

Неоднородный холловский образец в условиях квантового эффекта Холла

В. Б. Шикин

Институт физики твердого тела, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 20 ноября 2000 г.

После переработки 1 февраля 2001 г.

Предлагается обобщение известной теории целочисленных холловских каналов в неоднородных 2D электронных образцах на случай со стационарной неравновесностью (холловская разность потенциалов V_H на границах 2D системы не равна нулю). Для центральной полоски, расположенной вблизи экстремума электронной плотности теория предсказывает изменение ее ширины и общий сдвиг относительно равновесного положения, зависящие от V_H . Полученные результаты используются для интерпретации недавних экспериментов по измерению локальных электрических полей вдоль холловских образцов как в равновесных условиях, так и при наличии транспорта в условиях квантового эффекта Холла.

PACS: 73.40.Nm

Феноменологическая теория [1–5] целочисленных холловских каналов в неоднородных 2D электронных системах развита для равновесных условий, когда электрохимический потенциал задачи μ постоянен вдоль образца. Вместе с тем большое число экспериментов с неоднородными образцами и, в частности, практически все измерения локальных характеристик различных 2D систем [6–10] выполнены в транспортном режиме, когда на границах образца имеется “тянущая” разность потенциалов V_H . Возникает проблема влияния $V_H \neq 0$ на характеристики отдельных целочисленных (несжимаемых) каналов. Речь идет об изменении ширины $2a$ полосок, а также смещении Δ их положения (по сравнению с равновесным) под влиянием V_H . В данной работе эта задача решается для центрального несжимаемого канала в неоднородной 2D электронной системе, имеющей одномерный и симметричный относительно ее центра профиль $n(x)$ электронной плотности. Кроме одномерности задачи мы используем (как и в [1–5]) дополнительные упрощения, а именно: поперечные размеры $2w \times 2L$ двумерной системы достаточно велики (по сравнению с боровским радиусом и магнитной длиной), экранирующие электроды отсутствуют, температура мала, но конечна (чтобы избежать корреляционных эффектов, ведущих к дробному квантовому эффекту Холла (КЭХ)), холловская разность потенциалов V_H меньше, или сравнима с циклотронной энергией $eV \ll \hbar\omega_c$, где ω_c – циклотронная частота.

Общие результаты относительно $\Delta(V_H)$, $a(V_H)$ используются далее в интерпретации наблюдаемых [8–10] деталей локальных характеристик холловских

образцов с неоднородным профилем $n(x)$ контактного происхождения.

1. Начнем с электрохимического потенциала μ . В неравновесных условиях эта величина уже не постоянна вдоль 2D системы. Ее поведение следует из требований

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{j} = 0. \quad (1)$$

$$j_i = e^{-1} \sigma_{ik} \partial \mu / \partial x_k \quad (2)$$

где σ_{ik} – тензор проводимости (в работах [3] (см. уравнение (56) и [11] вместо μ закон Ома содержит электропотенциал φ). Комбинация (1) и (2) ведет к уравнению

$$\Delta \mu = 0, \quad (3)$$

даже если $\sigma_{xx} \rightarrow 0$ (заметим, что авторы [11] не разделяют этой точки зрения).

Используя (3) и неравенство $w \ll L$, где L – длина холловского образца, нетрудно видеть, что в присутствии холловского напряжения V_H функция $\mu(x)$ для образца с $w \ll L$ вдали от контактов является линейной функцией координаты x

$$\mu(x) = eV_H(x - \Delta + a)/2, \quad \sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}, \quad (4)$$

$$-a + \Delta \leq x \leq +a + \Delta, \quad a < w,$$

(параметр Δ определяется ниже (см. уравнения (7), (14)).

Выражение (4) вместе с определением $\mu(x)$ для электронов в магнитном поле являются основой для постановки задачи о свойствах несжимаемых полос при наличии транспорта. В упрощенном варианте решения этой задачи предлагается (по аналогии с [1–3])

начинать с моделирования внутри несжимаемой полочки электронной плотности $\delta n(x)$, такой чтобы ее эффективная величина оказалась константой, отвечающей целочисленному фактору заполнения. Располагая $\delta n(x)$, восстанавливаем распределение $\varphi(x)$ с дополнительными требованиями обращения в ноль касательных электрических полей на границах полочки. “Привязка” $\varphi(x)$ к поведению $\mu(x)$ происходит на этих же концах. Задача с $V_H \neq 0$ позволяет использовать такой алгоритм лишь для центральной полосы. Что касается “боковых” каналов, то в транспортном варианте развитие идеологии [1–3] наталкивается на трудности, требующие специального обсуждения.

Итак, полагаем

$$\delta n(x) = (\nu_\Delta - l)n_H + n'_\Delta \xi + n''_\Delta \xi^2/2, \quad (5)$$

$$\xi = x + \Delta, \quad l = 1, 2, 3 \dots,$$

$$\nu(x) = \pi l_H^2 n(x), \quad n_H = 1/(\pi l_H^2),$$

$$-a + \Delta \leq x \leq +a + \Delta,$$

где l_H -магнитная длина, Δ - общий сдвиг центральной полочки относительно начала координат, $\nu_\Delta \equiv \equiv \nu(x = \Delta)$. В пределе $\Delta \rightarrow 0$ выражение (5) совпадает с $\delta n(x)$ из [3].

Соответствующее распределение $E_x(x)$ следует из уравнения Пуассона, записанного в форме, учитывающей постоянство электрохимического потенциала за пределами целочисленной полочки

$$e\delta n(\xi) = -\frac{\kappa}{2\pi^2} \int_{-a}^{+a} ds \frac{E_x(s)}{\xi - s}.$$

В результате

$$E_x \sqrt{(1 - \xi^2/a^2)} = \frac{2\pi e}{\kappa} [(\nu_\Delta - l)n_H T_1(\xi/a) + n'_\Delta a T_2(\xi/a) + n''_\Delta a^2 (T_3(\xi/a) + T_1(\xi/a))/8] + E_H, \quad (6)$$

где $T_i(s)$ - известные полиномы Чебышева, константа E_H пока произвольна и будет связана ниже с V_H .

Обращение поля (6) в ноль на концах $\xi = \pm a$ возможно, если

$$2\pi e n'_\Delta a + \kappa E_H = 0, \quad (7)$$

$$a^2 = -4[\nu_\Delta - l]n_H/(n''_\Delta), \quad l = 1, 2, 3 \dots, \quad (8)$$

здесь $n(x)$ - равновесный профиль электронной плотности. Разница между (8) и определением a^2 из [3]

заключается лишь в том, что величина ν_Δ и производная n''_Δ вычисляется здесь не в нуле, а в точке $x = \Delta$.

Потенциал $\varphi(\xi)$ возникает из (6) однократным интегрированием. Учитывая дополнительно уравнения (7) и (8), имеем

$$\varphi(\xi) = V_H (\zeta \sqrt{1 - \zeta^2} + \pi/2 + \arcsin \zeta) / \pi + 2\pi e n''_\Delta a^2 (1 - \zeta^2)^{3/2} / 6\kappa, \quad \zeta = \xi/a, \quad (9)$$

причем

$$-\pi^2 e n'_\Delta a^2 / \kappa = V_H. \quad (10)$$

Требование (10) вместе с (7) определяет константу $E_H = 2V_H/\pi a$ (7). Формулы (7)-(10) завершают решение задачи о поведении основного канала вблизи экстремума электронной плотности с четным профилем $n(x)$ при наличии $V_H \neq 0$.

2. Недавние эксперименты для холловских образцов в условиях КЭХ с использованием сканирующего потенциального микроскопа [9], [10] свидетельствуют о неоднородном, но регулярном распределении в них равновесной электронной плотности, имеющей структуру вида $n(x)$ (x - координата по сечению образца, нормальному линиям тока). Причиной неоднородности $n(x)$ являются контактные явления, с большой вероятностью присутствующие в обсуждаемых экспериментах. В этом случае для холловских образцов $2w \times 2L$, $L \gg w$ вдали от контактов распределение $n(x)$ имеет вид [12]

$$n(x) \simeq n_s + \frac{\kappa W}{ce^2 \sqrt{w^2 - x^2}}, \quad c = 2\pi \ln(L/w). \quad (11)$$

Здесь W - контактная энергия между 2D системой и металлическими терминалами, n_s - средняя электронная плотность в образце без контактов.

Используя явный вид $n(x)$ (11), перепишем ряд определений предыдущего раздела. Равновесное распределение $\varphi(x)$

$$\varphi(x) \propto (a^2 - x^2)^{3/2},$$

$$a^2 = \frac{4ce^2 w^3 [\nu(0) - l]n_H}{\kappa W}, \quad -a \leq x \leq +a \quad (12)$$

$$\nu(0) = [n(0)]\pi l_H^2,$$

здесь $2a < 2w$ - ширина несжимаемой полочки. Ее максимальное значение для плотности электронов, имеющей структуру (11), равно

$$(a_{\max}/w)^3 = 3c\hbar\omega_c/\pi W, \quad (13)$$

где величина c взята из (11).

Отметим, что ширина полосы весьма чувствительна к магнитному полю, изменяясь от нуля при ее зарождении до критических размеров (13), когда с ростом магнитного поля максимальное значение потенциала (12) в центре канала достигает значения $\hbar\omega_c$, после чего полоска раздваивается (детали этого процесса см. в [3]).

Определение Δ

$$\Delta = -\frac{c}{\pi^2} \frac{eV_H w^3}{W a^2}. \quad (14)$$

Кроме того, отметим, что

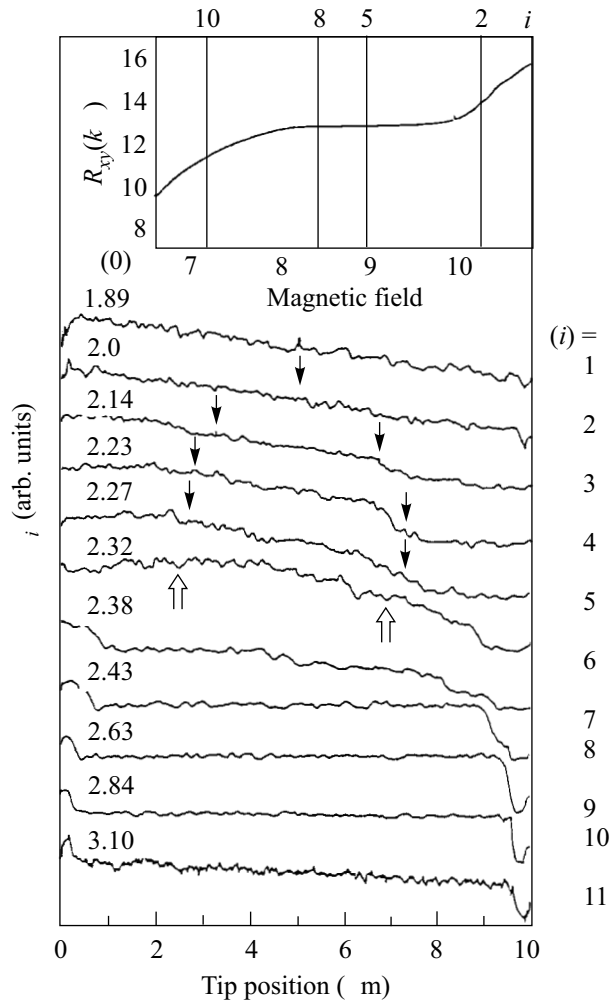
$$\delta\varphi = \varphi(x, V_H) - \varphi(x) \simeq V_H[(x + \Delta) + a]/2, \quad (15)$$

$$-a + \Delta \leq x \leq +a + \Delta$$

ведет себя примерно линейным образом по сечению центральной полоски между значениями 0, V_H .

Обращаясь к экспериментам, прокомментируем наиболее полные холловские данные из [10] (рис.2 этой работы) для распределения $\delta\varphi(x)$ по сечению холловского образца шириной $2w = 10\mu m$ в его средней части при разных магнитных полях. Эксперимент выполнен с использованием сканирующего микроскопа, что позволило работать в линейной области $eV_H \leq \hbar\omega_c$. Однако туннельная техника оказалась мало пригодной для равновесных измерений (как это имело место в [7]). В результате авторы [10] публикуют лишь разностные данные для $\delta\varphi(x)$, аналогичные выражению (15). Эти зависимости воспроизводятся на рисунке данной работы с нашими обозначениями. Цифры 1–11 в правой части рисунка перечисляют номера записей $\delta\varphi(x)$ для разных значений магнитного поля. Эти же цифры выборочно указаны на вставке, дающей представление о поведении R_{xy} данного образца в окрестности холловского плато.

Числа в левой части рисунка определяют локальные значения фактора заполнения $\nu(0)$ на каждой из линий (i). Эти цифры отличаются от приведенных в [10] линейным сдвигом и выбраны из соображений самосогласованности контактного сценария. В нашей версии развития событий зарождение квазисимметричной несжимаемой полосы происходит в окрестности линии 2 (линия 1 не содержит никаких намеков на существование полосы, а на линии 3 эта полоска уже имеет конечную ширину). Следовательно на этой линии величина $\nu(0)$ должна принимать значение 2, что и принято за основу нормировки значений $\nu(0)$. С ростом номера (i) магнитное поле уменьшается, а ширина центральной полосы растет. Такое поведение $a(H)$ возможно лишь в том случае, если локальная плотность $n(x)$ уменьшается при удалении



Записи [10] локальных значений электрического потенциала вдоль одного из холловских сечений в средней части образца для разных магнитных полей. Цифрами справа перенумерованы имеющиеся записи, а слева – приведены локальные значения фактора заполнения $\nu(0)$ в точке максимального значения электронной плотности в предположении, что на линии 2 величина $\nu(0) = 2$ и холловское напряжение достаточно мало. Простые стрелки на линиях 2–5 отмечают посчитанные с помощью (12) границы центральной несжимаемой полоски в отсутствие транспортного тока. Двойные стрелки на линии 6 дают представление о масштабе асимметрии в положении границ под влиянием транспортного тока. На вставке сверху приведена информация о холловском сопротивлении образца из [10] для магнитных полей в окрестности исследуемого квантового плато. Здесь же выборочно представлены линии 1–11 основного рисунка, что позволяет судить о связи между “качеством” плато и шириной несжимаемых полосок, отвечающих этим линиям

от середины образца. Другими словами, данные о поведении $a(H)$ на линиях 2–6 свидетельствуют о варианте контактного взаимодействия, ведущего к обеднению 2D системы.

Положение границ $\pm a(H)$ с изменением поля в приближении (12) нанесены стрелками на линиях 3–6. При этом свободный параметр $W/\hbar\omega_c$ выбирается таким, чтобы в условиях 6, отвечающих распаду центральной полосы на два сателлита, величина a_{\max} (13) равнялась (как видно из рисунка) примерно половине w . Отсюда и из (13)

$$W/(\hbar\omega_c) = \frac{3c}{\pi} \left(\frac{w}{a_{\max}} \right)^3 = 24c/\pi. \quad (16)$$

Наблюдаемое в [10] изменение $\delta\varphi(x)$ приходится ориентировочно на области между стрелками. Как и следует из (15), это распределение примерно линейно между берегами полосы. Небольшая асимметрия обусловлена влиянием на границы центральной несжимаемой полосы холловского напряжения. Для ее оценки использована величина Δ (14). С учетом (16), масштаба циклотронной энергии на линии 5 и экспериментального значения $eV_H \simeq 0.01eV \leq \hbar\omega_e^{(5)}$ (см. [10]) имеем для Δ

$$\Delta_5 \leq 0.1w. \quad (17)$$

Скорректированное на Δ положение границ центральной полосы на линиях 5–6 отмечено на рисунке двойными стрелками.

Особенно заметна токовая асимметрия на линиях 7–11. Здесь центральная часть перешла в “нормальное” состояние, то есть эквипотенциальна. А несжимаемые сателлиты асимметрично прижаты к границам холловского образца. К сожалению, равновесный язык [3] не допускает обобщения на случай боковых сателлитов при $V_H \neq 0$. Это обстоятельство отмечалось и выше, так что комментарии к интересным данным о расщеплении центрального канала (линии 7–11) приходится обрывать.

Таким образом в работе предлагается формализм, обобщающий результаты [1–3] для целочисленных (несжимаемых) полосок в неоднородных 2D системах на случай конечного холловского напряжения $V_H \neq 0$. Результаты теории использованы для интерпретации данных [7, 10] с привлечением гипотезы о

контактном происхождении неоднородности холловского образца. Эта гипотеза вполне продуктивна при обсуждении равновесных свойств неоднородных дисков Корбино с целочисленными полосками (см. [13–14]). Вполне естественно появление таких же каналов и в холловских образцах.

Качественно возникающая картина достаточно близка наблюдениям, объясняя многие из имеющихся здесь деталей. В частности, определен знак контактной энергии для образцов из [10], отвечающий обеднению 2D области, и ее масштаб, намного превышающий циклотронную энергию (см. определение W (16)). Дано объяснение сдвигу Δ центральной полосы под действием $V_H \neq 0$ (формулы (14), (17)), а также не имеющему пока четкой реализации сдвигу экстремума $\varphi(x)$ под действием $V_H \neq 0$.

Автор благодарен проф. В. Ф. Гантмахеру за обсуждение результатов работы. Ее выполнение поддержано частично грантом Российского фонда фундаментальных исследований # 01-02-16467.

1. D. Chklovskii, B. Shklovskii, and L. Glazman, Phys. Rev. **B46**, 4026 (1992).
2. D. Chklovskii, B. Shklovskii, and L. Glazman, Phys. Rev. **B46**, 15 606(E) (1992).
3. D. B. Chklovskii, K. F. Matveev, and B. I. Shklovskii, Phys. Rev. **B47**, 12605 (1993).
4. D. Chklovskii and P. Lee, Phys. Rev. **B48**, 18060 (1993).
5. M. Fogler and B. Shklovskii, Phys. Rev. **B50**, 1656 (1994).
6. P. F. Fontein, P. Hendriks, F. A. P. Bloom et al., Surf. Sci. **263**, 91 (1992).
7. R. Knott, W. Dietsche, K. von Klitzing et al., Semicond. Sci. Technol. **10**, 117 (1995).
8. W. Dietsche, K. von Klitzing, and K. Ploog, Surf. Sci. **361/362**, 289 (1996).
9. K. McCormick, M. Woodside, M. Huang et al., Phys. Rev. **B59**, 4654 (1999).
10. P. Weitz, E. Ahlswede, J. Weis et al., Physica **E6**, 247 (2000).
11. A. H. MacDonald, T. M. Rice, and W. F. Brinkman, Phys. Rev. **B28**, 3648 (1983).
12. В. Шикин, Ю. Шикина, ФТТ **42**, 222 (2000).
13. В. Шикин, Письма ЖЭТФ **69**, 64 (1999).
14. В. Шикин, Ю. Шикина, Письма ЖЭТФ **71**, 95 (2000).