

Ферми-конденсатный квантовый фазовый переход в высокотемпературных сверхпроводниках

М. Я. Амусья^{+□}, В. Р. Шагинян*^{□1)}

⁺Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

* Санкт-Петербургский институт ядерной физики РАН, 188350 Гатчина, Россия

□ The Racah Institute of Physics, Hebrew University, Jerusalem 91904, Israel

Поступила в редакцию 22 января 2000 г.

Рассмотрено влияние квантового фазового перехода, связанного с появлением фермионной конденсации в электронной жидкости, на свойства сверхпроводников. Показано, что за точкой этого ферми-конденсатного квантового фазового перехода электронная система имеет характерные черты квантового протектората как в сверхпроводящем, так и в нормальном состояниях. Одночастичный спектр сверхпроводника может быть представлен двумя прямыми линиями, соответствующими двум эффективным массам M_{FC}^* и M_L^* . Масса M_{FC}^* характеризует спектр до энергии связи E_0 , которая порядка величины сверхпроводящей щели, а M_L^* определяет спектр при большей энергии связи. Обе эффективные массы сохраняются в нормальном состоянии, однако $E_0 \simeq 4$ Тл. Эти результаты использованы для объяснения ряда замечательных свойств высокотемпературных сверхпроводников и находятся в хорошем согласии с недавними экспериментальными данными.

PACS: 71.27.+a, 74.20.Fg, 74.25.Jb

Недавние эксперименты, выполненные в рамках фотоэмиссионной электронной спектроскопии с угловым разрешением, позволили получить весьма точные данные по дисперсии одночастичных возбуждений в широкой области энергий связи [1–3]. Эти эксперименты, выполненные на высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ различной степени допирования и при температурах T , как ниже критической температуры T_c разрушения сверхпроводящего состояния, так и при $T_c \leq T$, позволили заключить, что дисперсия квазичастичных возбуждений $\epsilon(p)$, где p – импульс, в интервале энергий (–200–0) мэВ может быть представлена двумя прямыми линиями, пересекающимися вблизи энергии связи $E_0 \sim (50–70)$ мэВ [2, 3]. Это обстоятельство прямо указывает на существование новой энергетической шкалы в собственно-энергетической части квазичастичных возбуждений при температурах $T \leq T_c$ и $T_c \leq T$ [2] и позволяет наложить новые дополнительные требования на теории, в принципе пригодные для описания свойств высокотемпературных сверхпроводников. Например, такая шкала отсутствует в теориях нормальной [4] и в маргинальной ферми-жидкостей [5], равно как и в теории, основанной на идее спиново-зарядового разделения

квазичастиц [6]. Описанный выше излом в законе дисперсии квазичастиц можно было бы объяснить взаимодействием квазичастиц с коллективными магнитными возбуждениями [3, 7], наблюдающимися в ВТСП в экспериментах по неупругому рассеянию нейтронов при $T \leq T_c$ и описанными в литературе, см., например, [8]. Однако излом в дисперсии наблюдается и при $T_c \leq T$, когда эти коллективные возбуждения исчезают. Кроме того, эти возбуждения успешно описываются как неупругое рассеяние нейтронов на куперовских парах [9], что подтверждается другими экспериментальными результатами [10, 11]. Принимая во внимание это объяснение физики магнитных возбуждений, представляется маловероятным, что они могут оказать заметное влияние на одноэлектронную дисперсию. Заметим, что экспериментальные результаты по одночастичным электронным спектрам ВТСП с d -волновой симметрией показывают, что возмущение сверхпроводящей фазы и одночастичных спектров фононами, коллективными состояниями или примесями настолько незначительно, что позволяет описывать это состояние как сильно коллективизированное квантовое состояние или как “квантовый протекторат” [6, 12, 13]. Отсюда можно заключить, что описание излома, предложенное в [3, 7], весьма вероятно, противоречит представлению о квантовом протекторате.

¹⁾e-mail: vrshag@thd.pnpi.spb.ru

В нашем письме мы показываем, что излом в дисперсии можно объяснить, предполагая, что электронная система ВТСП находится за точкой ферми-конденсатного квантового фазового перехода. Таким образом, ферми-конденсатный фазовый переход служит точкой, отделяющей нормальную ферми-жидкость от сильно коррелированной жидкости нового типа [14, 15], которая удовлетворяет требованиям квантового протектората.

Начнем с краткого описания свойств электронной системы с фермионным конденсатом (ФК). Рассмотрим двумерную электронную жидкость в сверхпроводящем состоянии, при $T = 0$, на простой квадратной кристаллической решетке, которую временно заменим однородным положительным зарядом. Тогда энергия основного состояния $E_{gs}[\kappa(\mathbf{p}), n(\mathbf{p})]$, являющаяся функционалом параметра порядка сверхпроводящего состояния $\kappa(\mathbf{p})$ и чисел заполнения $n(\mathbf{p})$ [16], задана известным уравнением

$$E_{gs}[\kappa(\mathbf{p}), n(\mathbf{p})] = E[n(\mathbf{p})] + \int V_{pp}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \kappa(\mathbf{p}_1) \kappa^*(\mathbf{p}_2) \frac{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^4}. \quad (1)$$

Спаривательное взаимодействие $V_{pp}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ мы предполагаем слабым. Энергия основного состояния $E[n(\mathbf{p})]$ нормальной ферми-жидкости является функционалом чисел заполнения $n(\mathbf{p})$ [4], которые при $T = 0$ связаны простым равенством с параметром порядка

$$n(\mathbf{p}) = v^2(\mathbf{p}); \quad \kappa(\mathbf{p}) = v(\mathbf{p}) \sqrt{1 - v^2(\mathbf{p})}. \quad (2)$$

Минимизируя энергию E_{gs} , заданную уравнением (1), по отношению к числам заполнения и учитывая равенство (2), получаем уравнение

$$\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu = \Delta(\mathbf{p}) \frac{1 - 2v^2(\mathbf{p})}{2\kappa(\mathbf{p})}, \quad (3)$$

где одночастичная энергия $\varepsilon(\mathbf{p})$ определена равенством [4]

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{\delta E[n(\mathbf{p})]}{\delta n(\mathbf{p})}, \quad (4)$$

μ – химический потенциал. Сверхпроводящая щель задана равенством

$$\Delta(\mathbf{p}) = - \int V_{pp}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \kappa(\mathbf{p}_1) \frac{d\mathbf{p}_1}{4\pi^2}. \quad (5)$$

Предположим, что взаимодействие $V_{pp} \rightarrow 0$. Тогда щель $\Delta(\mathbf{p}) \equiv 0$, и (3) сводится к уравнению, предложенному в [14]:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu = 0, \text{ если } 0 < n(\mathbf{p}) < 1; \quad p_i \leq p \leq p_f. \quad (6)$$

Это уравнение определяет новый тип ферми-жидкости, характеризующийся параметром порядка $\kappa(\mathbf{p})$, отличным от нуля в интервале L_{FC} импульсов $p_i \leq p \leq p_f$, вне интервала L_{FC} числа заполнения $n(\mathbf{p}) = 1, 0$, как и должно быть в нормальной ферми-жидкости. В интервале L_{FC} эффективная масса M_{FC}^* квазичастиц, находящихся в фермионном конденсате, как следует из (6), бесконечно велика:

$$\frac{1}{M_{FC}^*} = \frac{1}{p} \frac{d\varepsilon(p)}{dp} = 0. \quad (7)$$

Эффективная масса M_L^* нормальных квазичастиц, имеющих импульсы $p < p_i$, конечна и определяется известным уравнением [4]

$$\frac{1}{M_L^*} = \frac{1}{p} \frac{d\varepsilon(p)}{dp} \Big|_{p < p_i}. \quad (8)$$

Из уравнений (7) и (8) следует, что фермионная система с ФК разбивается на две подсистемы квазичастиц: бездисперсионная часть одночастичного спектра занята ФК в интервале импульсов L_{FC} и к ней примыкает подсистема, занятая квазичастицами конечной массы с импульсами $p < p_i$. Мы будем предполагать для простоты, что ФК занимает малую часть ферми-сферы, $p_f - p_i \ll p_F$, где импульс Ферми связан обычным соотношением $p_F = (3\pi^2 \rho)^{1/3}$ с плотностью частиц ρ . ФК появляется в электронной системе при низкой плотности, когда эффективная константа электрон-электронного взаимодействия достаточно велика. В обыкновенной электронной жидкости эта константа прямо пропорциональна безразмерному параметру $r_s = 9\pi/4p_F a_B$, где a_B – борковский радиус. Для простоты мы будем полагать ее равной r_s . В [17] было показано, что появление в системе ФК происходит при некотором значении $r_s = r_{FC} < r_{cdw}$ и предшествует возникновению волны зарядовой плотности, которая имеет место в двумерной электронной жидкости при $r_{cdw} \simeq 6 - 8$ [18]. Таким образом, ферми-конденсатный фазовый переход происходит при $T = 0$, когда параметр r_s достигает критического значения r_{FC} , и является квантовым фазовым переходом. При значениях $r_s > r_{FC}$ и $r_s - r_{FC} \ll r_{FC}$ область $p_f - p_i$, занятая ФК $(p_f - p_i)/p_F \sim r_s - r_{FC}$. Эта оценка подтверждается на простых моделях [19, 20].

Поскольку параметр порядка ферми-конденсатного фазового перехода есть $\kappa(\mathbf{p})$, то максимальное значение Δ_1 сверхпроводящей щели в системе с ФК $\Delta_1 \sim V_{pp}$, как это следует из уравнения (5). Уместно отметить, что в этом случае $\kappa(\mathbf{p})$ определяется относительно сильным

частично-дырочным взаимодействием или амплитудами Ландау F_L . Поэтому возмущением параметра $\kappa(\mathbf{p})$ в первом порядке по $V_{pp}/F_L \ll 1$ можно пренебречь. Разумеется, мы считаем, что интервал L_{FC} достаточно велик, так что его возмущение мало по сравнению с величиной этого интервала. Учитывая, что в теории сверхпроводимости со слабой связью $T_c \simeq \Delta_1/2$ [20, 21], мы получаем большие значения T_c для систем с ФК [14]. В то же время, одночастичный спектр в интервале L_{FC} , занятом ФК, будет возмущен взаимодействием V_{pp} , и это возмущение вполне заметно для эффективной массы, поскольку величина $1/M_{FC}^*$ станет конечной. Одновременно возмущением одночастичного спектра при $p < p_i$, как и эффективной массы M_L^* , можно пренебречь.

Воспользуемся уравнением (3) для вычисления M_{FC}^* , продифференцировав обе части этого уравнения по импульсу p при $p = p_F$:

$$\frac{p_F}{M_{FC}^*} \simeq \frac{\Delta_1}{4\kappa^3(p)} \frac{1}{p_f - p_i} = \frac{2\Delta_1}{p_f - p_i}. \quad (9)$$

При получении уравнения (9) мы учли, что $\kappa(p) = 1/2$ при $p = p_F$, щель $\Delta(\mathbf{p})$ имеет максимум на поверхности Ферми, а значит, ее производная там равна нулю, и воспользовались для вычисления производной $dv(p)/dp$ равенством (2) и простой оценкой $dn(p)/dp \simeq -1/(p_f - p_i)$. Мы можем заключить, что, как и прежде, электронная система с ФК в сверхпроводящем состоянии характеризуется двумя эффективными массами, а одночастичная дисперсия при $p \sim p_F$ может быть аппроксимирована двумя прямыми линиями. Оценим величину энергии связи E_0 , при которой эти прямые пересекаются. Умножив обе части уравнения (9) на разность $p_f - p_i$, получаем

$$E_0 \simeq \frac{(p_f - p_i)p_F}{M_{FC}^*} \simeq 2\Delta_1. \quad (10)$$

Из этого равенства следует, что точка пересечения двух прямых, аппроксимирующих спектр, не зависит от разности $p_f - p_i$, хотя сама эффективная масса M_{FC}^* пропорциональна этой разности. Вычисление M_{FC}^* при $T \rightarrow T_c$ полностью аналогично предыдущему, необходимо только учесть, что теперь [21]

$$v^2(\mathbf{p}) = \frac{n(\mathbf{p}) - f(\mathbf{p})}{1 - 2f(\mathbf{p})}, \quad (11)$$

где

$$f(\mathbf{p}) = \frac{1}{1 + \exp(E(\mathbf{p})/T)}; \quad (12)$$

$$E(\mathbf{p}) = \sqrt{(\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu)^2 + \Delta^2(\mathbf{p})}.$$

Учитывая, что при $p = p_F$ функция $f(\mathbf{p})$ имеет максимум (а ее производная равна там нулю), и $E(\mathbf{p}) \ll T$, после несложных преобразований получаем из уравнений (11), (12)

$$\frac{d(v^2(p))}{dp} \simeq -\frac{2T}{E(p)(p_f - p_i)}. \quad (13)$$

Дифференцируя обе части уравнения (3) по импульсу и учитывая (13), получаем

$$\frac{p_F}{M_{FC}^*} \simeq \frac{4T}{p_f - p_i}. \quad (14)$$

Из равенства (14) непосредственно следует, что

$$E_0 \simeq \frac{(p_f - p_i)p_F}{M_{FC}^*} \simeq 4T. \quad (15)$$

Принимая во внимание, что $2\Delta_1 \simeq T_c$, и сравнивая (10) и (14), заключаем, что эффективная масса M_{FC}^* и величина E_0 слабо зависят от температуры при $T \leq T_c$.

Из предыдущего рассмотрения следует, что форма одночастичного спектра $\varepsilon(\mathbf{p})$ и параметр порядка $\kappa(\mathbf{p})$ определяются ферми-конденсатным квантовым фазовым переходом и поэтому имеют универсальную форму. Действительно, амплитуды F_L задают только область L_{FC} , занимаемую конденсатом за точкой ферми-конденсатного фазового перехода, и определяются свойствами рассматриваемой системы, уже включающими вклад примесей, фононов и других коллективных возбуждений. В результате мы можем заключить, что система с ФК характеризуется универсальной формой одночастичного спектра и имеет черты квантового протектората при $T \leq T_c$.

Перейдем теперь к описанию системы при $T > T_c$, которое задается уравнением теории ферми-жидкости [4]

$$\frac{\delta(F - \mu N)}{\delta n(\mathbf{p}, T)} = \varepsilon(\mathbf{p}, T) - \mu(T) - T \ln \frac{1 - n(\mathbf{p}, T)}{n(\mathbf{p}, T)} = 0. \quad (16)$$

Здесь F – свободная энергия, которая, как и энергия E , является функционалом чисел заполнения $n(\mathbf{p}, T)$, которые теперь зависят от импульса и температуры, а квазичастичная энергия $\varepsilon(\mathbf{p}, T)$ определена уравнением (4). Положив $T_c = 0$ и $T \rightarrow 0$ в уравнении (16) и предполагая, что числа заполнения отличны от нуля и единицы в интервале L_{FC} , мы видим, что слагаемое $T \ln(\dots) \rightarrow 0$, и (16) сводится к уравнению (6) для ФК [14]. Если взаимодействие $V_{pp} = 0$, то ферми-конденсатный фазовый переход отсутствует при любой конечной температуре. Действительно, как мы

видели выше, за точкой ферми-конденсатного перехода параметр порядка $\kappa(\mathbf{p})$ отличен от нуля в области L_{FC} , а щель $\Delta(\mathbf{p}) \equiv 0$. Отсюда ясно, что критическая температура этого перехода равна нулю. Однако след этого квантового фазового перехода продолжает оказывать кардинальное влияние на свойства системы до температур $T \ll T_f$, где T_f является температурой, при которой влияние этого фазового перехода исчезает. Например, в качестве такой характеристики можно взять энтропию системы, в результате получаем оценку [20]

$$\frac{T_f}{\varepsilon_F} \sim \frac{p_f^2 - p_i^2}{p_F^2} \sim \frac{\Omega_{FC}}{\Omega_F}, \quad (17)$$

где Ω_{FC} – объем, занимаемый ФК, Ω_F – объем ферми-сферы, и ε_F – энергия Ферми. Принимая во внимание, что при $T \ll T_f$, числа заполнения определены уравнением (6), $n(\mathbf{p}, T) = n(\mathbf{p})$, получаем из уравнения (16)

$$\varepsilon(\mathbf{p}, T) - \mu(T) = T \ln \frac{1 - n(\mathbf{p})}{n(\mathbf{p})} \simeq T \frac{1 - 2n(\mathbf{p})}{n(\mathbf{p})} \Big|_{p \simeq p_F}. \quad (18)$$

Дифференцируя обе части уравнения (18) по импульсу p и используя оценку $dn(p)/dp \simeq -1/(p_f - p_i)$, получаем приближенное значение для эффективной массы

$$\frac{p_F}{M_{FC}^*} \simeq \frac{4T}{p_f - p_i} \Big|_{T \ll T_f}. \quad (19)$$

Умножив обе части (19) на разность $p_f - p_i$, получаем для параметра

$$E_0 \simeq 4 T \text{л}. \quad (20)$$

Уравнения (19) и (20) показывают, что при $T_c \leq T \ll T_f$ масса M_{FC}^* и энергия E_0 начинают зависеть от температуры. Однако эта зависимость при $T \simeq T_c$ весьма слаба, что видно из сравнения (14), (15) и (19), (20). Мы можем заключить, что при этих температурах рассматриваемая система по-прежнему имеет черты квантового протектората, поскольку спектр системы определяется решениями уравнения (6) и температурой. Как это видно из уравнений (18), (19) и (20), этот спектр имеет универсальный характер, испытывая слабое влияние со стороны фононов, коллективных состояний и т.п.

Обратимся теперь к описанию экспериментальных данных [2] на основе приведенных выше результатов. Мы возвращаемся к рассмотрению электронной системы, расположенной на квадратной решетке. Экспериментальные исследования показали, что в

случае металла $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ ферми-поверхность имеет форму приблизительно правильной окружности с центром в точке (π, π) зоны Бриллюэна, заполненной дырочными состояниями [22]. Вблизи точки $(\pi, 0)$ расположена сингулярность Ван Хофа и наблюдается почти бездисперсионный участок спектра (см., например, [22]). Последнее обстоятельство позволяет нам сделать предположение, что ФК расположен вблизи этой точки [23]. Под углом $\pi/4$ к прямой $Y\bar{M}$, проходящей через точки $(\pi, \pi) - (\pi, 0)$, проходит прямая $Y\Gamma$ через точки $(\pi, \pi) - (0, 0)$, которая известна как линия нулей зоны Бриллюэна. В точке пересечения линии $Y\Gamma$ с поверхностью Ферми плотность состояний достигает минимального значения. Измерения одночастичного спектра проводились вдоль линий параллельных $Y\Gamma$ [2] и $Y\bar{M}$ [3], начиная от линии нулей к линии $Y\bar{M}$. В результате было показано, что параметр E_0 является постоянной величиной для данного образца, то есть не зависит от угла ϕ , отсчитываемого от линии нулей к $Y\bar{M}$; величина угла (излома) между прямой, характеризующей часть спектра с энергией связи меньше E_0 и прямой, относящейся к спектру с энергией связи больше E_0 , растет с увеличением ϕ и с уменьшением допирования [2, 3]. При $T > T_c$ эта общая картина сохраняется [2].

Для описания этих экспериментальных результатов примем следующую модель: объем ФК Ω_{FC} зависит от угла ϕ , $\Omega_{FC}(\phi) \sim (p_f(\phi) - p_i(\phi))p_F$, увеличиваясь с ростом угла ϕ и достигая максимума у $(\pi, 0)$. Вместе с тем величина r_s растет с уменьшением допирования, превышая критическое значение r_{FC} в районе оптимального допирования. Заметим, что значения r_s , соответствующие уровню оптимального допирования, оказываются близки величине r_{FC} [17, 24, 25], а в недодопированных образцах отмечаются сильные флуктуации зарядовой плотности или волны зарядовой плотности [26]. Отсюда мы можем заключить, что образование ФК в медных оксидах есть вполне закономерный процесс, вытекающий из общих свойств электронной жидкости малой плотности.

Из равенства (15) следует, что при $T \leq T_c$ энергия E_0 не зависит от угла ϕ , а из (14) следует, что излом увеличивается с ростом угла ϕ , поскольку эффективная масса линейно зависит от разности $(p_f(\phi) - p_i(\phi))$. Сравнивая равенства (9), (10) и (14), (15), можно заключить, что эти свойства слабо зависят от температуры при $T \leq T_c$. Равенства (19) и (20) показывают, что эта картина сохраняется при $T_c \leq T$, однако появляется зависимость от температуры. Согласно экспериментальным данным, $E_0 \simeq (50 - 70)$ мэВ [2, 3], что находится в согласии с равенствами (10) и (20), поскольку в этих материалах $E_0 \simeq 2\Delta_1$. Ве-

личина излома в дисперсии одночастичного спектра при уменьшении допирования должна увеличиваться, так как в нашей модели объем ФК Ω_{FC} растет с увеличением r_s и, соответственно, увеличивается масса M_{FC}^* , как это видно из равенств (9), (14). Поскольку $E_0 \simeq 2\Delta_1$, точка излома должна сдвигаться в сторону большей энергии связи по мере уменьшения допирования. Все эти результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными [2, 3].

Другой важной характеристикой одночастичного возбуждения является форма линии этого возбуждения, которая может быть измерена экспериментально. Форма линии является функцией двух переменных: $L(q, \omega)$. Измерения, проводимые при фиксированной энергии связи $\omega = \omega_0$, где ω_0 есть энергия изучаемого одночастичного возбуждения, определяют форму линии $L(q, \omega = \omega_0)$ как функцию импульса q [1]. Как было показано выше, при конечной температуре эффективная масса M_{FC}^* конечна. Поэтому при энергиях $\omega \leq 4T$ (или $\omega \leq 2\Delta_1$, если $T < T_c$) система ведет себя как нормальная ферми-жидкость, характеризующаяся некоторой эффективной массой. В процессы перерасеяния, определяющие ширину одночастичного возбуждения, будут вовлечены квазичастицы с энергией порядка температуры. Как следует из формулы (20), это и есть квазичастицы с массой M_{FC}^* , что ведет к ширине порядка T [20]. Именно такая картина была обнаружена в экспериментах по измерению формы линии при фиксированной энергии, когда хорошо определенные квазичастицы вблизи уровня Ферми были обнаружены даже в районе точки $(\pi, 0)$ [1]. Форму линии можно определять иначе, как функцию энергии ω , зафиксировав импульс q [27]. При малых ω линия будет иметь характерный максимум и ширину, как и в случае с фиксированной энергией ω . При энергиях $\omega \geq 4T$ (или $\omega \geq 2\Delta_1$, если $T < T_c$) в игру вступят квазичастицы с массой M_L^* , что приведет к росту функции, определяющей форму линии. Таким образом, эта линия будет иметь характерную форму: максимум, затем минимум и снова вялый максимум [24, 25]. В то же время, можно воспользоваться соотношениями Крамерса – Кронига для построения мнимой части собственной энергии квазичастичного возбуждения, располагая вещественной частью [3]. Вещественная часть, как мы видели выше, формируется двумя эффективными массами: M_{FC}^* и M_L^* . В результате мы опять получаем характерную форму: максимум, затем минимум и снова вялый максимум. Этот результат находится в качественном согласии с экспериментом [3, 27].

В.Р.Ш. признателен The Racah Institute of Physics, Hebrew University of Jerusalem за гостеприимство. Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 01-02-17189).

1. T. Valla, A. V. Fedorov, P. D. Johnson et al., *Science* **285**, 2110 (1999); T. Valla, A. V. Fedorov, P. D. Johnson et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 828 (2000).
2. P. V. Bogdanov, A. Lanzara, S. A. Kellar et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2581 (2000).
3. A. Kaminski et al., cond-mat/0004482.
4. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **30**, 1058 (1956).
5. C. M. Varma, P. B. Littlewood, S. Schmitt-Rink et al., *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1996 (1989); C. M. Varma, P. B. Littlewood, S. Schmitt-Rink et al., *Phys. Rev. Lett.* **64**, 497 (1990); E. Abrahams and C. M. Varma, cond-mat/0003135.
6. P. W. Anderson, *The Theory of Superconductivity in the High T_c Cuprates*, Princeton University Press, Princeton, 1997.
7. M. Eschrig and M. R. Norman, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3261 (2000).
8. H. F. Fong, P. Bourges, Y. Sidis et al., *Nature* **398**, 588 (1999).
9. A. A. Abrikosov, *Physica* **C244**, 243 (1995); A. A. Abrikosov, *Phys. Rev.* **B57**, 8656 (1998).
10. H. He et al., cond-mat/0002013.
11. A. A. Abrikosov, *Phys. Rev.* **B52**, R15738 (1995); A. A. Abrikosov, cond-mat/9912394.
12. R. B. Laughlin and D. Pines, *PNAS*, Jan. 1, 2000.
13. P. W. Anderson, cond-mat/0007185; cond-mat/0007287.
14. В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, *Письма в ЖЭТФ* **51**, 488 (1990).
15. Г. Е. Воловик, *Письма в ЖЭТФ* **53**, 208 (1991).
16. V. R. Shaginyan, *Phys. Lett.* **A249**, 237 (1998).
17. V. A. Khodel, V. R. Shaginyan, and M. V. Zverev, *Письма в ЖЭТФ* **65**, 242 (1997).
18. L. Świerkowski, D. Neilson, and J. Szymański, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 240 (1991).
19. V. A. Khodel, V. R. Shaginyan, and V. V. Khodel, *Phys. Rep.* **249**, 1 (1994).
20. J. Dukelsky et al., *Z. Phys.* **102**, 245 (1997); V. A. Khodel and V. R. Shaginyan, *Condensed Matter Theories*, **12**, 222 (1997).
21. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, часть 2, Наука, Москва, 1978.
22. H. Ding, A. F. Bellman, J. C. Campuzano et al., *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1533 (1996); J. Mesot et al., cond-mat/9910430.
23. V. A. Khodel, J. W. Clark, and V. R. Shaginyan, *Solid Stat. Comm.* **96**, 353 (1995).

24. S. A. Artamonov, V. R. Shaginyan, ЖЭТФ, в печати (cond-mat/0006013).
25. M. Ya. Amusia and V. R. Shaginyan, Phys. Lett. **A275**, 124 (2000).
26. G. Grüner, *Density Waves in Solids*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1994.
27. M. R. Norman, H. Ding, J. C. Campuzano et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 3506 (1997).