для гранулированных сверхпроводников. Это позволило предположить, что именно на примере гранулированных сверхпроводников можно будет изучить связь $1/f$ -шума и самоорганизации.

Целью настоящей работы было изучение этой связи на примере критического состояния многокон-

тактного СКВИД, помещенного в возрастающее внешнее магнитное поле. Для каждой лавины, возникающей в системе в критическом состоянии мы рассмотрели такие характеристики как интегральное напряжение за время лавины, которое является аналогом размера лавины в моделях для изучения СОК, и средний по системе ток на момент окончания лавины. Помимо распределения интегральных напряжений, мы также рассмотрели межлавинные корреляции для токов. Подробное изучение систем различных размеров показало, что в квазиодномерном случае в спектрах среднего тока имеется широкая область $1/f$ -шума, ограниченная лишь размером системы. Однако в этом случае критическое состояние системы не является самоорганизованным. В двумерном же случае наблюдалось сосуществование в системе $1/f$ -шума и самоорганизации.

Изучаемый в работе многоконтактный СКВИД представляет собой две сверхпроводящие пластины, соединенные джозефсоновскими контактами, расположенными в узлах решетки размером $N \times M$. Размер контакта l много меньше периода решетки a (рис.1). Внешнее магнитное поле H^{ext} будем считать направленным по оси y . В описанной геометрии джозефсоновский ток течет по оси z . Тогда систему уравнений для калибровочно-инвариантной разности фаз $\varphi_{n,m}$ на контактах с координатами (na, ma) можно записать, исходя из уравнения для большого джозефсоновского контакта [11]. Пользуясь резистивной моделью джозефсоновского контакта без учета тепловых флуктуаций [12], в безразмерном виде мы получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} V \sin \varphi_{n,m} + \tau \frac{d\varphi_{n,m}}{dt} = \\ = \varphi_{n+1,m} + \varphi_{n-1,m} + \varphi_{n,m-1} + \varphi_{n,m+1} - 4\varphi_{n,m}, \\ n \neq 1, N; m \neq 1, M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V \sin \varphi_{1,m} + \tau \frac{d\varphi_{1,m}}{dt} = \varphi_{2,m} + \varphi_{1,m-1} + \\ + \varphi_{1,m+1} - 3\varphi_{1,m} - \frac{4\pi\lambda_L a}{\Phi_0} H_{1,m}^{ext}, \\ m \neq 1, M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V \sin \varphi_{N,m} + \tau \frac{d\varphi_{N,m}}{dt} = \varphi_{N-1,m} + \varphi_{N,m-1} + \\ + \varphi_{N,m+1} - 3\varphi_{N,m} + \frac{4\pi\lambda_L a}{\Phi_0} H_{N,m}^{ext}, \\ m \neq 1, M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V \sin \varphi_{N,M} + \tau \frac{d\varphi_{N,M}}{dt} = \\ = \varphi_{N-1,M} + \varphi_{N,M-1} - 2\varphi_{N,M} + \frac{4\pi\lambda_L a}{\Phi_0} H_{N,M}^{ext}, \end{aligned}$$

$$V = \frac{2\pi j_c}{j_\varphi}, j_\varphi = \frac{\Phi_0}{8\pi l^2 \lambda_L}, \tau = \frac{\Phi_0}{\rho_0 j_\varphi}, \quad (1)$$

где j_c – плотность критического тока, λ_L – лондоновская глубина проникновения, Φ_0 – квант потока, ρ_0 – поверхностное сопротивление контакта, $j_{en,m}$ – плотность тока инжекции.

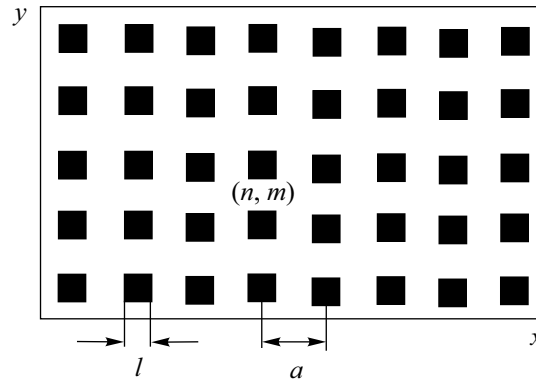


Рис.1. Сечение двумерного многоконтактного СКВИД плоскостью (x, y)

Из приведенных уравнений видно, что влияние возрастающего внешнего магнитного поля сводится к индуцированию отрицательного тока на левой границе системы и такого же по величине, но положительного тока на ее правой границе. В данной работе мы считали, что инжекция токов противоположных знаков происходит не на все контакты левой и правой границ одновременно, а каждый раз в одном случайно выбранном контакте на каждой из границ, то есть $H_{1,m_0}^{ext} = H_{N,m_1}^{ext} = H^{ext}$, где m_0, m_1 случайны и независимы и $H_{1,m}^{ext} = H_{N,m}^{ext} = 0$ для любых $m \neq m_0, m_1$. Обратим также внимание на то, что система закрыта, то есть ток в ней сохраняется.

Данная система с описанным способом возмущения была подробно рассмотрена в работах [8], [10], где было продемонстрировано, что несмотря на то, что она является закрытой, возникающее в ней критическое состояние является самоорганизованным.

Мы изучали данную систему методом компьютерного моделирования с использованием схемы Эйлера с шагом $dt = 0.01$ и $V = 40$, в режиме, обычно используемом для систем с самоорганизацией. Начиная с состояния, в котором все $\varphi_i = 0$, мы возмущали систему, увеличивая магнитное поле. После инжекции тока в системе возникала лавина, проявляющаяся, в частности, как импульс напряжения. Очередная инжекция осуществлялась лишь после того, как система приходила в метастабильное состояние.

После некоторого переходного периода система достигала критического состояния, которое представ-

ляло собой набор метастабильных состояний, в которых токи на контактах в правой части системы были положительны и близки к критическому значению, а в левой – отрицательны и близки к отрицательному критическому значению. При переходе от одного метастабильного состояния к другому токи на контактах флуктуировали, однако, структура критического состояния оставалась прежней.

В критическом состоянии для каждой лавины мы вычисляли средний по “положительной” части системы ток на момент окончания лавины:

$$z_i = \frac{1}{N_1 M} \sum_{n=N_1}^N \sum_{m=1}^M z_{n,m}^{st}(t_{ei}), \quad (2)$$

$$z_{n,m}^{st} = V/2\pi \sin \varphi_{n,m}(t_{ei}),$$

где t_{ei} – время окончания i -ой лавины, $N_1 = (N - 1)/2 + 2$; и интеграл от среднего по “положительной” части системы напряжения за время лавины – величина, аналогичная размеру лавины в ранее рассматриваемых моделях с СОК.

$$U_i = \frac{\Phi_0}{2\pi N_1 M} \sum_{n=N_1}^N \sum_{m=1}^M [\varphi_{n,m}(t_{ei}) - \varphi_{n,m}(t_{bi})], \quad (3)$$

где t_{bi} – время начала i -ой лавины.

Мы характеризовали систему плотностью вероятности интегральных напряжений $\rho(U)$

$$\rho(U) = \langle \delta(U - U_i) \rangle, \quad (4)$$

а также спектральными плотностями среднего тока $S_z(f)$ [13].

$$S_z(f) = 2 \sum_{j=-\infty}^{\infty} D_z(j) e^{-i2\pi f j}, \quad (5)$$

$$D_z(j) = \langle z_i z_{i+j} \rangle - \langle z \rangle^2. \quad (6)$$

Здесь $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по номеру лавины i .

Еще раз подчеркнем, что здесь мы рассматриваем корреляционную функцию, а следовательно и спектральную плотность величин не по времени t , а по номеру лавины i , то есть речь идет о межлавиных корреляциях в системе. Важность таких характеристик обсуждалась в работе [7].

Мы рассматривали нашу систему при различных значениях размера M и $N = 43$. Если не оговорено особо, то абсолютная величина тока, инжектируемого за один шаг на правую и левую границы равна единице. Полученные результаты представлены на рисунках.

В одномерном случае ($M = 1$), как было ранее показано в [1] ни самоорганизации, ни $1/f$ -шума в системе не существует. После каждого возмущения система возвращается в единственное критическое состояние и в системе существуют лавины либо нулевого, либо одного определенного размера U_0 . Спектры в этом случае имеют вид дельта-функций.

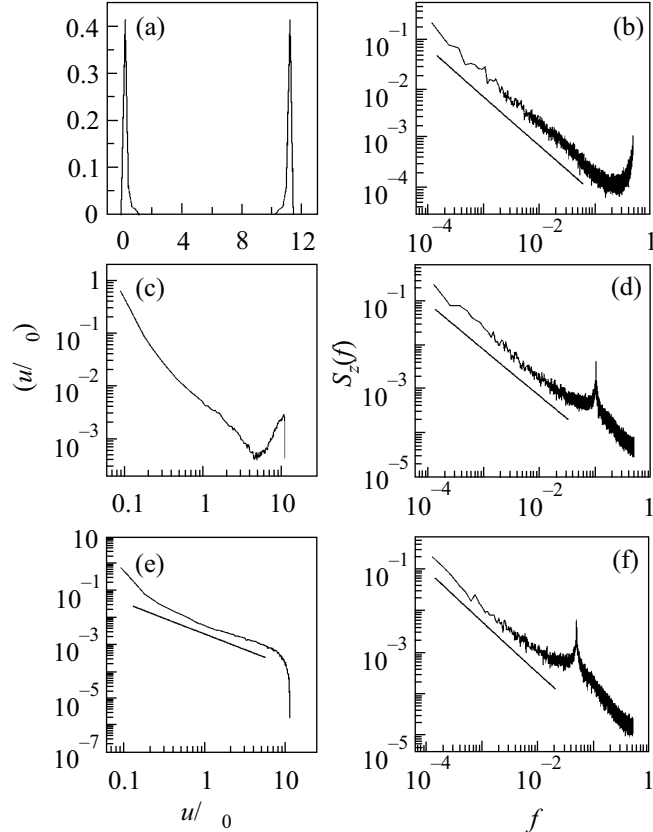


Рис.2. Результаты компьютерного моделирования для систем с различными значениями M , $N = 43$: (а) – плотность вероятности $\rho(u/\Phi_0)$ для $M = 2$; (б) – спектральная плотность среднего тока для $M = 2$, наклон прямой $\alpha = -1.00$; (с) – плотность вероятности $\rho(u/\Phi_0)$ для $M = 10$; (д) – спектральная плотность среднего тока для $M = 10$, наклон прямой $\alpha = -1.05$; (е) – плотность вероятности $\rho(u/\Phi_0)$ для $M = 21$; наклон прямой $\alpha_1 = -1,01$; (ф) – спектральная плотность среднего тока для $M = 21$, наклон прямой $\alpha = -1.05$

Далее мы рассмотрели квазиодномерный случай $N \gg M$. Как видно из рисунков, в спектральных плотностях среднего тока имеется широкая область $1/f$ -шума, ограниченная лишь размером системы M . В частности для $M = 2$ она была максимальна (рис.2б). Однако в этих случаях самоорганизации в системе не наблюдалось, имелся лишь конечный на-

бор лавин определенных размеров и наблюдалось квазипериодическое поведение (рис.2а).

По мере дальнейшего увеличения M ($N > M$) в системе появлялись лавины различных размеров, но $1/f$ -шум сохранялся (рис.2с,d).

Как видно из рис.2е,f при $M = (N - 1)/2$ в системе возникала самоорганизация при сохранении $1/f$ -шума. Такая ситуация наблюдалась нами ранее [8], но не была рассмотрена там подробно.

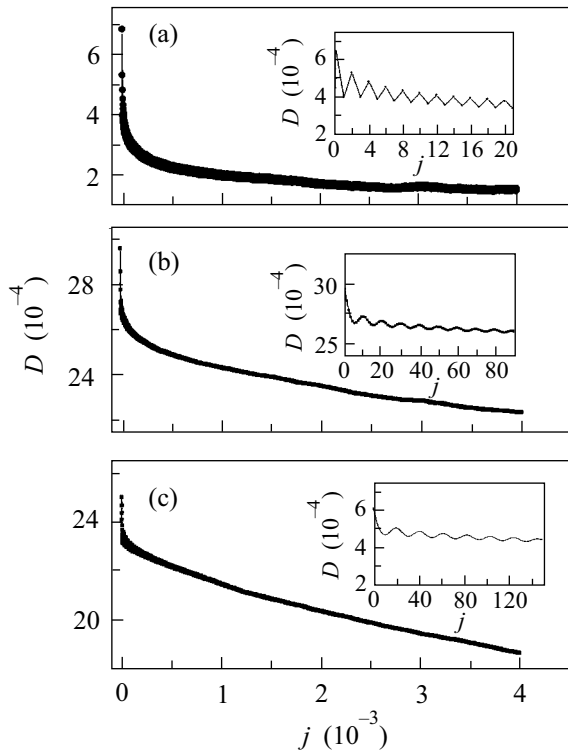


Рис.3. Межлавиные корреляционные функции среднего тока для систем с различными значениями M , $N = 43$: (а) – $M = 2$; (б) – $M = 10$; (с) – $M = 21$. На вставках представлены увеличенные фрагменты $D_z(j)$, на которых видны осцилляции на частоте $f = 1/M$

Для того чтобы наглядно продемонстрировать, что означает присутствие в системе $1/f$ -шума, мы рассмотрели помимо спектральной плотности $S_z(f)$ также и межлавиновую корреляционную функцию среднего тока $D_z(j)$ (6). На рис.3а,b,c представлена $D_z(j)$ для различных M . Во всех приведенных случаях ясно видны осцилляции на частоте $1/M$, которые дают пик на этой частоте в спектральных функциях процесса. Основной же отличительной особенностью корреляционных функций во всех рассмотренных случаях является их крайне медленное логарифмическое убывание. Например, в случае $M = 2$,

$D_z(j) \approx D_z(0)/(1 + 0.33 \cdot \ln(j))$, что означает, что при $j = 10^3$ $D_z(j) \approx D_z(0)/3$.

Таким образом из рисунков видно, что величины z_i , относящиеся к метастабильным состояниям, разделенным тысячами лавин, сильно коррелируют между собой. Кроме того, близкими оказываются не только значения z_i , но и вся структура этих состояний, что было отмечено еще в работе [4]. Таким образом система обладает долговременной памятью, что означает, что в ней не происходит перемешивания и она неэргодична.

Заметим в заключение, что сосуществование в системе $1/f$ -шума и самоорганизации крайне неустойчиво к изменению способа внешнего воздействия. К примеру, стоит лишь изменить абсолютную величину тока, инжектируемого на границы, как $1/f$ -шум исчезает, в то время как самоорганизация остается. (рис.4)

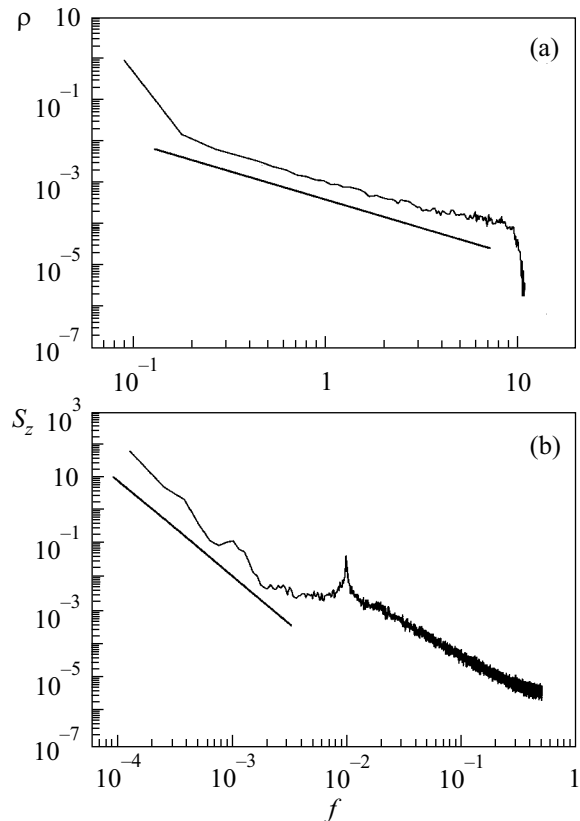


Рис.4. Результаты компьютерного моделирования для системы размером 43×21 , абсолютная величина инжектируемого на каждую из границ тока 0.2; (а) – плотность вероятности $\rho(u/\Phi_0)$, наклон прямой $\alpha = -1,01$; (б) – спектральная плотность среднего тока, наклон прямой $\alpha_1 \approx -2.8$

Таким образом, в работе проведено детальное изучение межлавиновых корреляций среднего тока и напряжения в критическом состоянии в многоконтактных СКВИД различных размеров $N \times M$, помещенных в возрастающее внешнее магнитное поле. Основные результаты можно сформулировать следующим образом.

Во всех рассмотренных случаях в спектрах среднего тока в системе имеется широкая область $1/f$ -шума, ограниченная лишь размером системы M , что говорит о наличии в системе долговременных межлавиновых корреляций, то есть о ее неэргодичности.

При этом лишь в единственном случае двумерной системы с целочисленным добавлением имеется также и самоорганизация критического состояния. Существование в одной системе $1/f$ -шума и самоорганизации крайне неустойчиво к изменению внешних условий, что позволяет предположить, что эти два явления практически исключают друг друга.

Авторы выражают благодарность О. В. Геращенко и М. А. Пустовойту за ценные замечания. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 99-02-17545) и поддержана Научным советом направления "Сверхпроводимость" программы "Актуальные направления физики конденсированных сред" по проекту # 96021 "Профиль", а также подпрограммой "Статистическая физика" государственной научно-технической программы "Физика квантовых и волновых процессов" по проекту VIII-3 и государствен-

ной программой "Нейтронные исследования вещества". Работа выполнена также при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по гранту # 00-15-96610.

1. P. Bak, C. Tang, and K. Wisenfeld, Phys. Rev. Lett. **59**, 381 (1987).
2. D. Dhar, Phys. Rev. Lett. **64**, 1613 (1990).
3. Y.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **63**, 470 (1989).
4. S. Maslov, C. Tang, and Y.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **83**, 2449 (1999).
5. P. De Los Rios and Y.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **82**, 472 (1999).
6. С. Л. Гинзбург, ЖЭТФ **106**, 607 (1994).
7. S. L. Ginzburg, M. A. Pustovoi, and N. E. Savitskaya, Phys. Rev. **E57**, 1319 (1998).
8. С. Л. Гинзбург, Н. Е. Савицкая, Письма в ЖЭТФ **69**, 119 (1999).
9. С. Л. Гинзбург, Н. Е. Савицкая, Письма в ЖЭТФ **68**, 688 (1998).
10. С. Л. Гинзбург, Н. Е. Савицкая, ЖЭТФ **117**, 227 (2000).
11. О. И. Кулик, И. К. Янсон, *Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах*, Наука, Москва, 1970.
12. К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, Наука, Москва, 1985.
13. Дж. Бендат, А. Пирсол, *Прикладной анализ случайных данных*, "Мир", Москва, 1989.