Письма в ЖЭТФ, том 73, вып. 6, с. 312 – 316 © 2001 г. 25 марта

Диссипативно-центробежная неустойчивость и циклон-антициклонная асимметрия вихрей Россби

С. Г. Чефранов

Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН, 109017 Москва, Россия

Институт фундаментальных проблем биологии РАН, 142292 Пущино, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 30 июня 2000 г.
После переработки 7 февраля 2001 г.

Установлен новый диссипативно-центробежный линейный механизм реализации вихревой асимметрии, наблюдаемой, например, для низкочастотных антициклонических вихрей Россби. Показано, что соответствующий эффект диссипативно-центробежной неустойчивости, приводящий к спонтанному нарушению киральной симметрии, имеет место лишь для $\omega < \Omega$, где ω – частота малых колебаний, отвечающих эффективно твердотельному вихревому вращению, Ω – частота вращения неинерциальной системы. Неустойчивость сопряжена с наличием оптимальной по величине силы трения и проявляется в виде экспоненциального роста во времени полного момента количества движения в вихревой модели, описываемой двумерным осциллятором с собственной частотой ω во вращающейся с частотой Ω неинерциальной системе. Отмечается возможность проявления диссипативно-центробежной неустойчивости и в сейсмоактивных зонах.

PACS: 47.20.-k

Известно [1], что в атмосферах быстровращающихся планет (Юпитер, Сатурн, Земля) наблюдаются достаточно устойчивые низкочастотные (крупномасштабные) вихри, имеющие, как правило, только антициклоническую циркуляцию – направленную против направления вращения самой планеты. Характерная частота эффективно твердотельного вращения таких вихрей ω всегда меньше частоты вращения планеты Ω_p. Аналогичные проявления нарушения киральной симметрии с явным преобладанием также антициклонических вихрей характерно и для вихревых линз в океане [1] и для вихрей, наблюдаемых во вращающихся сосудах с жидкостью в лабораторных экспериментах [1 – 3]. Эти факты нарушения симметрии в неравновесных вихревых системах дополняют давно известные (Л.Пастер, 1862) наблюдения диссимметрии в существовании левых и правых форм пространственной организации объектов живой природы [4 – 6].

В рамках существующей нелинейной теории вихрей Россби [1] (см. также ссылки в [1]) это нарушение киральной симметрии определяется условиями доминирования определенного типа нелинейности. В этой связи принципиальное отличие представляет приведенный ниже линейный механизм диссипативно-центробежной неустойчивости, обеспечивающий спонтанное нарушение киральной симметрии при формировании низкочастотных антициклонических вихрей, моделируемых двумерным осциллятором во вращающейся неинерциальной системе. Возможность такого моделирования обусловлена адекватностью описания точного вихревого решения уравнений гидродинамики несжимаемой жидкости в виде твердотельного вращения (в том числе и на сфере [7]) с помощью уравнений двумерного осциллятора. Модель двумерного осциллятора во вращающейся системе координат при этом может описывать и многие другие физические явления от низкочастотных сейсмоактивных крупномасштабных геофизических волновых процессов с $\omega < \Omega_p$ до субмолекулярных осцилляторов в соответствующих микросистемах, вращающихся с частотами $\Omega \gg \Omega_p$.

1. Для простоты рассмотрим вначале двумерный осциллятор на плоскости (x, y) в системе координат, вращающейся с произвольной угловой скоростью Ω вокруг оси z. Учет сферичности также проведен ниже (см. (8)) для описания вихрей, расположенных на произвольной широте $\widetilde{\varphi}_0$.

Используемая ниже постановка задачи обобщает известную классическую задачу (см. [8]) о влиянии вращения Земли на малые колебания двумерного осциллятора – маятника Фуко в соответствующей неинерциальной вращающейся системе. Действительно, в [8] для математического маятника Фуко длиной l всегда имеет место соотношение $\omega = \sqrt{g/l} \gg \Omega_p \simeq$ $\simeq 10^{-5}\,\text{c}^{-1}$ и оправдано используемое в [8] пренебрежение центробежным ускорением, имеющим величину $O(\Omega_p^2)$. В то же время, для колебаний иной природы уже возможно рассмотрение исследуемого ниже низкочастотного случая с $\omega < \Omega_p$, когда центробежное ускорение уже необходимо учитывать. С учетом силы трения, пропорциональной скорости (с коэффициентом α), уравнения движения двумерного осциллятора во вращающейся с постоянной угловой скоростью Ω системе имеют вид

$$\ddot{\xi} + 2\dot{\xi}(\alpha + i\Omega) + (\omega^2 - \Omega^2)\xi = 0, \qquad (1)$$

где $\xi \equiv x + iy \equiv r\exp(i\varphi)$, $\dot{\xi} \equiv d\xi/dt$, $\alpha > 0$. В частности, при $\alpha = \Omega = 0$ (1) может описывать в инерциальной системе просто твердотельное вращение (с частотой ω), характерное для ядра вихрей различной природы [1, 7]. Решение (1) имеет вид

$$\xi = C_1\exp[\tau\beta_+(\tilde{\alpha},\tilde{\omega})] + C_2\exp[-\tau\beta_-(\tilde{\alpha},\tilde{\omega})], \qquad (2)$$

где $C_\alpha = \mathrm{const}$, $(\alpha = 1,2)$; $\tau \equiv t\Omega$, $\tilde{\alpha} \equiv \alpha^2/\Omega^2$,

$$\tilde{\omega} \equiv \omega^2/\Omega^2, \quad \beta_\pm = \lambda_0(\tilde{\alpha},\tilde{\omega}) \mp \sqrt{\tilde{\alpha}} + i\left(\frac{\sqrt{\tilde{\alpha}}}{\lambda_0} \mp 1\right),$$

$$\lambda_0 = \left[\frac{\tilde{\alpha} - \tilde{\omega} + \sqrt{(\tilde{\alpha}-\tilde{\omega})^2 + 4\tilde{\alpha}}}{2}\right]^{1/2}.$$

Из (2) очевидно следует, что нулевое положение равновесия ($x = 0$, $y = 0$) системы (1), отвечающее кирально симметричному состоянию, для произвольных сколь угодно малых возмущений становится неустойчивым при $\tilde{\omega} < 1$, когда λ_0 в (2) удовлетворяет условию

$$\lambda_0(\tilde{\alpha},\tilde{\omega}) > \sqrt{\tilde{\alpha}}. \qquad (3)$$

При этом неустойчивость состояния $x = 0$, $y = 0$ отвечает неустойчивому фокусу, и при $\tau \gg 1$ вращение по траектории на плоскости (x, y) при любых кирально симметричных начальных условиях имеет уже только антициклоническое направление, то есть вращение, противоположное направлению вращения системы координат с частотой Ω. Действительно, в соответствии с (3) при $\tau \gg 1$ (когда доминирует первый член в (2)) частота этого вращения $\dot{\varphi}$ равна величине (не совпадающей в общем случае с частотой затравочных колебаний ω)

$$\dot{\varphi} = -\Omega(1 - \sqrt{\tilde{\alpha}}/\lambda_0) \qquad (4)$$

и $|\dot{\varphi}| < \Omega$, так как $(\lambda_0 - \sqrt{\tilde{\alpha}})/\lambda_0 < 1$. При условии (3) $\dot{\varphi}$ и Ω в (4) имеют противоположный знак. Наиболее неустойчивой является мода с $\omega = 0$, для которой величина λ_0 максимальна. Из (2) и (3) следует, что лишь при $\alpha \neq 0$ возможна экспоненциальная неустойчивость и возрастание ξ в (2). В частности, имеем

$$\lambda_0 - \sqrt{\tilde{\alpha}} =$$
$$= \begin{cases} \sqrt{\tilde{\alpha}/\tilde{\omega}}(1-\sqrt{\tilde{\omega}}) + O((\tilde{\alpha}/\tilde{\omega})^{3/2}), \ \tilde{\alpha} \ll \tilde{\omega}, \\ \sqrt{\tilde{\alpha}}\left[\left(\dfrac{1+\sqrt{1+4/\alpha}}{2}\right)^{1/2} \times \right. \\ \left. \times\left(1 - \dfrac{\tilde{\omega}}{2\tilde{\alpha}\sqrt{1+4/\tilde{\alpha}}} + O\left(\dfrac{\tilde{\omega}^2}{\tilde{\alpha}^2}\right)\right) - 1\right], \ \tilde{\alpha} \gg \tilde{\omega}, \\ \dfrac{1}{2\sqrt{\tilde{\alpha}}}[1 - \tilde{\omega} + O(\tilde{\omega}/\tilde{\alpha})], \ \tilde{\alpha} \gg \tilde{\omega}, \ \tilde{\alpha} \gg 1, \\ \tilde{\alpha}^{1/4} + O(\tilde{\alpha}^{1/2}), \ \tilde{\alpha} \gg \tilde{\omega}, \ \tilde{\alpha} \ll 1. \end{cases} \qquad (5)$$

Хотя в общем $|\dot{\varphi}| \neq \omega$, однако интересен случай основного демультипликационного резонанса частот $\omega = \Omega/2$, когда в пределе $\tilde{\alpha} \ll \tilde{\omega}$ из (4), (5) следует равенство $|\dot{\varphi}| = \omega$, реализуемое при (3) и неустойчивости состояния ($x = 0$, $y = 0$). При этом согласно (2), (3), как и в случае параметрического резонанса [8], экспоненциально возрастают именно моды с $\omega \simeq \Omega/2$ для незамкнутой колебательной системы (1)[1]. В то же время $|\dot{\varphi}| \leq \omega$ при $\omega \geq \Omega/2$.

Таким образом, для реализации линейной неустойчивости кирально симметричного состояния при $\tilde{\omega} < 1$ необходимо наличие конечной величины диссипации, так как и при $\tilde{\alpha} \to 0$ и при $\tilde{\alpha} \to \infty$ величина $\lambda_0 - \sqrt{\tilde{\alpha}}$ стремится к нулю. Отметим также, что при отбрасывании центробежной силы в (1) для любых $\tilde{\omega}$ и $\tilde{\alpha}$ реализуются только решения, совпадающие с затухающими во времени колебаниями маятника Фуко [8]. Поэтому полученная выше неустойчивость действительно является диссипативно-центробежной. Из вида зависимости $\lambda_0 - \sqrt{\tilde{\alpha}}$ от $\tilde{\alpha}$ в предельных случаях (5) следует, что существует оптимальный уровень диссипации $\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}_0(\tilde{\omega})$, при котором величина $\lambda_0 - \sqrt{\tilde{\alpha}}$ имеет максимум. В частности, при $\tilde{\omega} = 0$ имеем $\sqrt{\tilde{\alpha}_0} \simeq 0.49$, для $\tilde{\omega} = 1/3$, $\sqrt{\tilde{\alpha}_0} \simeq 0.405$, а при $\tilde{\omega} \to 1$ величина $\tilde{\alpha}_0 \to 0$, $\sqrt{\tilde{\alpha}_0} \simeq 3(1-\tilde{\omega})$. Таким образом величина $\tilde{\alpha}_0$ убывает при увеличении $\tilde{\omega}$ от 0 до 1.

Отмеченная выше важная роль диссипативных факторов для развития неустойчивости, приводящей к антициклоническому вращению частиц во вращающейся системе координат, может быть характерна вообще для неинерциальных систем с вращением, то есть исходно кирально несимметричных.

---

[1] Однако в отличие от параметрического резонанса, согласно (2), (3), неустойчивым являются все моды с $\omega < \Omega$, а не только с $\omega = \Omega/2$. Кроме того, здесь именно эффекты трения обеспечивают реализацию неустойчивости, а параметрический резонанс возможен и при $\alpha = 0$ [8].

Так, например, центральный вихрь Андроникашвили, возникающий во вращающемся HeI при переходе гелия в сверхтекучее состояние (в HeII), действительно сразу же начинает плавно исчезать, отрываясь от дна вращающегося сосуда и равномерно укорачиваясь [9]. В [10] для среды с отличной от нуля средней киральностью мелкомасштабного электромагнитного поля (связанной, в частности, с праволевой диссимметрией молекул) возможно экспоненциальное возрастание магнитного поля, связанное также с наличием ненулевой диссипации в пределе низкой проводимости.

Если в (1) положить $\alpha = \nu k^2/2$, где ν – коэффициент кинематической вязкости, и (1) рассматривать как приближенное линеаризованное представление уравнений гидродинамики, то отмеченной выше величине $\tilde{\alpha}_0$ соответствует наиболее неустойчивая мода $k \simeq k_0 \equiv (2\tilde{\alpha}_0^{1/2}\Omega/\nu)^{1/2}$ для которой показатель экспоненциального возрастания во времени является максимальным.

2. Для того чтобы лучше понять физический смысл рассматриваемой выше диссипативно-центробежной неустойчивости (ДЦН) кирально симметричного состояния, можно использовать соответствующее представление для величин полной энергии и момента количества движения во вращающейся и неподвижной системах координат [8] и их производных по времени при $\alpha \neq 0$. При этом оказывается, что в случае реализации ДЦН момент количества движения уже не только не является инвариантом движения (что очевидно для (1) при $\alpha \neq 0$), но и может экспоненциально возрастать со временем, так как $\dot{\mathrm{M}}_z = -2\alpha r^2\dot{\varphi}$, где при $\tilde{\omega} < 1$ и условии (3) из (4) имеем $\dot{\varphi} < 0$, а согласно (2) получаем $r = r_0 \exp[\tau(\lambda_0 - \sqrt{\tilde{\alpha}})]$. Здесь $\mathrm{M}_z = r^2(\dot{\varphi} + \Omega) > 0$ (см. (4)) момент количества движения на единицу массы вокруг оси z-ортогональной плоскости (x, y), где $\mathrm{M}_z/2\pi$ отвечает также вихревой циркуляции поля скорости $\mathbf{v}$ несжимаемой жидкости на плоскости (x, y) во вращающейся с частотой Ω системе координат.

Если дополнить систему (1) уравнением для колебаний вдоль оси z

$$\ddot{z} + 2\alpha\dot{z} + \omega^2 z = 0, \tag{6}$$

то из (1) и (6) при $\dot{\Omega} \neq 0$ (в этом случае в (1) надо добавить справа член $-i\dot{\Omega}\xi$) имеем для полной энергии ($E_0 = E_{\text{н}} + (\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{M})$, где $E_{\text{н}}$ – полная энергия на единицу массы во вращающейся неинерционной системе отсчета, а E_0 – полная энергия в соответствующей неподвижной системе [8]) представления

$$\begin{aligned} \dot{E}_0 &= -2\alpha[\dot{z}^2 + \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}(\Omega + \dot{\varphi})]; \\ \dot{E}_{\text{н}} &= -2\alpha(\dot{z}^2 + \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) - \dot{\Omega}M_z, \end{aligned} \tag{7}$$

где $\dot{E}_0 > 0$ при условии реализации ДЦН, то есть при выполнении неравенства (3) и следующего из него условия на $\tilde{\omega}$: $0 < \tilde{\omega} < 1$.

Таким образом, прирост энергии E_0 может обеспечиваться энергией, поддерживающей постоянное вращение системы за счет возрастания момента количества движения M_z из-за диссипативных сил с $\alpha > 0$, когда имеет место ДЦН при (3), (4).

3. В геофизических условиях такой механизм трансформации энергии вращения (планеты) может быть ответствен за формирование крупномасштабных вихревых структур в атмосфере и океане наряду с энергетическими эффектами, обусловленными неоднородностью по широте среднего теплового баланса и другими локально-неоднородными проявлениями инсоляции [11]. Имеются и другие системы, для которых проведенные выше рассмотрения могут быть также применимы. В частности, для объяснения в рамках ньютоновой механики феномена реально действующих механических устройств, преобразующих энергию инерционных сил вращения (в том числе при $\dot{\Omega} \neq 0$, см. (7)) в энергию поступательного движения [12, 13]. Возможна также и новая интерпретация экспериментально наблюдаемой асимметрии протекания химических реакций во вращающихся сосудах [5, 14] (в связи с поиском физических причин явления дерацемизации в биологических объектах [4–6]). Эти вопросы, как и учет ДЦН в задачах вихревого структурообразования, перемежаемости и турбулентной диффузии [15] требуют, однако, отдельного рассмотрения и поэтому здесь ограничимся обсуждением только некоторых возможных геофизических следствий ДЦН.

Система (1) и проведенное выше рассмотрение для нее действительно допускают простое обобщение для случая геофизических систем на вращающейся сфере. Так, в приближении f-плоскости [11], но выбрав систему координат с осью z направленной параллельно оси вращения сферы (направление оси z совпадает с нормалью к поверхности сферы лишь на полюсе), получаем в точности систему (1), которую надо дополнить уравнением (6) для z. При этом координата x отсчитывается как обычно [11] в зональном направлении на восток вдоль оси, лежащей в касательной плоскости к сфере на широте $\tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}_0$ и фиксированной долготе, а координаты y, z связаны с традиционно рассматриваемыми на f-плоскости координатами y', z' [11] (ось y' направлена в меридиональном направлении на север, а ось z' совпадает с локальной нормалью к поверхности сферы) соотношениями

$$z = y'\cos\tilde{\varphi}_0 + z'\sin\tilde{\varphi}_0, \quad y = y'\sin\tilde{\varphi}_0 - z'\cos\tilde{\varphi}_0, \quad (8)$$

отвечающими повороту на угол $\pi/2 - \tilde{\varphi}_0$ системы (x, y', z') вокруг оси x в направлении полюса. Такая система (1), (6) может отвечать, в частности, линеаризованному представлению уравнений гидродинамики лагранжевых частиц на сфере в приближении f-плоскости, в которой использованы представления $\nu\Delta\mathbf{v} \simeq -2\alpha\mathbf{v}$ и $\nabla p/\rho_0 = \omega^2\mathbf{x}$, где ∇p – градиент давления, Δ – лапласиан. При этом решение для x, y, z совпадает с полученным выше для систем (1) и (6) и при условии (3) (то есть при $\tilde{\omega} < 1$) отвечает антициклоническому (см. (4)) вращению жидких частиц вокруг оси z, которая наклонена под углом $\tilde{\varphi}_0$ к касательной плоскости. Поэтому при рассмотрении с точки зрения перпендикулярной к касательной плоскости траектории частиц имеют вид эллипсов (а не окружностей, как это имеет место при рассмотрении параллельно оси z), малая ось которых располагается в меридиональном направлении. Действительно, в лабораторных экспериментах по моделированию вихрей Россби во вращающемся параболическом сосуде движение пассивных частиц, визуализирующих вихрь, происходит по окружности при фотографировании именно в направлении, параллельном оси вращения сосуда [1]. Отмеченная для (1) реализация ДЦН при $\tilde{\omega} < 1$ выделяет при $\tau \gg 1$ только антициклонические траектории жидких частиц, что согласуется с наблюдаемым преобладанием именно долгоживущих антициклонов на больших, быстро вращающихся планетах (Юпитер, Сатурн, Земля), для которых частота собственного вращения ω много меньше Ω_p [1].

Так, например, Большое Красное Пятно Юпитера (БКПЮ) существует уже около 300 лет и представляет собой антициклонический вихрь на широте $\tilde{\varphi}_0 \approx -22°$, который сплюснут в меридиональном направлении (по фотографиям с "Вояджера") и дрейфует на запад со средней скоростью около 3.5 м/с.

Действительно, при учете зависимости параметра Кориолиса $f = 2\Omega\sin\tilde{\varphi}$ от широты $\tilde{\varphi}$ и решении уравнений гидродинамики на сфере в приближении инерционного ветра (при нулевом горизонтальном градиенте давления) движение жидких частиц обязательно является антициклоническим и происходит по трохоидальной траектории со средним смещением на запад [11, стр.172]. Модификация (1) с учетом β-эффекта ($\tilde{\varphi} \simeq \tilde{\varphi}_0 + y'/R + o(y'/R)$) приводит при $\tau \gg 1$ и реализации ДЦН для (4) к появлению в правой части уравнения для ξ в (1) члена $(2\Omega/R)\sin\tilde{\varphi}_0[\dot{z}y + \dot{y}z + i(\dot{x}z - \dot{z}\dot{y}/\Omega)]$, где R – радиус вращающейся с частотой Ω сферы. Используя метод последовательных приближений по малому параметру $r/R \ll 1$ (то есть подставляя в правую часть (1) решения в приближении f-плоскости), можно получить следующую оценку для средней скорости дрейфа вихря на запад в зональном направлении при $\tilde{\omega} \ll 1$, $\tau \gg 1$, $\tilde{\alpha} \ll 1$:

$$\langle\bar{v}_x\rangle \simeq -\frac{\sin^2\tilde{\varphi}_0\cos\tilde{\varphi}_0}{\omega R}\langle v_{0y'}^2\rangle, \quad (9)$$

где $\langle v_{0y'}^2\rangle^{1/2}$ – среднеквадратичная начальная скорость в меридиональном направлении, отвечающая собственному вращению вихря с частотой $\dot{\varphi} = \omega$ (угловые скобки обозначают статистическое усреднение по начальным условиям с $\langle v_{0y'}\rangle = 0$, а черта – усреднение по периоду вращения $2\pi/\Omega$). Приняв характерные для БКПЮ и Юпитера значения параметров в (9): $\Omega \simeq 10^{-4}\,\text{с}^{-1}$, $\omega \simeq 10^{-5}\,\text{с}^{-1}$, $\langle v_{0y'}^2\rangle^{1/2} \simeq 10^2$ м/с, $R = 70000$ км, из (9) получаем оценку $\langle\bar{v}_x\rangle \simeq -2$ м/с, которая хорошо согласуется с отмеченной выше наблюдаемой скоростью дрейфа БКПЮ на запад с $\bar{v}_x \simeq \simeq -(3.4 \div 3.8)$ м/с.

Представляет интерес в дальнейшем исследовать влияние на эффект дрейфа нелинейных членов в разложении $\nabla p/\rho_0 = \omega\mathbf{x}(1 + O(|\mathbf{x}|)\ldots)$ и сопоставить рассмотренную выше диссипативную неустойчивость кирально симметричного состояния с примерами диффузионной [16] и стохастической [17] неустойчивости пространственно-однородного состояния, приводящей к образованию неоднородных структур.

В заключение приведем оценку условий реализуемости ДЦН в качестве одного из возможных механизмов инициирования сейсмической активности для достаточно низкочастотных $\omega < \Omega_p \simeq 10^{-5}\,\text{с}^{-1}$ (см. (3)) колебаний земной коры и верхних слоев мантии за счет энергии, обусловленной вращением Земли и наличием оптимального для осуществления ДЦН уровня диссипации. Примем для малых свободных колебаний земной коры закон дисперсии волн изгиба пластинки толщиной h в виде $\omega = c_0 h/\lambda^2$ (см. [18], (25, 8)), где $c_0 \simeq 6$ км/с – скорость продольных волн, λ – длина волны или характерный горизонтальный масштаб процесса. Из условия (3) реализации ДЦН с $\omega < \Omega_p$ имеем неравенство $\lambda > \lambda_{\text{кр}} = \sqrt{hc_0/\Omega_p} \simeq 2500$ км, отвечающее оценке уже вполне реального (в отличие от изотропной среды, где $\lambda_{\text{кр}} \simeq c_0/\Omega_p$ и величина $\lambda_{\text{кр}}$ на два порядка превышает отмеченную выше) характерного масштаба изменчивости по горизонтали распределения сейсмоактивных зон, которая также неплохо согласуется с величинами наблюдаемых периодов литосферных длинноволновых магнитных аномалий (имеющих период около 3000 км неизвестного происхождения) и действительно наблюдаемыми эффектами вращения осей сжатия в очаговой зоне подготовки сильного землетрясения [19].

Выражаю благодарность С. И. Анисимову за внимание к работе и полезные советы, а также Е. М. Добрышману, Ф. В. Должанскому, Н. А. Иногамову и С. Н. Гордиенко за обсуждения результатов.

---

1. М. В. Незлин, Е. Н. Снежкин, *Вихри Россби и спиральные структуры*, М.: Наука, 1990.
2. Б. М. Бубнов, Х. Дж. Фернандо, Изв. РАН, сер. физика атмосферы и океана **35**(4), 487 (1999).
3. В. Ф. Тарасов, В. Г. Макаренко, ДАН СССР **305**, 297 (1989).
4. Б. Я. Зельдович, Д. Б. Саакян, И. И. Собельман, Письма в ЖЭТФ **25**, 106 (1977).
5. В. И. Гольданский, В. А. Кузьмин, УФН **157**, 3 (1989).
6. А. С. Пресман, *Организация биосферы и ее космические связи*, М.: Наука, 1997.
7. С. Г. Чефранов, Изв. АН СССР, сер. физика атмосферы и океана **21**, 1026 (1985).
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т.1, *Механика*, М.: Наука, 1988.
9. Дж. С. Цакадзе, ЖЭТФ **44**, 105 (1963).
10. О. Г. Чхетиани, С. С. Моисеев, Письма в ЖЭТФ **70**, 268 (1999).
11. Дж. Халтинер, Ф. Мартин, *Динамическая и физическая метеорология*, М.: Наука, 1960.
12. N. Dean, *Патент США*, класс 74-112, №2, 886, 976 (1959).
13. В. И. Толчин, *Инерциоид, силы инерции как источник движения*, Пермь, 1977.
14. R. C. Dougherty, D. Edwards, and K. Cooper, J. Am. Chem. Soc. **102**, 381 (1980); ibid, p.730.
15. С. Г. Чефранов, ЖЭТФ **108**, 2010 (1995).
16. Г. Николис, И. Пригожин, *Самоорганизация в неравновесных системах*, М.: Наука, 1979.
17. С. Г. Чефранов, Изв. ВУЗов, Радиофизика **28**, 1516 (1985).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т.7, *Теория упругости*, М.: Наука, 1987.
19. М. А. Садовский, И. Л. Нерсесов и др., Tectonophysics **14**, 295 (1972).